Ma. 893

EX LIBRIS
A. DU BOIS
DE SCHOONDORP
Vol. 1. N°.

U[redacted]K GENT

Digitized by Google

Math. 893

Digitized by Google

De Bois

TRAITÉ DE MECANIQUE,

OU L'ON EXPLIQUE

Tout ce qui eſt néceſſaire dans la pratique des Arts, & les propriétés des corps peſants leſquelles ont un plus grand uſage dans la Phyſique.

Par M. DE LA HIRE Profeſſeur Royal en Mathématique, & de l'Académie Royale des Sciences.

A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

Et ſe vend
Chez JEAN ANISSON Directeur de ladite Imprimerie, ruë S. Jacques, vis-à-vis les Maturins.

M. DC. XCV.

Digitized by Google

TRAITÉ
DE
MÉCANIQUE.

A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

Digitized by Google

PREFACE.

ENTRE les ouvrages de Mécanique qui nous reſtent des Anciens, il n'y a que ceux d'Archimede où les principes de cette Science ſoient traités à fond. Mais comme ſon deſſein n'étoit pas d'expliquer les Mécaniques en particulier, mais ſeulement ce qui étoit néceſſaire pour la quadrature de la Parabole qu'il démontre par l'équilibre des Plans, nous ne pouvons juger que par comparaiſon de ce qu'il auroit pû faire ſur toutes les parties de Mécanique. Nous ſçavons que pluſieurs Anciens en avoient écrit, & qu'ils avoient expliqué l'uſage & les avantages qu'on pouvoit retirer des principaux Inſtrumens dont on ſe ſert ordinairement, & il ſeroit à ſouhaiter que nous euſſions leurs ouvrages; car nous ne ſçaurions

Digitized by Google

douter qu'ils n'eussent une tres-grande connoissance de l'effort de toutes les grandes machines, puisqu'ils en faisoient un usage continuël dans la defense & dans l'attaque des Villes. Mais depuis l'invention de la poudre à canon, toutes les Catapultes, les Beliers, les grandes tours mouvantes, & une infinité d'autres instrumens de guerre, étant devenus inutiles, à peine nous reste-t-il une légere connoissance de leur construction; car les descriptions que nous en voyons dans quelques fragmens des Anciens, sont expliquées dans des termes que nous n'entendons pas, & les figures qui les accompagnent sont si grossierement dessinées, qu'on ne peut voir le rapport qu'elles ont pour la plus-part avec leur explication.

Puisque les ouvrages des Anciens nous donnent si peu de connoissance de ce qu'ils sçavoient dans la Mécanique, on peut regarder ceux des Modernes comme des originaux, & il y a grande apparence qu'ils n'avoient point

examiné à fond toutes les parties de cette Science, qu'on a expliquées depuis peu avec beaucoup de netteté & de ſubtilité par rapport à la Phyſique. Enfin ſi les nouvelles découvertes dans la Mécanique n'ont pas de ſi grands uſages dans la vie civile que celle des Anciens en avoient dans leurs temps, on peut dire aſſurément qu'elles les ſurpaſſent d'autant plus qu'elles ſont pour la plus-part des explications, & même des démonſtrations exactes des effets les plus admirables de la nature.

Entre les Modernes qui ont écrit de Mécanique, il y en a peu qui ayent tâché d'épuiſer cette matiére, & quand ils l'auroient fait, les derniers auront toûjours un grand avantage ſur les autres, puiſqu'ils pourront profiter des nouvelles découvertes qui ſe font tous les jours, & enrichir leur ouvrage de pluſieurs piéces fort conſiderables. Pour les démonſtrations, tant des Anciens que des Modernes, elles ſont fort differentes. La plus-part ont ſuivi Ar-

chimède, ou en tout ou en partie ; & ils ont tâché d'éclaircir quelques difficultés qui se rencontrent dans les Axiomes ou Suppositions de cet Auteur. Quelques-uns se sont appliqués seulement à démontrer le plus clairement qu'il leur a été possible, les propriétés du levier qu'on peut regarder comme la proposition fondamentale de toute la Mécanique, puis-que les autres parties s'y peuvent réduire facilement. Il y en a d'autres qui ayant entierement abandonné les principes dont Archimède s'est servi, ont fait des suppositions toutes nouvelles dont ils se servent pour principes dans leurs démonstrations. Mais j'ay remarqué que ces suppositions ne sont pas suffisantes toutes seules pour faire une bonne démonstration, & qu'ils y en employent d'autres sans en avertir, qui meriteroient d'être démontrées, ou tout au moins d'être bien expliquées. Ce sont ces sortes de suppositions qui ne paroissant pas également évidentes à tous les

hommes, font que ceux qui ſont accoûtumez aux démonſtrations rigoureuſes de la Geométrie, ne demeurent pas pleinement convaincus de quelques propoſitions où la Phyſique ſe trouve mêlée, quoy-qu'ils ſoient demeurés d'accord des principes qui les ont précédé. C'eſt auſſi, comme je crois pour cette raiſon, que ceux qui ont reconnu ces difficultés, ont mieux aimé faire une ſuppoſition de la principale propoſition, que de n'en donner qu'une démonſtration douteuſe ou fondée ſur des principes qui n'ont pas une tres-grande évidence.

J'ay tâché dans cet ouvrage de démontrer toutes les propoſitions à la maniére des anciens Geométres, ſans me ſervir d'autre Axiome ou propoſition fondamentale que de celle que tous ceux qui ont écrit de Mécanique ont ſuppoſée d'abord; & pour la rendre encore plus évidente je la démontre dans ma premiére propoſition par une autre qui eſt plus univerſelle & dont on ne

fait aucun doute dans la Physique, qui est *que dans l'effort des puissances toutes choses étant égales d'un côté & d'autre, les efforts sont égaux*. C'est-pourquoy je n'ay pas crû qu'il fust nécessaire de rapporter ce principe, puisque c'est un des plus simples de toute la Physique.

Pour ce qui est des trois suppositions que j'ay faites & que je donne au commencement de cet ouvrage, je ne crois pas qu'on doive faire difficulté de les recevoir, puisqu'elles sont aussi supposées par tous ceux qui ont traité de la Mécanique, quoy-qu'ils n'en parlent pas ordinairement, & qu'elles ne servent que pour faire des démonstrations éxactes. Car je considére d'abord le corps pesant comme n'ayant aucune étenduë ou comme un point Mathématique pesant, afin que les différentes distances où il se trouve par rapport au centre de la terre & les différens milieux où il est, ne puissent pas rendre les démonstrations douteuses. Mais dans le cours de cet ouvrage je fais voir quels change-

mens il peut arriver à la pesanteur des corps par rapport aux différentes directions de leurs parties vers le centre de la terre. Et pour ce qui est du milieu dans lequel on fait la comparaison des corps pesants, j'expliqueray ce qui leur arrive suivant la nature du liquide dans mon Traité d'Hydrostatique qui doit suivre celuy-cy.

Pour l'ordre que j'ay tenu dans cet ouvrage, j'ay crû qu'il falloit expliquer d'abord ce qui regarde les principales machines qui sont dans l'usage ordinaire, afin que ceux qui ne veulent sçavoir que les premiers élémens de cette Science, puissent trouver tout d'une suite ce qui leur peut être utile dans l'explication des cinq premières machines, & de celles qui y sont rapportées. Mais ils pourront négliger ce qui regarde les centres de gravité, & ce qui y est démontré des différentes pesanteurs des corps suivant leurs différentes figures par rapport aux éloignemens du centre de la terre.

Les dernieres propoſitions de cet ouvrage contiennent ce qu'on a trouvé de plus curieux dans la Phyſique par rapport à la Mécanique, comme du mouvement des animaux, de l'effort des cordes moüillées pour élever de grands fardeaux, & de la forme des bras des moulins qui font joüer des piſtons & qui ſont d'un tres-grand uſage, avec la conſtruction d'une roüe qui ſert à élever de l'eau où le frotement n'eſt pas ſenſible, & comme je l'ay fait éxécuter dans le Château de Beaulieu proche de Paris, & dont la premiére invention étoit deuë à M. Deſargues qui étoit un des plus excellens Geométres de nôtre ſiécle.

On y trouvera auſſi l'explication de quelques problêmes qui paſſent ordinairement pour curieux : mais je me ſuis fort étendu ſur le Traité de la Percuſſion, où j'ay démontré en abbrégé & d'une maniére en partie nouvelle, tout ce que j'ay pû trouver de conſidérable dans les Auteurs qui en ont écrit,

& j'y ay ajoûté ce que j'ay crû qui y manquoit. Je rapporte auſſi dans la même propoſition ce qui regarde les centres du mouvement des corps, ceux de Percuſſion & d'Oſcillation dont l'uſage eſt tres-grand dans les horloges à pendule. J'explique en ſuite quelle doit être la figure des cordes ou lignes également peſantes ou fléxibles avec les courbures de quelques ſuperficies cylindriques lorſqu'elles ſont arrêtées par leurs extrémités ; & je donne dans le même endroit la ſolution d'un des plus conſidérables problêmes de la conſtruction des bâtimens.

Enfin je démontre tout ce qui regarde le mouvement & la viteſſe des corps qui tombent ſuivant des plans différemment inclinés, & de ceux qui ſont pouſſés ou jettés, comme les pierres, les Bombes, & les Jets d'eau, & je finis par les différens accidens de ceux qui ſe rompent lorſqu'ils ſont engagés dans un mur par l'une de leurs extrémités, ou qu'ils ſont ſoutenus par le milieu en é-

quilibre ou ſur les extrémités. On y verra des différences tres-conſidérables entre ce que j'en démontre, & ce qu'en a expliqué Galilée, qui a été le premier, que je ſçache, qui ait écrit de ces matiéres, dont on a tiré de tres-grandes lumiéres pour la Phyſique.

TRAITE'

TRAITÉ DE MECANIQUE,

OU L'ON EXPLIQUE tout ce qui eſt neceſſaire dans la pratique des Arts.

IL n'y auroit rien dans la nature qui fût plus capable d'attirer l'admiration des hommes, que de voir les efforts que peuvent faire les forces mouvantes par le moyen des machines auſquelles on les applique, ſi elles n'étoient pour la pluſpart ſi communes qu'on les regarde ſans y faire aucune attention, & ſans conſiderer que c'eſt une loy naturelle que deux puiſſances égales doivent demeurer en équilibre, & qu'il n'eſt pas poſſible qu'elles puiſſent ſe ſurmonter l'une l'autre, & encore moins qu'une tres-

petite en puisse égaler une aussi grande qu'on la peut imaginer. Cependant c'est sur cette même loy, ou sur cet Axiome que toute la Mécanique est fondée, & qu'on démontre geométriquement qu'une tres-petite force peut produire de tres-grands effets. C'est pourquoy nous disons que la Mécanique est une science qui fait connoître par quels moyens l'effort d'une puissance peut être augmenté à l'infini.

Toute la Mécanique étant donc fondée sur un Axiome si simple & si naturel, il n'y a aucun lieu de douter que tout ce qu'elle propose ne fût toûjours possible dans l'éxécution, si la matiére qu'on y employe pouvoit avoir toute l'étenduë & la solidité qui y est néceſſaire, & si elle ne résistoit au mouvement par la difficulté que ses parties ont à se mouvoir en frotant l'une contre l'autre. Ce sont ces frotemens que l'on ne considere pas ordinairement dans les machines qui sont les plus ingenieuses dans leur invention, qui les empêchent fort souvent de reüssir quand elles sont executées. Lorsqu'on se sert d'une matiere dont les parties n'ont que tres-peu de résistance au mouvement, c'est à dire celle dont les parties se dégagent les unes des autres avec une tres-grande facilité, comme l'air & l'eau, il n'y a pas de doute que l'éxécution ne réponde toûjours à tres-peu prés aux rai-

ſonnemens geométriques : & c'eſt en ſuppoſant que l'air eſt aſſez fluide pour ſe mouvoir à la moindre force, qu'on dit qu'il n'eſt pas poſſible de mouvoir un corps ſur la ſurface de la terre, ſans qu'elle change de poſition à l'égard du point vers lequel tendent tous les corps peſans ; puiſqu'il eſt certain que ſon centre de gravité doit changer quand il arrive quelque changement à la diſpoſition des parties qui la compoſent, & que ce centre de gravité doit toûjours être placé dans le point où tendent tous les corps peſans.

Mais comme il n'y a point d'art qui n'ait beſoin de la Mécanique, auſſi ceux qui en font profeſſion n'y reüſſiſſent qu'à proportion qu'ils en ont une plus parfaite connoiſſance : car elle n'eſt pas ſeulement neceſſaire pour la conſtruction des nouvelles machines, mais encore pour la perfection de celles qui ſont le plus en uſage, & dont il eſt impoſſible de ſe paſſer. Ce n'eſt pas que la neceſſité & l'utilité de ces ſortes de machines n'ayent obligé les hommes par la ſeule experience, à les pouſſer à un degré de perfection, peut-être au delà de ce qu'ils auroient fait, s'ils ne les avoient conſiderées que comme des exercices de l'eſprit ſans aucune utilité : mais ce n'eſt que par le moyen de la Mécanique qu'on peut être aſſeuré qu'elles n'ont aucun deffaut, au moins de ceux qu'on peut facilement éviter.

Les découvertes qu'on fait tous les jours, & les nouvelles machines qui ont été inventées par de tres-ſçavans Mathematiciens, & par de tres-habiles ouvriers qui connoiſſoient fort bien les principales loix des Mécaniques, & qui ſçavoient d'ailleurs ce qu'ils pouvoient eſperer des métaux & du bois dans l'éxécution, font aſſez connoître qu'on ne doit pas négliger la théorie de cette Science, pour ne s'attacher ſimplement qu'à la pratique. Et s'il s'eſt trouvé quelques ouvriers qui ayent reüſſi dans des entrepriſes aſſez conſiderables par la ſeule pratique, on ne peut pas dire pour cela qu'ils ne ſçeuſſent rien de mécanique, & qu'il vaut bien mieux travailler comme au haſard ſans aucune regle, que de ſe conduire par les lumieres de la raiſon.

S'il falloit faire voir en particulier toutes les utilitez de la Mécanique, il faudroit faire la deſcription de toutes les machines dont on s'eſt ſervi en differentes occaſions & en differens temps, ſoit dans la guerre ou dans la paix, & dont on ſe ſert encore à preſent tant pour la neceſſité que pour le divertiſſement. Mais c'eſt aſſez de marquer en general, que ce n'eſt que ſur les principes de cette Sçience que ſont fondées toutes les conſtructions des moulins à eau & à vent pour differens uſages, des preſſoirs, de la pluſpart des machines qui ſervent à la guerre, & dans l'attaque & la dé-

ſenſe des places, dans la conſtruction des édifices où celles qu'on employe pour élever des fardeaux ſont en tres-grand nombre, qui ont toutes leurs utilités particulieres dans des occaſions differentes; tout ce qui regarde l'élevation des eaux par des pompes, des chapelets, des roües, des vis inclinées, des tuyaux en ſpirale, & une infinité d'autres: enfin on ne ſçauroit nier que l'on ne ſoit redevable à la Mécanique d'une infinité d'ouvrages tres utiles & tres curieux qui ſe font par le moyen du tour.

Les Anciens ont conſideré deux parties dans la Mécanique, l'une qui ne regardoit que les raiſons de l'augmentation de l'effort des puiſſances, & qui étoit fondée ſur la Géometrie, ſur l'Arithmetique & ſur les raiſonnemens phyſiques; l'autre n'avoit pour objet que l'éxecution, & demandoit une connoiſſance parfaite de tous les materiaux qui entrent dans la compoſition des machines & des differentes applications qu'on en peut faire.

C'eſt auſſi en ſuivant les Anciens que nous établiſſons ordinairement cinq puiſſances ou machines principales qui ſervent à mouvoir des fardeaux: ſous la premiere on comprend le *Levier* & la *Balance*; ſous la ſeconde le *Treuil* ou *Vindas* ou *Cabeſtan* & les *roüe dentées* avec leur eſſieu; ſous la troiſiéme la

Poulie & la *Mouffle*; ſous la quatriéme le *Coin*; & ſous la cinquiéme le *Plan incliné* avec la *Vis*. Nous éxaminerons chacune de ces puiſſances ou machines en particulier en faiſant voir comment elles ſe peuvent toutes rapporter au levier dont nous traiterons d'abord.

Mais il faut remarquer en general, que dans toutes les machines on peut toûjours conſiderer trois puiſſances, dont il y en a une ſeule qui réſiſte à l'effort des deux autres & qui doit être placée au milieu; & l'on diſtingue ordinairement ces trois puiſſances de trois noms differens, l'une s'appelle *la puiſſance mouvante*: l'autre s'appelle *le poids* ou *la puiſſance* qui eſt meuë: & la troiſiéme eſt *l'appui* ou la puiſſance qui ſoutient, que les Grecs ont appellé *Hypomochlion*, qui eſt un mot aſſez en uſage dans les Mécaniques & dont nous nous ſervirons en pluſieurs rencontres, & indifferemment avec celuy d'appui. Il eſt facile à voir qu'on peut par-tout ſubſtituër une de ces puiſſances à la place de l'autre, par exemple au-lieu du poids la puiſſance mouvante ou l'hypomochlion, & de même à la place de la puiſſance mouvante ou de l'hypomochlion quelqu'une des deux autres, comme on le pourra voir en pluſieurs rencontres.

Il peut auſſi y avoir équilibre entre deux

puiſſances qui ſeront directement oppoſées ; mais on ne retire aucun avantage de cette diſpoſition des puiſſances.

Nous établiſſons ſeulement l'équilibre entre ces trois puiſſances, puiſqu'il eſt évident que ſi elles ſont en équilibre entr'elles, c'eſt-à-dire que ſi aucune des trois ne peut eſtre meuë par les autres, ni les mouvoir, pour peu que l'une ſoit augmentée, elle pourra mouvoir les autres.

Dans toutes les regles de l'équilibre on conſidere les machines ſans avoir de corps, dont les parties peuvent empêcher l'effet, ſoit par leur peſanteur propre ou par le frotement qu'elles font les unes contre les autres, & quoyqu'on ne puiſſe pas donner des régles tres-certaines pour déterminer la quantité de frotement, qui ſe peut rencontrer dans les machines, on peut néanmoins faire voir comment on peut le diminuër quelquefois, ce qui eſt d'un grand uſage dans la pratique.

Nous démontrerons toutes les propoſitions de ce traité à la maniere des Geometres, ayant établi quelques hypotheſes pour rendre les démonſtrations plus ſimples & plus aiſées à comprendre : mais à la fin de cét ouvrage nous apporterons des démonſtrations nouvelles des principales régles de Mécanique, où nous ferons voir comment on les peut déduire géometriquement de la conſti-

tution des corps qui ſervent dans la compoſition de la machine, ce qu'on peut appeller une démonſtration phyſique de l'effet du levier.

DÉFINITIONS GÉNÉRALES.

I.

LA *peſanteur* eſt l'effort que fait un corps pour deſcendre.

On diſtingue la peſanteur relative d'un corps d'avec ſa peſanteur abſoluë, en ce que celle-cy eſt conſiderée abſolument, & que celle-là ne l'eſt que par rapport à une autre.

II.

La direction d'une puiſſance eſt la ligne droite, ſuivant laquelle elle fait ſon effort étant appliquée à la machine.

III.

Le centre de gravité d'un corps peſant eſt un point par où le corps étant ſuſpendu, toutes ſes parties demeurent en repos, quelque poſition qu'elles ayent par rapport au lieu vers lequel il deſcend.

Nous ne diſons pas que le centre de gravité d'un corps peſant ſoit un point autour duquel toutes ſes parties ſont en équilibre, puiſqu'il eſt certain, comme nous le démontrerons dans la ſuite, qu'un ſemblable point peut être placé en un infinité d'endroits differens, ſoit par les differentes poſitions des parties du corps vers le lieu où il tend, que nous re-

gardons comme un point, soit par les differentes distances de ce corps à ce même lieu.

Il nous suffit donc icy de considerer le centre de gravité d'un corps, comme un point pesant autant que tout le corps dans la position où il est, pour n'avoir aucun égard à la disposition de toutes les parties du corps entr'elles ni à leurs directions differentes.

Il est évident par cette définition, que le centre de gravité d'un corps pesant doit être placé entre ses parties.

IV.

On appelle *moment* d'un corps pesant l'effort avec lequel il peut agir sur un autre corps quand il est appliqué à la machine, & cét effort est un composé de sa pesanteur absoluë & de la force dont il agit sur l'autre. Mais il faut prendre garde que ce composé ne doit pas se faire par une addition simple des parties de sa pesanteur absoluë avec celles de sa force, ces parties étant posées égales pour les deux corps qui sont appliquez à la machine, mais par une addition composée, qui est une multiplication des parties de la pesanteur absoluë du corps par celles de sa force.

Par exemple, si un des corps pese 8 livres dont la livre est la partie commune pour mesurer la pesanteur absoluë des deux corps, & qu'il ait 6 parties de force ; & que l'autre corps pese 3 livres & qu'il ait 16 des mêmes

parties de force dont l'autre en a 6. Nous disons que le moment du premier corps eſt le nombre 48, qui eſt le nombre 8 de ſes livres pris autant de fois qu'il a de parties de force, c'eſt-à-dire ſix fois. De même le moment du ſecond corps par rapport au premier ſera auſſi de 48, qui eſt le nombre 3 de ſes livres pris ſeize fois, qui eſt le nombre de ſes parties de force; & par conſequent les momens de ces deux corps ſeroient égaux.

Ainſi pour avoir le moment d'un corps, il faut toûjours multiplier ſa peſanteur par ſa force. Ce n'eſt pas qu'on ne puiſſe avoir la même choſe ſans faire de multiplication, mais alors il faut toûjours conſiderer la peſanteur d'un des corps comme l'unité par rapport à l'autre, & la force auſſi de l'un des deux comme l'unité par rapport à celle de l'autre.

Par éxemple, ſi dans les nombres précedens de livres & de parties de force des deux corps nous conſiderons les parties de force du premier comme l'unité, alors les parties de force du ſecond ſeront 2 & $\frac{2}{3}$ par rapport à celle du premier; & de meſme ſi nous conſiderons les 3 livres de peſanteur du ſecond comme l'unité, le premier aura $2\frac{2}{3}$ de partie de peſanteur du ſecond; ainſi on voit que les momens de chacun de ces deux corps ſeront $2\frac{2}{3}$ & qu'ils ſeront égaux: car le produit de la

multiplication de $2\frac{2}{3}$ par l'unité est le même que celuy de l'unité par $2\frac{2}{3}$.

SUPPOSITIONS.

I.

NOus supposons que la figure du corps ne change pas sa pesanteur. Ainsi un corps pesant de figure spherique peut être réduit à un corps également pesant de figure cubique ou de telle autre qu'on voudra, ou même à une superficie pesante, ou enfin à une ligne pesante ou à un point pesant autant que le corps.

II.

Nous supposons aussi que les directions de deux corps pesans appliqués à une machine, & de toutes leurs parties considerées separément, sont toutes paralleles entr'elles : quoy qu'on croye qu'elles tendent vers le centre de la terre ; mais cette supposition ne peut apporter aucune erreur sensible dans les machines, à cause de leur peu d'étenduë par rapport à la grande distance qu'il y a de la superficie de la terre jusqu'à son centre.

III.

Nous disons que les corps pesans pesent également dans tous les points de leur ligne de direction. Car il est certain que si un corps est suspendu à un fil que l'on considere sans aucune pesanteur, il seroit impossible de sçavoir si le fil est long ou court par les differen-

tes actions du poids. De même si l'on pousse directement un corps avec une verge ou bâton que l'on considere sans pesanteur & inflexible, l'impression de la puissance sur le corps sera toûjours la même de quelque longueur que fût la verge. Ce n'est pas qu'on ne démontre fort bien que les corps doivent moins peser plus ils sont proche du centre de la terre, si l'on suppose qu'ils tendent vers ce centre; mais cette difference de pesanteur ne sçauroit être sensible dans l'étenduë des machines; c'est pourquoy on n'y a point d'égard. On doit aussi entendre la même chose de toutes sortes de puissances.

DU

DU LEVIER.

Définitions.

LE levier est une verge de quelque matiere que ce soit comme de fer ou de bois, à laquelle on applique trois poids ou puissances en differens endroits. Mais comme il n'est pas possible que cette verge n'ait de la pesanteur & qu'elle ne ploye, nous la supposons d'abord comme une ligne inflexible & sans aucun poids.

Je considere de deux especes de levier, l'un droit qui ne consiste qu'en une ligne droite, & l'autre angulaire qui est formé par deux lignes droites qui font un angle.

On divise ordinairement le levier droit en trois genres differens.

Le levier du premier genre est celuy où l'hypomochlion ou appui est placé entre le poids qui y est appliqué, & la puissance qui le soutient.

Le levier du second genre est celuy où le le poids est au milieu entre la puissance & l'appui.

Et le levier du troisiéme genre est celuy

où la puiſſance eſt au milieu entre le poids & l'appui.

Mais ſi l'on ſubſtituë des puiſſances à la place du poids & de l'appui, on ne pourra plus faire de diſtinction entre ces trois ſortes de leviers; c'eſt pourquoy nous n'y aurons aucun égard dans ce traité, parce que nous conſiderons le poids & l'appui indifferemment comme des puiſſances.

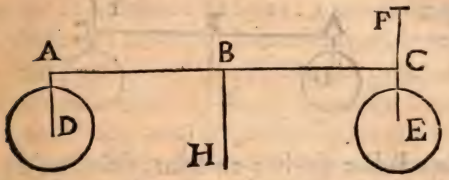
PROPOSITION. I.

SOIT *le levier droit AC aux extremités duquel A & C ſoient appliqués deux poids ou puiſſances, ou une puiſſance & un poids qui ſoient égaux entr'eux, & dont les directions ſoient paralleles & perpendiculaires au levier, & qu'au point B qui diviſe le levier AC en deux parties égales, il y ait auſſi une puiſſance H qui y ſoit appliquée avec une direction parallele aux autres, ou bien perpendiculaire au levier, & qui ſoit égale aux deux autres enſemble.*

Je dis que ces trois puiſſances ainſi appliquées à ce levier demeureront en équilibre.

Les deux poids DE étant égaux & appliqués en A & en C au levier avec des directions qu'on ſuppoſe paralleles entre elles, & les points A & C étant également éloignés

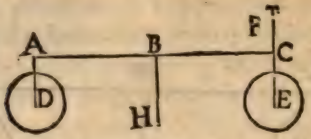
de leur point d'appui B, il eſt certain que l'un des poids ne peut ſurmonter l'autre, puiſque toutes choſes ſont égales des deux coſtés;



c'eſt pourquoy ces deux poids demeureront en équilibre entr'eux. Il ne reſte donc plus qu'à déterminer la puiſſance H qui ſoutient le levier en B.

Par la troiſiéme ſuppoſition on peut placer les deux poids D & E dans les points A C de leurs lignes de direction, leſquels ſont auſſi communs aux extremitez du levier. Et par la premiere ſuppoſition ces points peuvent auſſi être conſiderés comme deux poids qui peſent autant qu'eux & qui ſont les mêmes que A & C. Mais auſſi les deux poids A C joints par la ligne A C peuvent eſtre encore conſiderés comme un ſeul poids dont le centre de gravité ſera au milieu en B; & enfin toute la peſanteur de ce corps peut être reünie en ce ſeul point B, dont la direction ſera la même que celle de ſes parties, c'eſt-à-dire qu'elle doit être perpendiculaire au levier. Ainſi la

puiſſance H qui agit ſous le point B avec une direction perpendiculaire au levier & dans un ſens oppoſé à celuy de l'action des poids,



c'eſt-à-dire de bas en haut, doit être égale à celle de deux poids enſemble pour les ſoutenir.

Il s'enſuit donc que l'hypomochlion B qui fait l'office de cette puiſſance H ſera chargé de toute la peſanteur des deux poids.

Conſéquences.

Maintenant ſi au lieu d'un des poids comme E on applique au point C du levier une puiſſance F qui agiſſe ſuivant la même direction que le poids E, c'eſt à dire perpendiculairement au levier, il eſt évident que ſi la puiſſance F eſt égale à celle du poids E, il y aura encore équilibre entre les trois puiſſances D H F, dont F pouſſe l'extremité C du levier vers le bas comme le poids E la tiroit auſſi vers le bas, puiſque ces deux actions ne tendent qu'à la meſme fin, & D tire auſſi l'extremité A du levier vers le bas, & enfin la puiſſance H le pouſſe vers le haut par le point B avec un effort double de chacun des autres.

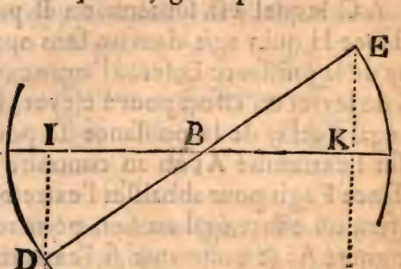
Il eſt donc auſſi évident que le poids D ou une puiſſance D qui tire l'extremité A du levier A C lequel eſt ſoutenu en B par une puiſſance H qui y agit dans un ſens oppoſé à celuy de la puiſſance D, fera à l'autre extremité C du levier un effort pour l'élever, lequel ſera égal à celuy de la puiſſance D pour abbaiſſer l'extremité A; ou au contraire ſi une puiſſance F agit pour abbaiſſer l'extremité C, elle fera un effort égal au ſien pour relever l'extremité A; & enfin que ſi l'extremité C eſt retenuë lorſque la puiſſance D la veut faire élever, cette puiſſance D agira d'un effort double du ſien ſur le milieu du levier au point B. Il en ſera de même de la puiſſance F, ſi l'extremité A eſt arrêtée.

PROPOSITION II.

SI la direction des poids ou des puiſſances appliquées aux extremités du levier n'eſt pas perpendiculaire au levier, mais qu'elle faſſe des angles égaux & ſemblablement poſés avec le levier, il y aura encore équilibre comme dans la premiere propoſition.

Soit le levier D E incliné aux directions paralleles D O, E K des puiſſances qui y ſont appliquées, il y aura équilibre entre les puiſſances égales appliquées en D & en E, le levier étant ſoutenu & arrêté par ſon milieu B,

en ſorte qu'il puiſſe ſeulement tourner ſur ce point, mais qu'il n'y gliſſe pas.



Si par le point B on méne la ligne droite I B K perpendiculaire aux lignes de direction I D O, E K des poids appliqués au levier, & qu'elle les rencontre en I & en K; par la troiſiéme ſuppoſition, en quelque endroit des lignes I O, E K que les poids ſoient appliqués ils feront toujours le même effort: c'eſt pourquoy on peut les conſiderer comme s'ils étoient ſoutenus aux points I & K de leur ligne de direction ſur la ligne I B K: mais les diſtances B I, B K depuis l'appui B juſqu'aux points I K où les poids ſont appliqués ſont égales entre elles; car les deux triangles B I D, B K E ſont égaux; c'eſt pourquoy par la premiere propoſition ce levier incliné D E aux lignes de direction des poids ſe réduiſant à un levier I K perpendiculaire

à ces mêmes lignes, & les poids étant égaux il y aura équilibre entre ces poids par la premiere proposition.

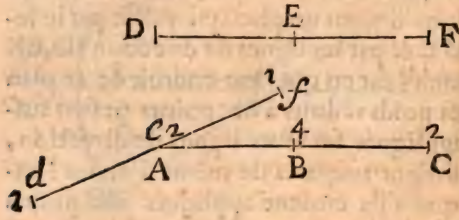
Ce seroit aussi la même chose si l'on supposoit qu'il y eut un plan qui passât par le levier D E & par les lignes de direction IO, EK des poids; car en quelque endroit de ce plan que les poids réduits à des points pesans fussent appliqués sur leurs lignes de direction, ils agiroient toûjours de même l'un sur l'autre, que s'ils étoient appliqués aux points I & K sur la ligne I K.

PROPOSITION III.

SI deux poids sont entr'eux en raison de nombre à nombre, & qu'ils soient appliqués à un levier en sorte que les distances de leur application jusqu'à l'appui soient en même raison que ces nombres, mais que la disposition soit réciproque, je dis que ces poids seront entre eux en équilibre, & que l'appui sera seulement chargé de la somme des deux poids, & non pas de la somme de leurs efforts qui sont égaux.

Soit le levier ou la balance A B C comme on l'a supposée dans la premiere proposition en sorte qu'il y ait deux poids en A & en C dont les directions soient perpendiculaires

au levier A C, & qu'au point B du milieu il y ait une puiſſance qui ſoutienne ces deux poids & qui doit par conſequent pouſſer le



levier en haut avec un effort égal aux deux poids enſemble, ou double de chacun en particulier; par exemple ſi les poids en A & en C ſont chacun de 2 livres, la puiſſance en B doit être de 4 livres.

Maintenant ſoit un autre levier DF entierement égal au levier AC, & perpendiculaire aux lignes de direction des poids, il eſt auſſi évident par la premiere propoſition, que ſi on applique aux extremités D & F deux poids égaux, comme d'une livre chacun, le point E qui eſt au milieu doit être ſoutenu avec une puiſſance de deux livres: ou, ce qui eſt la même choſe, que ces deux poids en D & en F de 1 livre chacun, tireront embas le point E avec un effort de 2 livres.

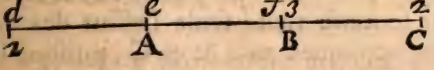
On pourra donc placer le milieu E de ce levier D F ſur le point A du premier A C, &

il est évident que les poids de 1 livre appliqués aux extrémités D & F feront le même effet sur le levier AC, que faisoit auparavant le poids de 2 livres appliqué en A.

Il est facile à voir qu'il n'importe pas quel angle le levier DF fasse avec AC étant appliqué comme en *df*, pourveû qu'il soit aussi perpendiculaire aux lignes de direction des poids, c'est à dire qu'il soit avec le levier AC dans un plan perpendiculaire à la direction des poids.

Mais aussi par les consequences de la premiere proposition, si l'on arrêtoit l'extrémité *f* du levier *df*, le seul poids de 1 livre posé en *d*, feroit un effort de 2 livres en *e* ou en A sur l'extremité du levier AC, & le levier AC demeureroit en même état qu'auparavant; c'est à dire que le seul poids de 1 livre en *d*, feroit équilibre avec le poids de 2 livres en C & le poids de 4 livres en B.

Mais comme ce sera toûjours la même chose dans quelque angle que fasse DF avec



AC sur le plan perpendiculaire à la direction des poids, on peut imaginer que la partie *ef* du levier *df* est placée sur la partie AB du

levier A C, en ſorte que ces deux lignes ſe touchent dans toute leur longueur; car ces leviers ont été ſuppoſez égaux. Ces deux leviers ne feront donc plus qu'une ſeule ligne droite ou qu'un ſeul levier *d* C, qui ayant un poids de 1 livre à ſon extremité *d*, ſera équilibre avec un poids de 2 livres placé à ſon extremité C.

Mais l'appui de ce levier ſera au point B ou *f*, où il faudra deux puiſſances pour le retenir; car celle qui eſt appliquée en B agit de bas en haut avec un effort de 4 livres, & celle qui eſt appliquée en *f*, agit avec un effort de 1 livre de haut en bas pour ſoutenir l'effort de 1 livre en *d*.

Il eſt donc évident que l'effort de 1 livre en *d* éleve le point *f* avec un effort de 1 livre; donc le poids de 1 livre en *d* en s'appuyant en A avec un effort de 2 livres, éleve l'extremité *f* avec un effort de 1 livre.

Maintenant ſi l'on joint enſemble les points *f* & B, il ſera auſſi evident qu'il ne faudra plus qu'un effort de 3 livres à la puiſſance appliquée en B qui pouſſe de bas en haut pour ſoutenir toute ſeule l'effort des deux poids appliquez en *a* & en C, puiſque l'effort du poids de 1 livre en *d* ſoulage le poids de 4 livres appliqué en B, en élevant ce meſme point B qui eſt joint au point *f*, avec un effort de 1 livre égal à celuy qu'il a en *d*.

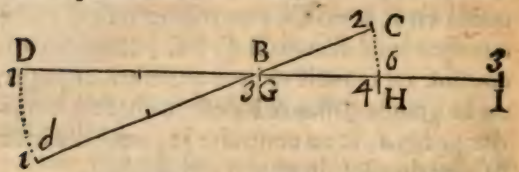
On connoît donc par cette demonſtration, que les deux poids en C & en *d*, qui ſont en équilibre comme étoient les deux poids en E & en C, ont même raiſon entre eux que les diſtances B*d*, B C, & qu'elle eſt comme 2 à 1, mais réciproquement diſpoſée; car la grande diſtance B*d* eſt du côté du moindre poids *d*, & au contraire la petite diſtance BC eſt du côté du plus grand poids C.

De plus, on voit que l'appui en B, ou la puiſſance qui ſoutient ces deux poids eſt égale à la ſomme des deux poids, c'eſt à dire à 3 livres dans cet exemple. Il y aura donc même raiſon entre chacun des poids en équilibre, & la puiſſance qui les ſoutient tous deux, qu'entre les parties du levier où ils ſont appliqués, & le levier entier.

Si au lieu des deux poids placés en *d* & en C on ſuppoſe des puiſſances qui tirent du même ſens que les poids, c'eſt-à-dire de haut en bas, ou qui pouſſent auſſi de haut en bas, ce ſera toûjours la même choſe.

Soit maintenant un autre levier ou balance G I égale à la premiere AC, *(Fig. ſuivante)* & qui ſoit diviſée en deux également en H. Par la premiere propoſition deux poids égaux placés en G & I à ſes extremités ſeront en équilibre entr'eux, & la puiſſance en H qui les ſoutiendra tous deux ſera double de chacun en particulier, ou égale à tous deux

enſemble; car je ſuppoſe que ce levier eſt perpendiculaire à la direction des poids & de la puiſſance.



Ainſi le poids de 3 livres appliqué en G ſera équilibre avec le poids de 3 livres appliqué en I, & tous deux enſemble avec la puiſſance H qui ſera de 6 livres.

Si l'on applique maintenant le point B de la balance ou du levier precedent *d* C, au point G de celuy-cy dans quel angle on voudra, pourveu que le levier ſoit auſſi perpendiculaire à la direction des poids, il eſt évident, comme on l'a démontré, que le poids d'une livre en *d*, & le poids de deux livres en C qui ſont en équilibre, & qui font enſemble un effort de 3 livres au point B pour l'abbaiſſer, feront le même effet ſur le point G de la balance, que le poids de 3 livres y faiſoit auparavant.

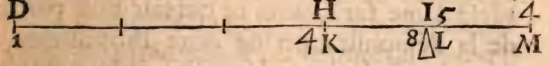
Enfin ſi le point C eſt joint au point H, ces deux leviers enſemble ne feront plus qu'un ſeul levier ID. Mais le ſeul poids d'une livre en D faiſant un effort de 3 livres pour abbaiſſer le point G, en fait un en même temps de

2 livres

2 livres pour relever le point H auquel le point C s'eſt joint. Il ne faudra donc plus à la puiſſance H qu'un effort de 4 livres pour ſoutenir ce levier compoſé, dont le point I eſt chargé de 3 livres, & le point D d'une livre, ces deux poids étant en équilibre.

Il y aura donc même raiſon entre les poids D & I, qu'entre les parties du levier HI, HD, qui eſt celle de 1 à 3, & chacune à la puiſſance H, comme les parties du levier à tout le levier, c'eſt à dire comme 1 ou 3 à 4.

Si l'on pourſuit de même, & qu'on applique ce dernier levier D H I ſur un autre K M



ſemblable au premier, qui porte à ſes extrémités K, M des poids égaux de 4 livres chacun, & qui eſt ſoutenu par une puiſſance L double de chacun, c'eſt à dire de 8 livres; il eſt évident que le point H du levier D I qui eſt pouſſé en bas avec un effort de 4 livres par le poids de 1 livre en D, & par celuy de 3 livres en I, fera le même effet ſur le point K du levier K M, que le poids de 4 livres; c'eſt pourquoy le point I du levier D I étant retenu en I ou en L où il eſt joint en ſorte qu'il ne puiſſe s'élever, le ſeul poids d'une livre en D fera un effort de 4 livres ſur

le point K du levier KM: il y aura donc équilibre entre le poids de 1 livre placé en D, & le poids de 4 livres en M.

Mais le poids d'une livre en D éleve le point I avec un effort de 3 livres, ce qui soulage de 3 livres la puissance L de 8 livres, en sorte qu'elle se réduit à 5 livres.

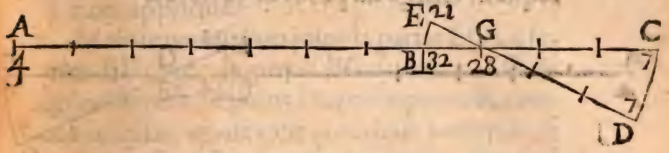
On voit donc qu'il y aura équilibre entre les poids D & M, qui seront entr'eux comme les parties du levier L M, L D, & qu'ils seront à la puissance L, comme chaque partie du levier au levier entier.

On trouvera toûjours la même chose en poursuivant à l'infini ces applications des leviers l'une sur l'autre, ce qui fait une partie de la démonstration de cette Proposition; car on a seulement démontré qu'il y avoit toûjours même raison entre un poids comme celuy de 1 livre, & son multiple dans quelque nombre que ce soit, comme de 15, 20, 100, &c. qu'entre les parties du levier.

Il reste donc à démontrer la même chose quand les poids sont chacun quelle partie on voudra l'un de l'autre; comme si l'un est de 3 livres & l'autre de 7 livres, ou l'un de 4 & l'autre de 9 &c.

Soit donc par exemple un des poids de 4 livres, & l'autre de 7 qui soient appliqués au levier en A & en C avec les conditions précédentes des directions perpendiculaires au levier.

Je diviſe le levier A C en onze parties égales entr'elles, qui eſt le nombre de la ſomme des parties des deux poids, puiſque l'un eſt 7, & l'autre 4. Enſuite je poſe l'appui au point B qui retranche du levier 7 de ſes par-

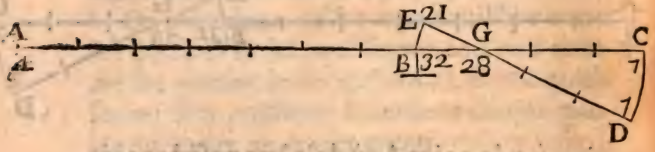


ties vers le point A où doit être poſé le poids de 4 livres, & quatre de l'autre où doit être poſé le poids de 7 livres; & je dis que ſi l'appui eſt poſé au point B ſous ce levier, le poids de 4 livres en A, & le poids de 7 livres en C ſeront en équilibre, & que l'appui ſera chargé de 11 livres qui eſt la ſomme des poids.

Il eſt évident par ce qui a été démontré dans la premiere partie de cette Propoſition, que s'il y avoit un poids de 1 livre appliqué au point A de ce levier, & un autre de 7 livres appliqué au point G, & qu'il n'y eût que ces deux là ſeulement ſur ce levier, ils demeureroient en équilibre ſur l'hypomochlion B; car B G ſeroit une partie de ce levier, & B A en ſeroit 7. Ce ſera encore la même choſe ſi le poids appliqué en A eſt de 4 livres, & que l'autre ſoit de 28 livres; puiſqu'on doit conſiderer un poids de 4 livres

par rapport à un de 28, comme un de 1 livre à un de 7.

Soit donc le poids de 4 livres appliqué en A, & le poids de 28 livres appliqué en G sur l'hypomochlion ou appui B, qui sera par conséquent chargé du poids de 32 livres.



Maintenant si au lieu du poids de 28 livres appliqué en G, on y pose le point G d'un levier E D, comme on a fait dans la premiere partie de cette démonstration, & que ce levier ait autant de parties qu'il y en a dans le poids placé en A, c'est à dire 4, & qu'une seule de ces parties soit depuis G jusqu'en E, & les trois autres depuis G jusqu'en D. Enfin qu'on applique à l'extremité D de ce levier l'autre poids qui est de 7 livres, & qu'en E on en pose un autre qui soit multiple de 7 suivant le nombre des parties de DG, qui sera 21 produit de 7 par 3 :

Il est certain par les démonstrations de la premiere partie de cette proposition, que les poids de 21 livres en E, & de 7 livres en D seront en équilibre sur le levier E D posé sur son appui G, & que cet appui sera chargé de

28 livres, qui eſt la ſomme des poids. Car ces deux poids ont entre eux la même raiſon que celle des parties du levier. Ce levier E D étant donc ainſi chargé, & étant appuyé ſur le point G du levier AG, fera le même effort en ce point, que ſi le poids de 28 livres y étoit appliqué.

Maintenant ſi l'on joint la partie EG du levier ED, avec la partie BG du levier AG, & qu'on arrête le point E avec le point B, comme on a fait cy-devant, ces deux leviers ainſi joints enſemble n'en feront plus qu'un ſeul A B C, dont l'extremité A ſera chargée d'un poids de 4 livres, & l'extremité C d'un poids de 7 livres: & l'extremité E du levier E D étant alors arrêtée en B, fera un effort de 28 livres en G, ce qui eſt neceſſaire pour ſoutenir le poids de 4 livres en A. Mais le même poids de 7 livres en C, qui fait l'effort de 28 en G pour l'abbaiſſer, fait auſſi à même temps un effort de 21 livres pour relever le point B. Il eſt donc évident qu'il ne faudra plus à la puiſſance B que 11 livres pour ſoutenir tout ce levier; car il luy falloit auparavant 32 livres, & le ſeul poids de 7 livres appliqué à l'extremité C du levier B G C, en s'appuyant en G avec un effort de 28 livres, a ſoulagé ou relevé le point B de 21 livres; c'eſt pourquoy il ne reſte plus pour B que 11 livres.

Il eſt donc évident que le levier AC étant chargé à ſon extremité A de 4 livres, & à ſon extremité C de 7 livres, demeurera en équilibre ſur l'appui B, qui le diviſe dans la raiſon des poids, mais dans une diſpoſition réciproque, & que cet appui ſera chargé de la ſomme des deux poids qui eſt de 11 livres; & c'eſt enfin ce qu'il falloit démontrer.

Conſéquence.

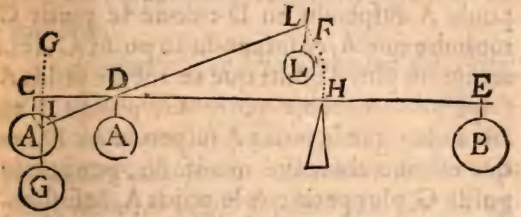
Il ſuit de cette démonſtration, que ſi l'on conſidere deux poids tels que nous les avons ſuppoſés & qui ſoient placés aux extrémités d'un levier, & joints enſemble par le levier, comme un ſeul corps peſant, le point d'appui de ce levier ſera ſon centre de gravité, & l'on pourra ſuppoſer que ce point péſe autant que tout le corps ou que les deux poids enſemble.

LEMME.

SOIT *le levier CE posé ſur l'appui H, & chargé de deux poids A & B à ſes extrémités: Je dis que le poids A ſuſpendu en C, fait plus d'effort ſur le poids B ſuſpendu en E, que ſi ce poids A étoit ſuſpendu plus proche de l'appui H, comme en D.*

Si cela n'eſt pas ainſi, & qu'il ſoit poſſible que le poids A ſuſpendu en D faſſe autant ou

plus d'effort sur le poids B suspendu en E, que ce même poids A suspendu en C; soit appliqué le levier I F dans le plan perpendiculaire à la direction des poids, & qui fasse quel angle on voudra avec C H, lequel passe par le



point D, & qui ait ses bras D I, D F égaux aux lignes D C, D H; si ce levier I D F est arrêté en I & en F à ses extrémités par deux puissances G L, & que ce levier fasse au point D le même effet que le poids A y faisoit auparavant; il est évident que la puissance G ne sera pas chargée toute seule de l'effort du poids A, mais qu'elle n'en portera qu'une partie, puisque la puissance L luy aide aussi à en porter une partie.

Maintenant si le point F est posé en H, le point I se trouvera en C, puisque ce levier sera joint à la ligne C H, & les poids demeureront encore dans l'état qu'ils étoient auparavant: c'est à dire que si le poids A suspendu en D faisoit équilibre avec le poids B suspen-

du en E, auſſi une puiſſance ou un poids G, moindre que le poids A, lequel eſt appliqué en I, & qui ſera joint pour lors au point C, ſera encore équilibre avec le poids B. Mais par l'hypotheſe le poids A ſuſpendu en C ne fait qu'autant ou même moins que le même poids A ſuſpendu en D : donc le poids G moindre que A, & ſuſpendu au point C, ſera autant ou plus d'effort que ce même poids A ſuſpendu au même point C, puiſqu'il en fait autant que le poids A ſuſpendu en D, ce qui eſt une abſurdité manifeſte, puiſque le poids G plus petit que le poids A, & ſuſpendu au même point C de la balance, ne ſçauroit faire ſur cette balance un effort égal, ni plus grand que celuy de ce même poids A ; il n'eſt donc pas vray que le poids A ſuſpendu en D puiſſe faire ſur la balance un effort égal ni plus grand que celuy de ce même poids A ſuſpendu en C.

Cette propoſition a eſté miſe en axiome par quelques Geométres, mais d'autres l'ont ſuppoſée ſans en rien dire ; cependant ce n'eſt pas une choſe ſi claire qu'elle puiſſe eſtre receuë ſans difficulté, & l'on ne pourroit tout au plus la ſuppoſer que comme un principe d'experience.

PROPOSITION IV.

IL faut démontrer maintenant la même chose que dans la proposition précédente, quelque rapport que les poids puissent avoir entr'eux.

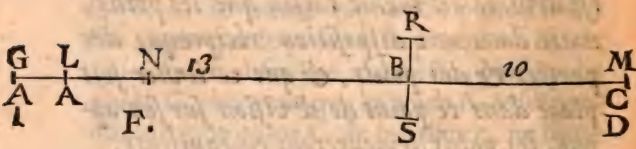
Je dis encore que si la longueur du levier est divisée en même raison que les poids, mais dans une disposition réciproque des parties & des poids, & que ce levier soit placé dans ce point de division sur son appui, les poids demeureront en équilibre.

Soit le levier L M qui porte à ses extrémités les poids A & C, dont les directions sont perpendiculaires au levier; si l'on divise ce levier au point B, en sorte qu'il y ait même raison de B L à B M, que du poids C au poids A: je dis que ce levier étant posé sur son appui au point B, il y aura équilibre entre les poids A & C.

S'il n'y a pas équilibre entre ces poids, l'un emportera l'autre; par exemple, que le poids A emporte le poids C. Soit donc ajoûté au poids C un autre poids D, en sorte que ces deux poids ensemble C D fassent équilibre, s'il est possible, avec le seul poids A.

Qu'on divise maintenant le poids A en au-

tant de parties égales entr'elles qu'il en faudra pour faire qu'un certain nombre de ces parties soit plus grand que C, & plus petit que C joint avec D, ce qui est toûjours possible, & que cette partie de A soit par éxemple un dixiéme qui soit le poids F, il y aura donc justement 10 poids F dans le poids A; mais que 13 poids F soient ensemble plus



grands que le poids C, mais plus petits que le poids C joint au poids D.

Ayant divisé B M en autant de parties égales entr'elles qu'il y a de parties ou de petits poids F dans le poids A qui sera icy en 10, il est évident que B L ne contiendra pas 13 de ces parties. Car puisqu'il y a même raison de A à C, que de B M à B L, 13 dixiémes parties de B M doivent estre plus grandes que B L, puisque 13 dixiémes parties du poids A sont plus grandes que le poids C. Ainsi ces 13 dixiémes parties de BM tomberont en G sur le levier au delà de A, en commençant à B.

Mais par la precédente proposition il est certain qu'un poids égal à 13 F placé à l'extré-

mité M du levier, demeurera en équilibre avec le poids A égal à 10 F placé en G. Et par la construction 13 poids F sont plus petits que le poids C joint au poids D : donc le poids A placé en G fera équilibre avec un poids moindre que C joint avec D. Il faudra donc ajoûter au poids A placé en G, un autre poids, comme I, pour faire équilibre avec le poids C plus D.

Il s'ensuit donc delà que le seul poids A placé en L, qui faisoit équilibre avec les poids ensemble C & D placés en M, ne le peut plus faire qu'avec le secours du poids I, quand il est plus éloigné de l'hypomochlion ou appui B, ce qui ne peut pas être par le Lemme précedent, puisqu'au lieu d'avoir un plus grand effort sur les poids ensemble C & D, il en a un moindre.

Il est donc vray que le poids A placé en L fera équilibre avec le poids C placé en M, quand le point d'appui du levier le divise dans la raison des poids, mais réciproquement ; ce qu'il falloit démontrer.

Je dis de plus que l'appui B est chargé de la somme des deux poids A & C.

Si nous supposons que les poids A & C sont reünis dans les seuls points L & M de leurs lignes de direction, on pourra les considerer comme ne faisant qu'un seul corps par le moyen de la ligne L M qui est le levier, &

qui les joint tous deux. Mais ce corps eſt ſoutenu en équilibre ſur le point B, comme nous venons de le démontrer, en ſorte que le point B ſoutient toute ſa peſanteur abſoluë, comme s'il étoit reüni dans ce ſeul point qui eſt ſon centre de gravité.

Quoyque cette propoſition ne puiſſe pas recevoir de difficulté, ſur tout aprés avoir démontré qu'elle eſt toûjours veritable quand les poids ſont entr'eux comme nombre à nombre, quelque grand que puiſſe être le nombre de leurs parties; car ſi l'on prend dans les poids des parties égales & indéfiniment petites, on pourra conſidérer leur rapport comme de nombre à nombre. Cependant voicy encore une maniere particuliere pour la démontrer.

Je conſidere le levier LM compoſé de deux leviers qui ſont d'abord ſeparés, dont le premier eſt NM, & ſes deux parties BM, BN ſont égales entr'elles, & ſon appui eſt en B. L'autre eſt LNB, dont l'appui eſt en N. Il eſt évident par ce qui a été démontré cy-devant, que ſi le poids C eſt attaché à l'extrémité M du levier NBM, & qu'au point N il y en ait un autre qui ſoit égal à C, l'appui S appliqué en B ſera chargé de la ſomme de ces deux poids, c'eſt-à-dire du double de C. Maintenant ſi à l'extrémité L du levier LNB on applique le poids A, & qu'on retienne l'extrémité

l'extrémité B avec la puiſſance R qui la pouſſe vers le bas pendant qu'une puiſſance pouſſe ce levier vers le haut par le point N ; & ſi cette puiſſance eſt égale au poids C, le poids A fera autant d'effort pour faire deſcendre l'endroit N du levier, que le poids C en fait pour le faire monter : ainſi ces deux leviers appliquez l'un ſur l'autre ſeront en équilibre avec leurs poids A & C. Mais nous avons démontré que ces deux poids ſont en équilibre, il faut donc que le poids A appliqué à ſon levier L N B, & retenu en B, faſſe au point N un effort égal au poids C ; car s'il le faiſoit ou plus grand ou plus petit, il le feroit deſcendre en deſcendant avec luy, ou bien il luy céderoit, & il ſeroit obligé de monter.

Puiſqu'ils ſont donc en équilibre, il n'eſt plus queſtion que de déterminer les puiſſances qui retiennent le point B commun à ces deux leviers. Premierement le point B du levier M N eſt pouſſé vers le bas par l'effort du poids C, avec un effort S double de celuy du poids C ; mais au contraire ce même point B eſt pouſſé vers le haut par l'effort du poids A, avec un effort R qui eſt au ſien, comme B N à L N, par ce qui a eſté démontré cy-devant ; car la puiſſance R qui retient le point B, en le pouſſant embas eſt au poids A ſur le levier L N B, comme L N à B N.

Enfin ſi l'on imagine que les points B de

chacun de ces deux leviers ſont joints enſemble, les deux efforts qui s'y font agiront auſſi enſemble, c'eſt-à-dire que l'effort S double de C ſera ſoulagé de l'effort R. Mais par la conſtruction N B eſt à N L, comme A eſt à R, & en compoſant N B plus N L, ce qui eſt égal à L B, ſera à N B, comme A plus R eſt à A; & en raiſon alterne N B, ou M B ſon égale eſt à A, comme L B à A, plus R; mais auſſi par ce qui a eſté démontré du rapport des deux poids A & C aux parties du levier C B, L B réciproquement priſes, on a M B à A, comme L B à C.

Il s'enſuit donc que C eſt égal à A plus R.

Maintenant ſi à chacune de ces parties égales on ajoûte C, & qu'on en ôte R, on aura 2 C moins R égaux à A plus C.

Il eſt donc évident que le point B du levier aura la charge des poids A & C joints enſemble, puiſqu'il avoit celle de deux C moins R; & c'eſt enfin ce qu'il falloit démontrer.

Conſéquence.

Il s'enſuit de cette démonſtration, que l'augmentation de l'effort des puiſſances que peut acquerir un levier, ne luy vient que de l'appui: car ſi une livre à l'extrémité d'un levier en ſoutient 100 à l'autre extrémité, ce n'eſt que parce que l'appui en ſoutient 99, comme on l'a pû voir clairement dans les démonſtrations précédentes.

PROPOSITION V.

S'IL y a trois puissances appliquées à un levier avec des directions qui luy soient perpendiculaires, & que deux de ces puissances soient en équilibre entr'elles, & qu'elles soient soutenuës par la troisiéme qui doit être necessairement entre deux, & qui leur est égale à toutes deux ensemble par les deux dernieres propositions.

Je dis qu'on peut toûjours supposer un poids & un appui à la place de deux de ces puissances, sans qu'il arrive aucun changement à l'équilibre, & c'est ce qui comprend les trois genres de leviers ordinaires.

Cette proposition est évidente par ce qui a esté démontré dans les deux dernieres propositions; car on pourra toûjours substituer une puissance à la place d'un poids quand elle fera le même effort pour tirer ou pousser le levier, puisque l'effort des puissances peut être toûjours mesuré par des poids, & celuy des poids par des puissances; & à la place de l'appui, une autre puissance qui agit en sens contraire. Ainsi il n'importe point que l'appui soit entre la puissance & le poids, ou à l'une des extrémitez du levier, & que la puis-

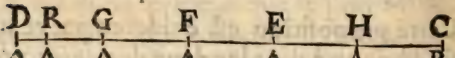
ſance ou le poids ſoit au milieu; ce qui fait les trois genres du levier droit.

PROPOSITION VI.

SI deux poids ou deux puiſſances, ou bien une puiſſance & un poids, ſont appliqués à un levier qui eſt ſoutenu ſur ſon appui & qu'il y ait équilibre les directions étant perpendiculaires au levier.

Je dis que les momens ſeront égaux.

Nous avons vû dans la troiſiéme & quatriéme propoſition qu'un poids comme A augmente ſon effort ſur un poids comme B quand ils ſont tous deux appliquez au levier



D C qui eſt poſé ſur l'hypomochlion H, dans la proportion de ſon éloignement à cet hypomochlion.

Car ſi le poids A eſt placé en E, la diſtance H E depuis l'hypomochlion étant égale à H C où eſt appliqué le poids B, l'effort du poids A ſera le même que l'effort du poids B, ſi ils ſont égaux: mais ce même poids A étant tranſporté en F, H F étant double de H E,

il aura un effort double de celuy qu'il avoit en E, puisqu'il peut soutenir en C un poids double de B qu'il soutenoit auparavant. Et de même si ce poids A est en G ou en D, les distances FG, GD étant chacune égale à HE, il soutiendra en C un poids triple ou quadruple de celuy qu'il soutenoit auparavant; ainsi son effort en G sera triple de celuy qu'il avoit en E, & en D il sera quadruple, car HG est triple de HE, & HD en est quadruple. Ce que je viens de dire de l'effort augmenté du double, du triple ou du quadruple, se doit entendre de même de toute autre proportion, puisque par la Proposition IV. il y aura toûjours même rapport entre la distance HC ou HE, & quelqu'autre distance comme HR, qu'entre le poids A placé en R, & le poids B placé en C.

Mais par la définition quatriéme le produit du poids A appliqué en R par la distance HR qui mesure son effort, sera le moment du poids A dans cette position sur le levier; & semblablement le produit du poids B par sa distance HC qui mesure aussi son effort, sera le moment du poids B. Mais puisque dans le cas de l'équilibre il y a même raison de HC à HR, que du poids A au poids B, aussi le produit de HR par A sera égal au produit de HC par B; ce qu'il falloit démontrer.

Conséquence.

Il s'ensuit de ce qu'on vient de démontrer,

que le poids ou la puiſſance qui aura un plus grand moment qu'un autre poids ou puiſſance, l'emportera; & qu'au contraire celuy qui en aura un moindre ſera emporté. Car puiſque les momens ſont égaux dans le cas de l'équilibre, le moment ſera augmenté par addition de poids, ou augmentation d'effort. Mais ſi le poids eſt plus grand, il emportera néceſſairement l'autre; ſi l'effort eſt plus grand, il ſera plus éloigné de l'appui qu'il n'étoit auparavant, & par conſéquent il emportera encore l'autre. Mais ſi le moment eſt moindre, il arrivera le contraire, comme il eſt évident.

PROPOSITION VII.

UNE puiſſance peut augmenter ſon effort à l'infini, ſans augmenter ſa charge ſur l'appui.

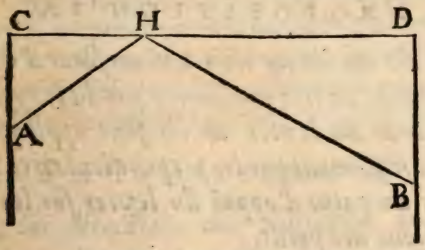
Cette propoſition n'eſt qu'une conſéquence des précédentes. Car puiſque l'effort d'une puiſſance dépend de la diſtance entre l'appui & l'endroit où elle eſt appliquée ſur le levier, il eſt évident que l'effort augmentera à proportion que cette diſtance ſera plus grande, mais elle ne fera pas pour cela plus de charge ſur l'appui, puiſque par la troiſiéme ou quatriéme propoſition l'appui ne ſera pas chargé de l'effort des puiſſances ou poids, ce qui eſt

la puiſſance ou la peſanteur relative, mais ſeulement de leur puiſſance ou peſanteur abſoluë.

PROPOSITION VIII.

SOIT *un levier angulaire A H B qui eſt chargé à ſes extrémités de deux poids A B, dont les directions A C, B D ſont paralleles ent'relles : Je dis qu'on peut réduire ce levier angulaire à un levier droit, ſans changer les poids ny leur direction.*

Par le ſommet H de l'angle A H B du levier, ayant mené la ligne droite C H D perpendiculaire aux directions paralleles A C, B D; Je dis que cette ligne C H ſera le levier



droit auquel ſe réduit le levier angulaire A H B.

Si l'on conçoit qu'il y a un plan qui paſſe par les lignes de direction AC, BD, il paſſera

auſſi par l'angle H du levier ; & par la troiſiéme ſuppoſition, en quelque endroit que ſoit le poids A dans ſa ligne de direction AC ſur le plan A C B D il y peſera également, c'eſt-à-dire qu'il y fera toûjours le même effort : on peut donc le ſuppoſer au point C, auſſi-bien qu'au point A. Il en ſera de même du poids B, qu'on peut auſſi ſuppoſer en D dans ſa ligne de direction BD, & qui y fera le même effort par rapport à ſa diſtance de l'hypomochlion H. Mais ces deux poids A & B étant placés en C & en D, feront équilibre entr'eux ſur le levier droit, comme ils le faiſoient auparavant en A & en B ſur le levier angulaire A H B. On a donc réduit le levier angulaire au levier droit, ſans changer les poids ny leur direction.

PROPOSITION IX.

JE dis qu'on ne doit pas meſurer l'effort des poids ou des puiſſances par la longueur des bras du levier où ils ſont appliqués : mais ſeulement par les perpendiculaires menées du point d'appui du levier ſur les directions des poids.

Par les propoſitions troiſiéme & quatriéme, il eſt évident qu'il y aura équilibre entre des puiſſances ou des poids appliqués ſur le levier

droit C D aux points C D *(Fig. préced.)* ſi ces poids ſont entr'eux en raiſon réciproque des longueurs des bras H D, H C. Mais par la propoſition précédente, les poids appliqués en A & en B en quel endroit on voudra de leurs lignes de direction, AC, B D doivent être conſidérés comme s'ils étoient placés aux extrémités C D du levier droit ; c'eſt pourquoy l'effort de ces poids ſe doit ſeulement meſurer par la longueur des lignes HC, H D, qui ſont les plus courtes qu'on puiſſe mener de l'appui H aux lignes de direction, puiſqu'elles leur ſont perpendiculaires, & non pas par celle de H A, H B qui peuvent avoir entr'elles des rapports tres-differens de H C à H D.

Remarque.

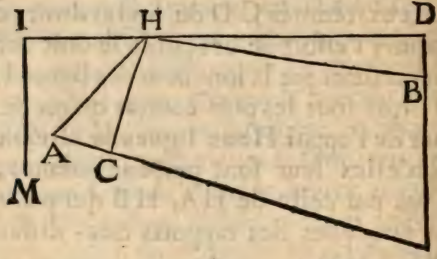
Si les triangles HAC, HBD étoient ſemblables, on pourroit auſſi meſurer l'effort des poids A & B par la longueur des lignes HA, H B, ce qui eſt évident puiſqu'elles auroient entr'elles le même rapport que H C & H D.

Proposition X.

Si les directions des puiſſances ou des poids appliqués à un levier angulaire ne ſont pas paralleles entr'elles, ce levier angulaire ſe réduit à un autre angulaire dans lequel l'effort des puiſſances eſt meſuré par

les longueurs des bras de ce levier réduit, ſans changer les poids ny leur direction.

Soit le levier angulaire A H B, aux extrémités duquel ſont appliqués les poids ou puiſſances A B, avec les directions A C, B D qui



ne ſont pas paralleles entr'elles. De l'appui H ayant mené les perpendiculaires HC, HD ſur les lignes de direction AC, BD; je dis que le levier angulaire A H B eſt réduit à un autre angulaire CHD, dont les bras HC, HD meſurent l'effort des poids AB pour faire équilibre.

Par la neuviéme propoſition, il eſt évident que l'effort de la puiſſance A appliquée en A au levier A H B avec la direction AC, doit être meſuré par la ligne droite H C perpendiculaire à la direction. De même l'effort de la puiſſance B avec la direction B D doit être meſuré par la ligne H D perpendiculaire à

BD. Mais si l'on suppose que CAIDB soit un plan qui se puisse mouvoir sur le point H, il est évident que la puissance A étant considerée comme appliquée en C avec tout l'effort dont elle est capable, tend à faire tourner ce plan autour du point H, de même que si elle étoit appliquée en tout autre point de ce plan, comme I, lequel seroit aussi éloigné de H que le point C; & par conséquent si DH est prolongé en I, & que HI soit égale à HC, la puissance A étant appliquée avec une direction IM perpendiculaire à IHD, fera autant d'effort à mouvoir le poids B appliqué sur ce plan, que si elle étoit en C: mais aussi la puissance B en fera autant en D qu'en B, puisque D est sur sa ligne de direction DB. Si les poids ou les puissances A & B sont donc entr'elles en même raison réciproque que les bras HD, HC du levier angulaire, elles seront en équilibre par la troisiéme & quatriéme proposition: ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XI.

UN levier angulaire avec des puissances appliquées par des directions perpendiculaires à ses bras, se réduit à un levier droit sans changer la longueur des bras ny les puissances.

Cette proposition suit de la précédente.

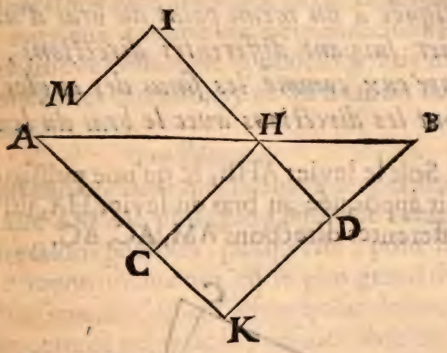
Car nous avons vû que le levier angulaire C H B, *(Fig. précédente)* dont les directions des puiſſances ſont perpendiculaires aux bras du levier, ſe réduit à un levier droit I H D ſans changer la longueur des bras, puiſque I H eſt égale à C H, ny les puiſſances, & qu'il y aura équilibre ſur ce levier droit entre les mêmes puiſſances que celles qui étoient appliquées ſur le levier oblique C H D, les directions de ces puiſſances étant perpendiculaires à leurs bras dans ces deux leviers.

Proposition XII.

Un levier droit avec des directions obliques & differemment inclinées ſe réduit à un levier angulaire ſans changer les directions ny les puiſſances, & enfin à un levier droit en changeant une des directions des puiſſances.

Le levier droit A H B, dont les puiſſances en A & en B ont leurs directions A C, B D differemment inclinées au levier, ſe peut réduire à un levier angulaire C H D, ſans changer les directions ny les puiſſances par la dixiéme propoſition, car il n'importe pas que le levier propoſé ſoit droit ou angulaire, pourveu que les bras du levier qui meſurent l'effort des puiſſances, ſoient les perpendiculaires

res HC, HD sur les directions. Mais par la précédente proposition ce levier angulaire réduit à C H D, peut encore se réduire au le-

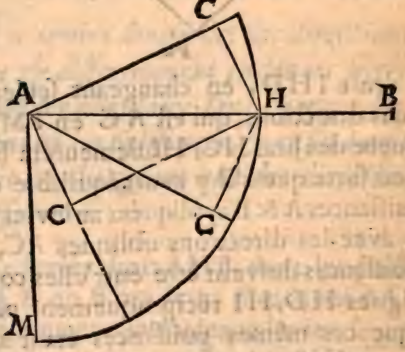


vier droit I H D, en changeant seulement une des directions, qui est A C en I M, & la longueur des bras HC, HI demeurera la même; en sorte que s'il y avoit équilibre entre les puissances A & B appliquées au levier droit A B, avec les directions obliques AC, BD, ces puissances doivent être entr'elles comme les lignes H D, H I réciproquement prises, puisque ces mêmes puissances étant appliquées au levier droit I H D avec des directions qui luy soient perpendiculaires, demeureront en équilibre.

PROPOSITION XIII.

LES differens efforts d'une puiſſance appliquée à un même point du bras d'un levier ſuivant differentes directions, ſont entr'eux comme les ſinus des angles que font les directions avec le bras du levier.

Soit le levier AHB, & qu'une puiſſance A ſoit appliquée au bras du levier HA, ſuivant differentes directions AM, AC, AC.



Par la neuviéme propoſition, l'effort du poids ou de la puiſſance A appliquée au levier ſuivant differentes directions, ſe doit meſurer par les perpendiculaires HC menées du point d'appui H du levier ſur les dire-

ctions. Mais si du centre A, & pour rayon AH, on décrit le cercle MH, toutes les lignes HC seront les sinus droits des angles HAC des directions avec le levier; ces sinus seront donc entr'eux comme les perpendiculaires qui mesurent l'effort de la puissance suivant ses differentes directions; ce qu'il falloit démontrer.

Conséquence.

Il est aussi évident que la direction perpendiculaire AM a le plus grand effort de toutes les directions possibles, puisqu'elle a pour sinus le rayon même qui est le plus grand de tous les sinus, & c'est cet effort qu'on doit regarder comme celuy de la puissance absoluë.

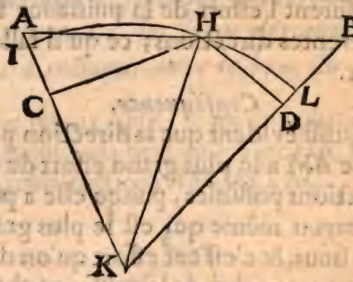
PROPOSITION XIV.

LES extrémités AB d'un levier ou droit ou angulaire étant tirées par des puissances dont les directions AK, BK concourent entr'elles au point K:

Je dis que pour faire équilibre entre ces puissances, il faut qu'elles soient l'une à l'autre réciproquement, comme les sinus des angles que font les directions avec la ligne KH menée du concours K des directions à l'appui H.

De l'appui H ayant mené les lignes HC,

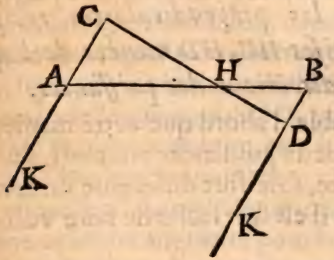
HD perpendiculaires sur les directions AK, BK, par la neuviéme proposition l'effort des puissances doit être mesuré par les perpendiculaires HC, HD ; mais par la douziéme pro-



position ce levier se réduit à un levier droit, ce qui montre qu'il y aura équilibre entre les puissances appliquées en A & en B, si elles sont entr'elles comme les perpendiculaires HD, HC menées à leurs lignes de direction & prises réciproquement. Mais si du centre K & pour rayon KH on décrit un cercle, il est évident que HC sera le sinus de l'angle AKH ; & semblablement HD le sinus de l'angle BKH ; donc pour faire équilibre les puissances doivent être comme les sinus réciproquement pris des angles faits par les directions & par la ligne menée du concours K des directions, au point d'appui H.

Conſéquence.

Il s'enſuit de cette démonſtration, que ſi les directions étoient paralleles entr'elles, & perpendiculaires aux bras du levier, ces ſinus



ſeroient les mêmes bras du levier; & enfin ſi ces directions paralleles étoient inclinées aux bras du levier, une même ligne CHD perpendiculaire aux directions AK, BK donneroit le même rapport que ces ſinus, dont le ſommet de l'angle ſeroit à diſtance infinie, à cauſe des directions paralleles, & ces lignes HC, HD qui meſurent l'effort réciproque des puiſſances, ſeroient entr'elles dans ce cas comme les bras HA, HB du levier, à cauſe des triangles ſemblables & rectangles HCA, HDB.

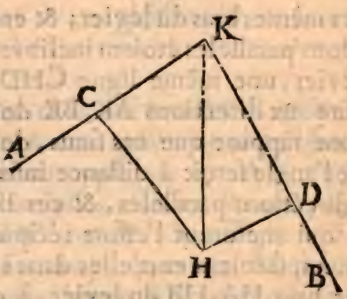
Proposition XV.

Si une verge roide HK eſt appuyée au point H, & qu'elle ſoit tirée à ſon extré-

mité K par deux puiſſances A & B, ſelon telles directions qu'on voudra KA, KB:

Je dis que pour faire équilibre entre ces puiſſances, il faut qu'elles ſoient entr'elles comme les perpendiculaires réciproquement priſes HC, HD menées de l'appui H ſur les directions des puiſſances.

Il ſemble d'abord que cette maniere d'appliquer deux puiſſances pour agir l'une contre l'autre, ſoit fort differente du levier; cependant il eſt fort facile de faire voir que ce



n'eſt qu'un levier dont les deux bras ſont joints enſemble; & qu'on peut les ſeparer en les réduiſant ſuivant les propoſitions précédentes.

Car ſi de l'appui H on mene les perpendiculaires HC, HD ſur les directions AK, BK, il eſt évident qu'on pourra alors conſidérer

ces deux perpendiculaires HC, HD qui font un angle en H, comme les bras d'un levier angulaire, aux extrémités duquel C & D les puiſſances A & B ſont appliquées avec des directions perpendiculaires, puiſque les puiſſances peuvent être conſiderées comme étant appliquées dans quelqu'endroit que ce ſoit de leur ligne de direction; par la troiſiéme ſuppoſition; le levier double HK où la ſeule verge HK ſera donc réduite à un levier angulaire, en ſorte que les puiſſances y feront le même effort ſans changer leurs directions; & comme ce levier angulaire peut être réduit à un levier droit en changeant une des directions ſans changer la puiſſance ni la longueur du bras, il y aura équilibre entre les puiſſances ſi elles ſont entr'elles comme les perpendiculaires HC, HD priſes réciproquement; ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XVI.

LA propoſition précédente nous fournit une maniere de réduire toutes ſortes de leviers à une eſpece de levier qui n'a qu'un bras, où dont les deux bras ſont joints enſemble, lorſque les directions des puiſſances qui ſont appliquées au levier ne ſont pas paralleles.

Soit le levier droit ou angulaire CHD, car

il n'importe pas, & dont les directions soient perpendiculaires aux bras du levier, ce qu'on peut toûjours supposer, puisque toutes sortes de leviers se peuvent réduire à celuy-cy, comme on a veû par les propositions précédentes. Mais comme il n'importe pas que les puissances agissent en tirant ou en poussant, leur effort sur les bras du levier sera toûjours le même, suivant les mêmes directions. Ce que nous disons des puissances qui tirent se peut entendre de même de celles qui poussent; & ce sera aussi la même chose, soit que ces puissances s'écartent en tirant ou en poussant, soit qu'elles concourent.

Si l'on conçoit donc que les directions AC, BD des puissances soient prolongées jusqu'à ce qu'elles concourent en K, il est évident qu'on pourra supposer que le levier CHD sera réduit à un levier dont les deux bras étant joints ensemble font la verge HK, & que s'il y avoit équilibre entre les puissances A & B appliquées aux extrémités C & D du levier CHD, il y aura aussi équilibre entre ces mêmes puissances appliquées suivant les mêmes directions aux extrémités du levier double KHK, ou bien ce qui est la même chose, à l'extrémité K de la verge HK.

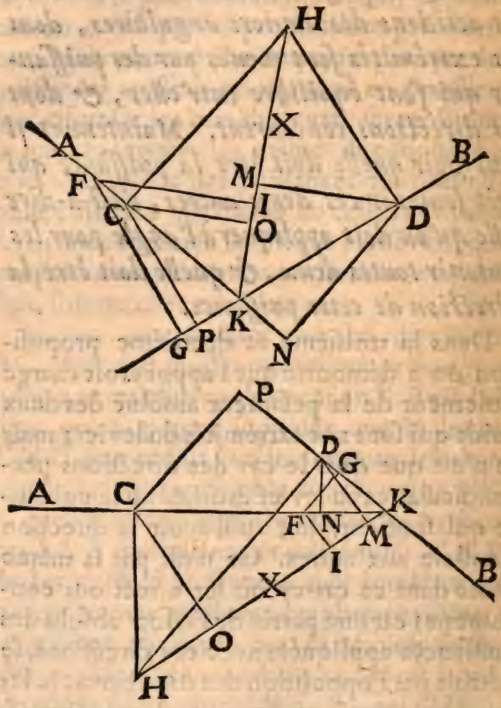
PROPOSITION XVII.

JUSQU'A *préſent nous avons éxaminé les accidens des leviers angulaires, dont les extrémités ſont meuës par des puiſſances qui ſont équilibre entr'elles, & dont les directions concourent. Maintenant il faut voir quelle doit être la puiſſance qui doit ſoutenir ces deux autres, c'eſt-à-dire celle qu'on doit appliquer à l'angle pour les ſoutenir toutes deux, & quelle doit être la direction de cette puiſſance.*

Dans la troiſiéme & quatriéme propoſition on a démontré que l'appui étoit chargé ſeulement de la peſanteur abſoluë des deux poids qui ſont aux extrémités du levier; mais ce n'eſt que dans le cas des directions perpendiculaires au levier droit, & où la puiſſance qui ſoutient, doit auſſi avoir ſa direction parallele aux autres. Ce n'eſt pas la même choſe dans ce cas-cy où les directions concourent; car une partie de l'effort abſolu des puiſſances appliquées avec ces directions, ſe détruit par l'oppoſition des directions, & les puiſſances perdent d'autant plus de leur effort, que les directions ſe trouvent plus directement oppoſées l'une à l'autre.

Que le levier propoſé tel qu'on voudra

ſoit réduit au levier angulaire CHD, lequel ait ſes bras HC, HD perpendiculaires aux directions CK, DK des puiſſances A & B, ce



qui ſe peut toûjours faire à cauſe que les directions CK, DK des puiſſances A & B concourent en K.

Par la proposition précédente on peut aussi réduire ce levier à un autre HK, dont les deux bras soient joints ensemble sans qu'il arrive aucun changement ni aux puissances ni à leurs directions pour faire l'équilibre. Mais ce levier étant appuyé en H, fait connoître que dans l'équilibre des deux puissances A & B par les directions KC, KD, le levier ou la verge HK les soutient dans cet état, en sorte qu'elle tient la place de la direction de la puissance qui soutiendroit le point K, ou l'effort des deux puissances. Ainsi les deux puissances A & B agissant avec des directions CK, DK sur quel levier on voudra qui ait son appui en H, il s'ensuit que cet appui H doit être soutenu par une puissance dont la direction sera la ligne droite menée du point d'appui H au point K de concours des directions des puissances A & B.

Maintenant puisque les deux puissances A & B tirent ou poussent les bras du levier HC, HD, suivant les directions CK, DK, & que ces deux puissances avec celle qui les soutient que j'apelle X, & qui a sa direction HK, sont en équilibre entr'elles toutes trois, on pourra sans changer leurs directions former un autre levier, auquel étant appliquées elles doivent encore demeurer en équilibre, puisqu'il n'y aura rien de changé ny dans les puissances ny dans leurs directions, mais seule-

ment dans les bras d'un levier qu'on peut toûjours supposer tels qu'on voudra, pourveu que ce levier ait ses trois points où les trois puissances sont appliquées dans leur ligne de direction : car suivant la supposition troisiéme, les puissances agissent également dans tous les points de leur ligne de direction, & ces trois directions sont toûjours dans un même plan.

Soit donc pris le point D dans l'une des directions comme K D pour le point d'appui d'un nouveau levier dont les bras soient DM, DN, qui sont les perpendiculaires menées du point d'appui D aux directions des puissances X & A ; il faut donc par les propositions précédentes dans cet état d'équilibre des trois puissances, qu'il y ait même raison de la puissance A à la puissance X, que du bras du levier DM à DN, puisque ces bras sont perpendiculaires aux directions, & qu'ils sont pris dans un ordre réciproque à celuy des puissances. Ainsi on connoîtra le rapport de la puissance A, à la puissance X que l'on cherchoit.

On trouvera, si l'on veut, de la même maniere le rapport de l'autre puissance B à la puissance X, en prenant le point C pour appui d'un levier, dont les bras seront CO, CP perpendiculaires sur les directions de ces puissances ; car dans l'état d'équilibre où elles

les ſont poſées il doit y avoir même raiſon de la puiſſance B à la puiſſance X, que du bras CO au bras CP; ce qu'il falloit trouver.

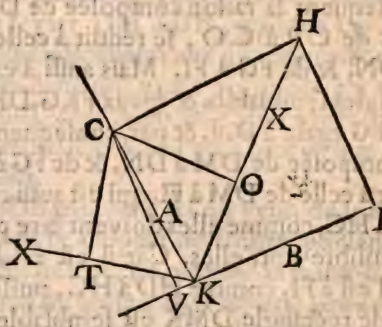
Il s'enſuit donc que ſi l'on veut connoître le rapport de la puiſſance A à la puiſſance B, par la raiſon compoſée des deux raiſons que nous venons de trouver; nous dirons que la puiſſance A eſt à la puiſſance B dans la raiſon de la puiſſance A à la puiſſance X, & dans celle de la puiſſance X à la puiſſance B: ou bien, ce qui eſt la même choſe, de la raiſon de DM à DN, & de celle de CP à CO, comme on les a déterminées. Mais ſi ſur la ligne KC on prend KF égale à KD, & qu'on mene FG parallele à CP, & FI parallele à CO, il eſt évident à cauſe des triangles ſemblables, qu'il y aura même raiſon de FG à FI, que de CP à CO, & par conſéquent la raiſon compoſée de DM à DN, & de CP à CO, ſe réduit à celle de DM à DN, & de FG à FI. Mais auſſi à cauſe des triangles ſemblables & égaux FKG, DKN, on aura FG égale à DN, & par conſéquent la raiſon compoſée de DM à DN, & de FG à FI, ſe réduit à celle de DM à FI, qui eſt auſſi celle de HD à HC, comme elles doivent être pour faire équilibre entr'elles. Car il eſt évident que DM eſt à FI, comme HD à HC, puiſque le triangle rectangle DMK eſt ſemblable au triangle HDK, & que le triangle rectangle FIK eſt ſemblable à HCK, & de plus, que

KF eſt égale à KD par la conſtruction, d'où il y aura même raiſon de HD à HK, que de DM à DK, & même raiſon de HK à HC, que de FK, ou bien DK ſon égale à FI, ainſi en raiſon égale DM à FI, comme HD à HC.

PROPOSITION XVIII.

ON peut faire encore une réduction de ce levier angulaire à un autre, ſans changer les angles d'inclinaiſon des directions, ny les puiſſances; & l'on pourra par ce moyen trouver auſſi le rapport de la puiſſance qui ſoutient celles qui ſont appliquées aux extrémités d'un levier angulaire.

Par le concours K des directions des deux



puiſſances A, B, ſoit mené KT qui faſſe l'angle CKT égal à l'angle CKH, qui eſt fait

par la direction CK & par la ligne droite HK menée de l'appui H au concours K des directions, laquelle ligne HK est aussi la direction de la puissance à l'appui, comme je l'ay démontré dans la précédente.

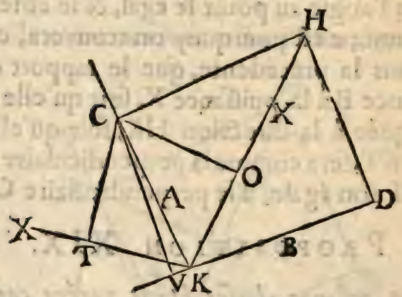
Du point C ayant mené CT perpendiculaire sur KT, & CV perpendiculaire sur KD prolongée s'il est necessaire, on formera le levier angulaire VCT dont l'appui sera en C, & le concours des directions TK, DK, ou VK, ce qui est la même chose, en K; & la ligne CK la direction de l'appui C. Or il est facile à voir que les deux triangles COK, CTK sont rectangles, égaux & semblables; car ils sont rectangles en O & en T, ils ont l'angle au point K égal, & le côté CK commun; c'est pourquoy on trouvera, comme dans la précédente, que le rapport de la puissance B à la puissance X, soit qu'elle soit appliquée à la direction HK, soit qu'elle le soit à KT, sera comme la perpendiculaire CO ou CT son égale, à la perpendiculaire CV.

PROPOSITION XIX.

LES mêmes choses étant posées comme dans les deux précédentes; je dis que dans le levier angulaire CHD, la puissance A sera à la puissance X comme le sinus de l'angle DKH fait par les directions des

deux puissances X & B, ou de son supplément qui est le même, au sinus de l'angle CKD, ou de son supplément DKN qui est le même, fait de la direction des deux puissances A & B; & la puissance B sera à la puissance X, comme le sinus de l'angle CKH au sinus de l'angle CKD, ou de son supplément CKP, ou CKV qui est le même sinus.

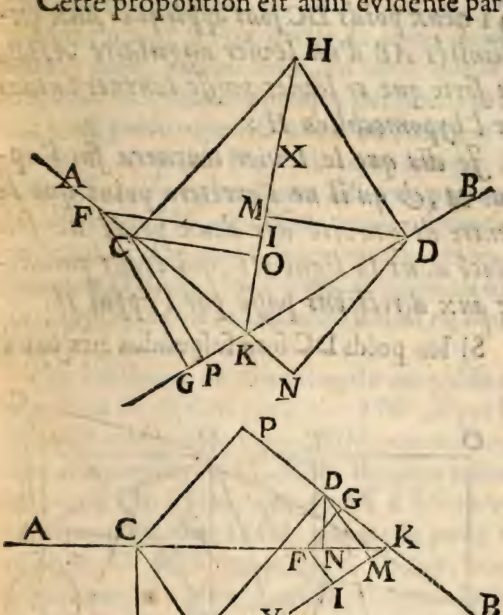
Nous avons veû que la puissance A étoit à la puissance X, comme DM à DN dans les deux précédentes propositions: mais DM &



DN sont les sinus des angles DKH & CKD, ou DKN, en prenant KD pour rayon commun. De même, la puissance B sera à la puissance X, comme CO à CP, qui sont les sinus

des angles CK & CKD, ou ſon ſupplément CKP : ce qu'il falloit démontrer.

Cette propoſition eſt auſſi évidente par la



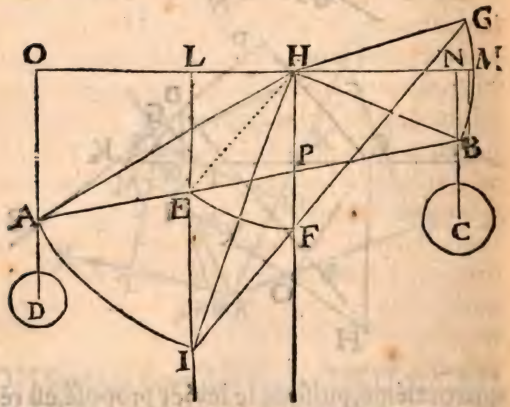
quatorziéme, puiſque le levier propoſé eſt réduit à un autre dans lequel la puiſſance X ſe trouve appliquée à l'extrémité du levier.

PROPOSITION XX.

SI deux poids DC ſont appliqués aux extrémités AB d'un levier angulaire AHB, en ſorte que ce levier puiſſe tourner autour de l'hypomochlion H :

Je dis que le levier tournera ſur l'appui M, & qu'il ne s'arrêtera point que le centre de gravité des deux poids ne ſoit placé dans la ligne HF, qui étant parallele aux directions paſſe par l'appui H.

Si les poids DC ſont ſuſpendus aux extré-



mités AB du levier, ils auront leurs directions paralleles par la ſeconde ſuppoſition. Mais

par la troisiéme on peut les considérer comme s'ils étoient appliqués en A & en B aux extrémités du levier.

Maintenant si l'on divise la ligne droite AB en deux parties en E, en sorte que AE soit à BE en raison réciproque des poids D & C, c'est-à-dire que AE soit à BE, comme le poids C au poids D; je dis que lorsque le point E de la ligne droite AB sera parvenu dans la ligne HF, en faisant tourner le levier sur le point d'appui H, le levier ayant alors la situation IHG, il y demeurera, & les poids qui sont appliqués à ses extrémités seront en équilibre.

Car les lignes de direction de ces poids étant alors IL & GM paralleles à HF, si par le point H on mene la ligne LHM perpendiculaire aux directions IL, GM, il y aura même raison de HL à HM, que de FI à FG; c'est pourquoy HL sera à HM, comme le poids C au poids D. Mais les poids C & D qui sont suspendus en I & en G aux extrémités du levier, peuvent aussi être supposés appliqués en tout autre point de leurs lignes de direction, comme en L & en M, ce qui réduit le levier angulaire IHG au levier droit LHM, dont les extrémités sont chargées de deux poids qui ont leurs lignes de direction perpendiculaires au levier, & qui sont entr'eux en raison réciproque des bras du levier droit; c'est

pourquoy par la troiſiéme & quatriéme propoſition il y aura équilibre entre les poids C & D, le levier étant ainſi ſuſpendu dans ſa poſition IHG.

Il faut maintenant démontrer qu'il ne peut pas y avoir d'équilibre entre ces poids en quelqu'endroit que le levier ſoit placé hors la poſition IHG, & ſon oppoſée en deſſus, c'eſt-à-dire lorſque le point E de la ligne AB eſt placé dans la ligne FH au deſſus de H, car dans ce cas on démontrera l'équilibre entre les poids de la même maniere qu'on l'a démontré en deſſous.

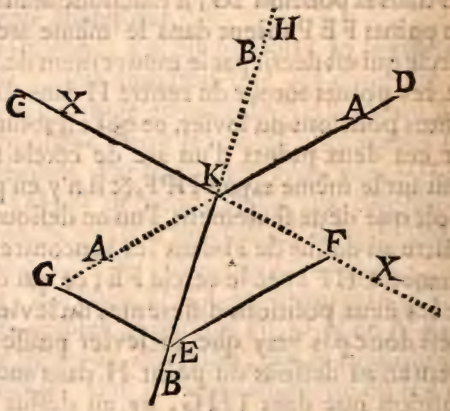
Soit donc, s'il eſt poſſible, le levier en quelqu'autre ſituation que les deux précédentes, comme en celle de AHB, & qu'il y ait équilibre entre les poids appliqués à ſes extrémités. Par le point H ayant mené la ligne OHN perpendiculaire aux directions des poids, qui ſera auſſi jointe à la ligne LM, à cauſe que les directions ſont paralleles entr'elles, les poids D & C pourront être conſiderés comme appliqués en O & en N dans leurs lignes de direction, par la ſuppoſition troiſiéme. Ainſi le levier angulaire eſt réduit à un levier droit OHN, qui porte à ſes extrémités les poids D & C : mais puiſque par l'hypotheſe ces poids ſont en équilibre dans cette diſpoſition ſur l'appui H, le poids D doit être au poids C, comme HN à HO par la

troisiéme & quatriéme proposition : mais aussi nous avons veû que HM étoit à HL, comme le poids D au poids C ; donc il y aura même raison de HN à HO, que de HM à HL. La ligne HF coupe en P la ligne AB qui joint les extrémités du levier dans la position AHB, & à cause des paralleles OA, HP, NB, il y aura même raison de PB à PA, que de HN à HO, ou de FG à FI, qui est aussi dans la même raison ; donc le point P sur AB est le même, & a la même position que le point F sur la même AB dans la position IG ; il faut donc aussi que les points F E P soient dans le même arc de cercle qui est décrit par le mouvement de l'un de ces points autour du centre H dans differentes positions du levier, ce qui est absurde ; car ces deux points d'un arc de cercle sont aussi sur le même rayon HPF, & il n'y en peut avoir que deux seulement, l'un au dessous, & l'autre au dessus de H dans les rencontres du diametre H F avec le cercle F E, ce qui donne les deux positions differentes du levier ; il n'est donc pas vray que ce levier puisse demeurer au dessous du point H dans aucune position que dans I H G, ny au dessus que dans l'opposée à IHG ; ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XXI.

IL faut trouver trois puissances AXB, qui tirant un point K par trois directions données CK, DK, EK, soient en équilibre entr'elles.

Ayant pris quelque point E dans l'une des directions, comme EK, & de ce point ayant mené les lignes EF, EG paralleles aux deux autres directions, & qui les rencontrent étant



prolongées, s'il est necessaire, en F & G: Je dis que les trois puissances cherchées seront entr'elles comme les trois lignes EF, EG, ou FK son égale, & EK qui sont prises dans le même ordre, & qui sont paralleles, ou qui

ſont partie des directions des puiſſances auſquelles elles répondent.

Par la dix-neuviéme propoſition, la puiſſance A ſera à la puiſſance X, comme le ſinus de l'Angle EKF, ou de ſon ſupplément EKC, fait par la direction de la puiſſance X, & de l'autre puiſſance B, au ſinus de l'angle EKD, ou de ſon ſupplément DKH fait par les directions des puiſſances A & B. Mais le triangle EKF a l'angle EKF qui eſt fait par les directions des puiſſances B & X, égal à HKC ; & de plus ſon angle FEK eſt égal à l'angle DKH qui eſt fait par les directions des puiſſances A & B, à cauſe des lignes qu'on a menées paralleles aux directions.

Par la même propoſition on démontrera auſſi que la puiſſance X ſera à la puiſſance B, comme le ſinus de l'angle EKD, ou de ſon ſupplément DKH, qui eſt auſſi égal à l'angle FEK, au ſinus de l'angle DKF, ou de ſon ſupplément DKC. Mais cet angle DKF eſt égal à l'angle EFK; donc les trois puiſſances AXB ſeront entr'elles comme les ſinus des trois angles EKF, FEK, EFK pris dans le même ordre, c'eſt-à-dire que la puiſſance A doit répondre au ſinus de l'angle EKF, la puiſſance X au ſinus de l'angle FEK, & enfin la puiſſance B au ſinus de l'angle EFK.

Mais on ſçait que dans tout triangle les ſinus des angles ſont entr'eux comme les côtés

opposés à ces mêmes angles ; c'eſt pourquoy il y aura même raiſon entre les trois puiſſances AXB, qu'entre les trois cotés EF, FK, EK du triangle EFK pris dans le même ordre ; c'eſt-à-dire que la puiſſance A répond au côté EF, la puiſſance X au côté FK, & la puiſſance B au côté EK. Ces côtés étant pris ſur les directions meſmes des puiſſances ou ſur leurs paralleles ; ce qu'il falloit démontrer.

Ce qu'on a démontré des puiſſances qui tirent, ſe doit auſſi entendre de ces mêmes puiſſances qui pouſſent par les mêmes directions prolongées, ce qui ne change rien à l'effort des puiſſances.

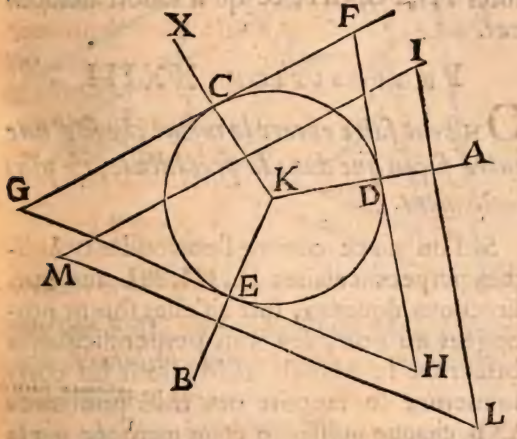
PROPOSITION XXII.

LES *mêmes choſes que dans la précédente étant posées, on peut trouver d'une autre maniere le rapport des puiſſances.*

Si du point K pour centre & pour rayon telle grandeur qu'on voudra, on décrit le cercle CDE qui coupe les trois directions aux points CDE ; & par ces points CDE ayant mené des touchantes au cercle, ou des perpendiculaires aux directions, à ſçavoir GCF, FDH, HEG qui forment le triangle FGH ; je dis que les puiſſances AXB doivent être entr'elles comme les côtés de ce triangle, en prenant pour la puiſſance le côté qui eſt perpendi-

pendiculaire à la direction de cette puiſſance, c'eſt-à-dire que ces trois puiſſances AXB ſeront entr'elles comme les trois côtés FH, FG, GH pris dans ce même ordre.

Par la dix-neuviéme propoſition la puiſſance A eſt à la puiſſance X, comme le ſinus



de l'angle EKC au ſinus de l'angle EKD, & la puiſſance X eſt à la puiſſance B, comme le ſinus de l'angle EKD au ſinus de l'angle DKC, ce qui a été expliqué fort au long dans la précédente propoſition; mais les ſupplémens de ces angles ont auſſi les mêmes ſinus, c'eſt à ſçavoir le ſinus de l'angle FGH, qui eſt le ſupplément de l'angle CKE, le ſinus de l'angle

FHG qui eſt le ſupplément de l'angle EKD, & le ſinus de l'angle GFH, qui eſt le ſupplément de l'angle DKC. Mais ces ſupplémens étant les angles du triangle FGH, leurs ſinus ſeront en même raiſon que les côtés de ce triangle. Ainſi les trois puiſſances AXB ſeront entr'elles dans cet ordre comme les trois côtés FH, FG, GH; ce qu'il falloit démontrer.

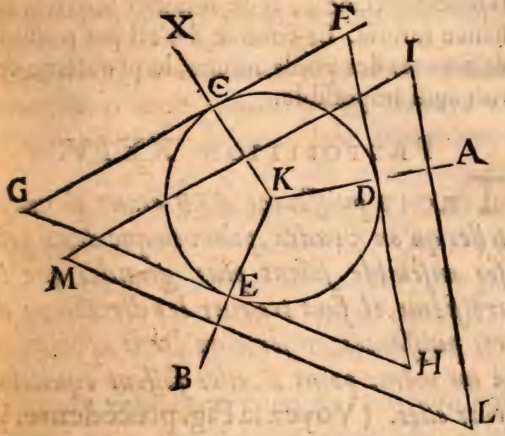
PROPOSITION XXIII.

ON peut faire encore la même choſe d'une autre façon que dans la précédente, & plus facilement.

Si l'on mene comme l'on voudra trois lignes perpendiculaires IL, IM, ML aux trois directions données, ſoit qu'elles ſoient prolongées ou non, ces trois perpendiculaires formeront le triangle ILM, dont les côtés donneront le rapport des trois puiſſances AXB, chaque puiſſance étant marquée par la perpendiculaire à ſa direction, comme dans la précédente.

Cette propoſition eſt évidente par la précédente, car ſi l'on décrit le cercle CDE, & que par les points CDE on méne des perpendiculaires aux directions, elles formeront le triangle F G H dont les côtés ſeront entr'eux comme les puiſſances appliquées aux dire-

ctions, par la précédente proposition. Mais le triangle I L M ayant aussi ses côtés paralleles à



ceux de FHG, ils seront semblables, & leurs côtés seront en même raison; ce qu'il falloit démontrer.

Conséquence.

Il n'est pas necessaire que les trois puissances tirent toutes trois le point K, il peut y en avoir deux qui le tirent, & une autre qui le pousse en sens contraire, comme on a expliqué cy-devant.

Il est aussi évident qu'il faut que ces trois directions fassent des angles entr'elles, car s'il y en avoit deux qui fussent opposées dire-

ctement, il faudroit par cette regle que ces deux puiſſances fuſſent infinies, la troiſiéme étant déterminée; car cette troiſiéme ſeroit la baſe du triangle, & le ſommet ſeroit à diſtance infinie. Et comme il n'eſt pas poſſible de donner des poids infinis, le probléme ſeroit auſſi impoſſible.

PROPOSITION XXIV.

TROIS puiſſances AXB étant données telles qu'on voudra, pourveu que deux priſes enſemble ſoient plus grandes que la troiſiéme, il faut trouver les directions de ces puiſſances, en ſorte qu'étant appliquées à un même point K, elles faſſent équilibre entr'elles. (Voyez la Fig. précédente.)

Soit fait le triangle ILM, dont les côtés ayent entr'eux les mêmes raiſons que les trois puiſſances données, & du point K pris où l'on voudra ſur le plan du triangle, ſoit mené des perpendiculaires ſur les côtés de ce triangle qui ſeront prolongés s'il eſt neceſſaire. Je dis que ces perpendiculaires ſeront les directions des puiſſances AXB, chacune étant appliquée à la direction perpendiculaire au côté du triangle qui répréſente la puiſſance.

Cette propoſition eſt évidente par la précédente; car ſi ces directions trouvées a-

voient été données d'abord, on auroit trouvé les puiſſances, comme elles ſont icy données pour faire équilibre entr'elles.

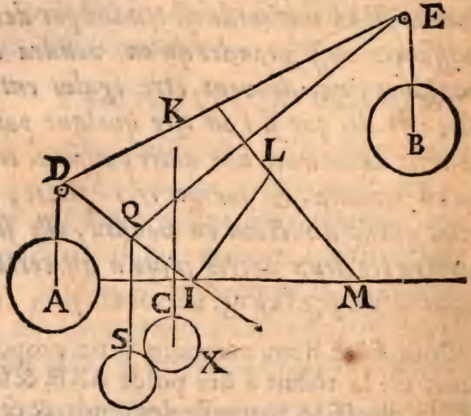
Proposition XXV.

Si un fil ou une corde eſt tenduë par deux puiſſances auſſi grandes qu'on voudra les imaginer, qui doivent être égales entr'elles : Je dis que ſi l'on tire quelque point de cette corde avec une autre puiſſance telle qu'on voudra, & même tres-petite, & avec quelle direction on voudra, elle ſurmontra les deux autres juſqu'à un certain point. (Voyez la Fig. ſuivante.)

Pour faire bien entendre cette propoſition, on la réduit à des poids AXB, & ſoit KC la direction naturelle des poids, & celle du poids X, & que la corde DE ſoit tenduë par l'effort ou peſanteur abſoluë des deux poids égaux A & B, en ſe ployant ſur les roulettes DE. Je ſuppoſe que ces roulettes n'empêchent pas la corde de ſe mouvoir, & qu'elle n'ait aucune peſanteur.

Ayant mené la ligne IM perpendiculaire à la direction KC, ſur cette ligne ſoit fait le triangle iſoſcelle ILM, en ſorte que ſes côtés égaux LI, LM ayent à la baſe IM même raiſon que les poids égaux A & B au

poids X : ſi l'on méne en ſuite les lignes QE, QD qui touchent les roulettes ED, & qui ſoient perpendiculaires aux côtés prolongés LM, LI du triangle, s'il eſt neceſſaire,

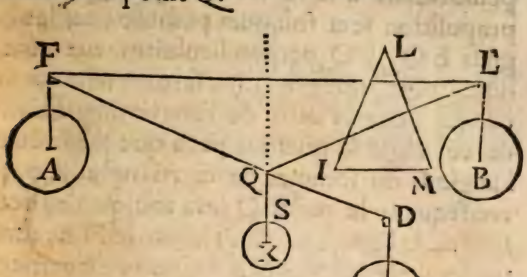


& du point Q où ces deux lignes ſe rencontrent, ayant mené QS parallele à KC : Je dis que la corde DKE ſera l'angle DQE, & que KC qui ſoutient le poids X prendra la poſition QS.

Par la précédente propoſition il eſt certain que les trois poids ABX demeureront en équilibre, étant tirez par les directions QD, QE, QS.

La conſtruction de ce probléme ſera impoſſible, ſi les perpendiculaires EQ, DQ ſe

rencontrent sur le point D au dessus de D, comme au point Q.



Car les poids ne pourroient plus agir l'un contre l'autre : c'est pourquoy au lieu du poids A qui doit tirer selon la direction QD perpendiculaire au côté LI du triangle LIM, il faudroit supposer une puissance qui poussât le point Q selon la direction QD, avec un effort égal au poids A ou B qui sont supposez égaux, & le poids X suspendu en Q, selon la direction QS des poids, feroit alors équilibre avec l'autre B.

Mais sans rien changer ny aux poids ny à leurs directions, il n'y a qu'à poser la roulette en F au dessus de Q, & alors le poids A tirera selon la direction FQD, & demeurera en équilibre avec le poids B, qui tirera selon QE, & avec le poids X qui tirera selon QS.

Enfin il est facile à voir, que si les deux

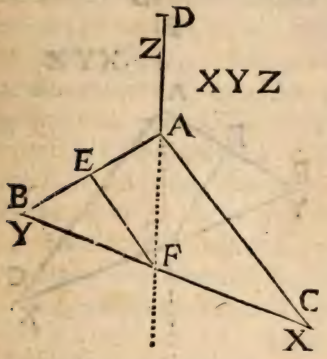
roulettes ſont dans une ligne, comme FE perpendiculaire à la direction QS des poids, la propoſition ſera toûjours poſſible ; car les lignes E Q, F Q perpendiculaires aux côtés du triangle iſoſcelle ILM, ſeront toûjours inclinées l'une à l'autre de l'angle ſupplément de cet angle L, quelque petit que puiſſe être l'angle L du ſommet de ce triangle, & par conſéquent le point Q ſera toûjours au deſſous de la ligne FE. Ainſi la corde FE tenduë par les deux poids A & B, laquelle eſt perpendiculaire à la direction des poids, ſera toûjours pliée par le poids X d'un angle EQF ſupplément de l'angle I LM, quelque petit que ſoit le poids X, & quelques grands que puiſſent être les poids égaux A & B.

PROPOSITION XXVI.

SOIT *le plan DBCA perpendiculaire à la direction des poids, lequel ſoit ſoutenu au point A ; ſoit auſſi les trois lignes AB, AC, AD données ſur ce plan, leſquelles paſſent par le point A, & que les angles qu'elles font entr'elles étant pris de ſuite ſoient plus grands que deux droits : ſoit enfin donné les trois poids XYZ, qu'on doit placer ſur ce plan dans les trois lignes AC, AB, AD ; on demande la poſition de ces*

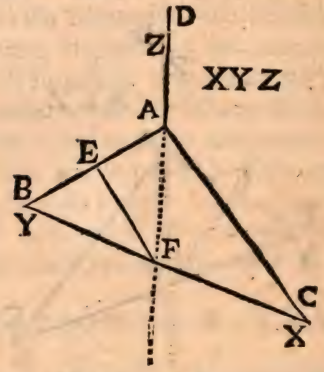
poids afin qu'ils demeurent en équilibre, & que le plan reſte auſſi perpendiculaire à la direction des poids.

Qu'on doive poſer le poids X ſur la ligne AC, le poids Y ſur AB, & Z ſur AD. Sur la ligne AB ſoit pris les deux parties AE, EB qui



ayent entr'elles la raiſon du poids Y au poids X; & par le point E ſoit mené la ligne EF parallele à AC, qui rencontre la ligne AD prolongée s'il eſt neceſſaire en F; ſoit enfin mené BF qui rencontre AC en C; les points B & C ſeront déterminés ſur les lignes AB, AC, de telle maniere que le poids X étant ſuſpendu en C, & le poids Y en B, ils ſeront tous deux en équilibre ſi le plan étoit poſé ſur la ligne droite DAF.

Car par la conſtruction les triangles BAC, BEF ſont ſemblables; c'eſt pourquoy il y aura même raiſon de AE à BE, que de CF à FB; mais AE eſt à BE par la conſtruction, comme le poids Y au poids X; donc CF ſera à FB, comme le poids Y au poids X; & par conſéquent le poids Y eſt au poids X dans la raiſon



réciproque des parties de la ligne B C, qui ſont faites par le point F.

Si l'on conſidere donc BC comme un levier poſé ſur le plan DBC, il eſt évident que les poids Y & X poſés en B & en C demeureront en équilibre ſur le point F par la troiſiéme ou quatriéme propoſition.

Mais auſſi ces poids étant joints par la ligne B C font en F un effort qui eſt égal à la ſomme de leur peſanteur abſoluë, par les mê-

mes propoſitions troiſiéme ou quatriéme : on pourra donc conſiderer ces deux poids comme s'ils étoient joints enſemble au point F, où ils font le même effort que s'ils y étoient poſés.

Soit maintenant comme le poids Z à la ſomme des poids Y & X, ainſi AF à AD, & qu'au point D ſoit poſé le poids Z; je dis que le plan demeurera en équilibre, ces trois poids XYZ étant ainſi appliqués. Car puiſque par la troiſiéme ou quatriéme propoſition le poids Z étant appliqué au point D ſur ce plan, fait équilibre avec les deux poids Y & X poſés enſemble en F, & qu'enfin ces deux poids Y & X font le même effort ſur le plan dans les points où ils ſont poſés en B & C, que s'ils étoient tous deux enſemble en F, il eſt évident que ces trois poids YX & Z dans les points où ils ſont poſés ſur ce plan, feront équilibre entr'eux; ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XXVII.

LES trois poids YXZ étant placés aux points BCD ſur le plan perpendiculaire à la direction des poids, pour faire équilibre entr'eux, comme il a été démontré dans la précédente propoſition : Je dis que l'appui A qui ſoutient ce plan avec les poids,

eſt chargé de la peſanteur abſoluë des trois poids. (Voyez la Fig. précédente.)

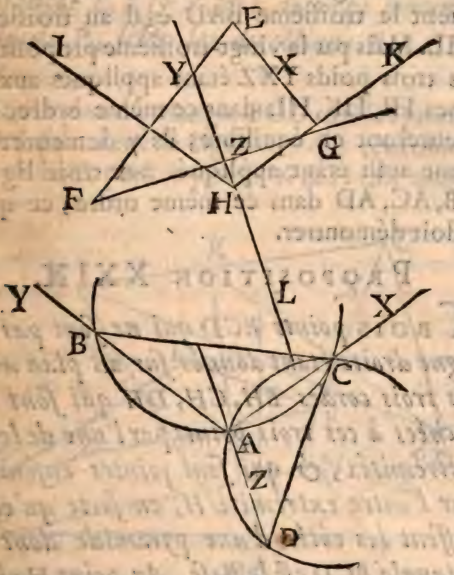
Par la troiſiéme ou quatriéme propoſition, le point F eſt chargé des deux poids Y & X, & par les mêmes le point A eſt chargé de la charge qui eſt en F, & de celle qui eſt en D, c'eſt-à-dire des trois poids enſemble YXZ.

PROPOSITION XXVIII.

TROIS *points B C D étant donnés ſur un plan, il faut trouver le point A ſur ce plan, en ſorte que les lignes AB, AC, AD menées par le point A & par les points B C D, ſoient les directions de trois puiſſances Y X Z données, qui doivent être appliquées à ces trois directions pour faire équilibre entr'elles.*

Soit fait le triangle EFG dont les trois côtés EF, EG, FG ayent entr'eux les mêmes raiſons que les trois puiſſances YXZ priſes dans ce même ordre. Si l'on décrit maintenant ſur la ligne BC comme une corde, l'arc de cercle BAC qui ſoit capable de l'angle BAC ſupplément de l'angle FEG du triangle; & que ſur la corde CD on décrive l'arc de cercle CAD qui ſoit capable de l'angle CAD ſupplément de l'angle FGE; enfin ſi du point A où les deux

deux arcs de cercle se rencontrent, on mene les lignes AB, AC, AD aux points donnés BCD; je dis que la puissance Y étant appli-



quée à la direction AB, la puissance X à la direction AC, & la puissance Z à la direction AD, elles demeureront en équilibre.

Par la construction il est évident que si l'on mene des perpendiculaires HI, HK, HL sur les côtés du triangle FEG, l'angle IHK sera égal à l'angle BAC; puisque l'angle IHK est

ſupplément de l'angle FEG, à cauſe que les lignes HI, HK ſont perpendiculaires ſur les côtés EF, EG. Par la même raiſon l'angle CAD ſera égal à l'angle KHL; & par conſéquent le troiſiéme BAD égal au troiſiéme IHL. Mais par la vingt-troiſiéme propoſition les trois poids YXZ étant appliqués aux lignes HI, HK, HL dans ce même ordre, demeureront en équilibre; ils y demeureront donc auſſi étant appliqués aux trois lignes AB, AC, AD dans ce même ordre; ce qu'il falloit démontrer.

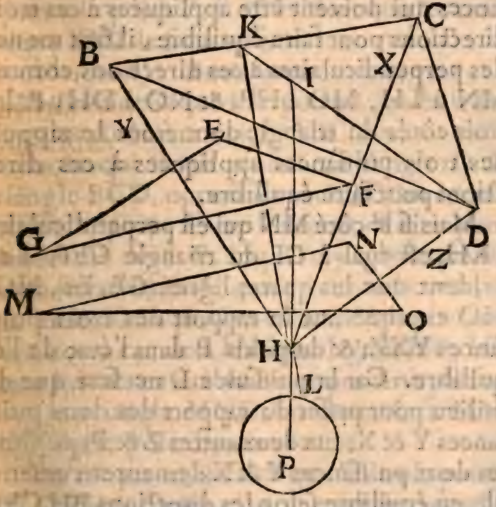
PROPOSITION XXIX.

TROIS *points BCD qui ne ſont pas en ligne droite étant donnés ſur un plan avec les trois cordes BH, CH, DH qui ſont attachées à ces trois points par l'une de leurs extrémités, & qui ſont jointes enſemble par l'autre extrémité H, en ſorte qu'elles faſſent les côtés d'une pyramide dont le triangle BCD eſt la baſe. Au point H où ſe joignent les trois cordes, ſoit attaché une autre corde HP d'où le poids P eſt ſuſpendu; & il faut que les trois cordes BH, CH, DH ſoient de telle longueur, que la ligne HP, qui eſt la direction des poids, étant prolongée vers la baſe de la pyramide, rencontre*

en I au dedans du triangle BCD, le plan de ce triangle.

Il faut déterminer le rapport des trois puissances Y, X & Z, qui doivent soutenir le poids P, selon les directions BH, CH, DH.

Sur le plan du triangle BCD, par les points D & I soit mené la ligne DI qui rencontre BC en K, & par les points K & H soit mené



la ligne KHL ; les trois lignes BH, CH, HL seront sur un même plan. Et si l'on mene les

perpendiculaires GE, EF, GF à ces trois lignes sur ce plan, il est évident par la vingt-troisiéme proposition, que les trois lignes GE, EF, GH, qui sont les trois côtés du triangle GEF, donneront le rapport des trois puissances YXL, qui tirant le point H par les directions BH, C H, L H, demeureroient en équilibre entr'elles.

Mais aussi sur le plan DKH nous avons trois directions données KH ou LH, HP & DH; & pour avoir le rapport des trois puissances qui doivent être appliquées à ces trois directions pour faire équilibre, il faut mener des perpendiculaires à ces directions, comme MN à LH, MO à HP, & NO à DH, & les trois côtés du triangle donneront le rapport des trois puissances appliquées à ces directions pour faire équilibre.

Mais si le côté MN qui est perpendiculaire à KH, est égal à GF du triangle GEF, il est évident que les quatre lignes GE, EF, NO, MO exprimeront le rapport des trois puissances YXZ, & du poids P dans l'état de l'équilibre. Car la puissance L ne sert que de milieu pour passer du rapport des deux puissances Y & X, aux deux autres Z & P; puisque les deux puissances Y & X demeurent ensemble en équilibre selon les directions BH, CH, avec la seule puissance L selon la direction KL; & cette puissance L selon sa direction

K L demeurant auſſi en équilibre avec les deux autres puiſſances Z & P ſelon les directions DH, HP, ſi l'on ſubſtituë les deux puiſſances YX avec leurs directions BH, CH à la place de la puiſſance L ſelon la direction KH, les quatre puiſſances YXZP, ou les trois puiſſances YXZ, & le poids P qu'on peut auſſi conſiderer comme une puiſſance, demeureront en équilibre entr'elles ſelon leurs directions : ce qu'il falloit démontrer.

Si l'une de ces puiſſances eſt donc donnée comme le poids P, il eſt évident que les trois autres YXZ le ſont auſſi.

Remarques.

Il eſt évident que ſi le point I tomboit ſur l'un des côtés du triangle ABC, comme en K, la corde qui ſeroit tenduë de l'angle D du triangle BCD, oppoſé au côté BC, ſur lequel tombe le point I, ne ſerviroit de rien pour ſoutenir le poids P, & qu'il n'y auroit que les deux autres BH, DH qui le ſoutiendroient; ce qui eſt évident par ſoy-même, & par la conſtruction; car alors les deux lignes HP, HK étant jointes enſemble on ne pourroit pas former le triangle MNO, les deux côtés MN, MO étant poſés l'un ſur l'autre.

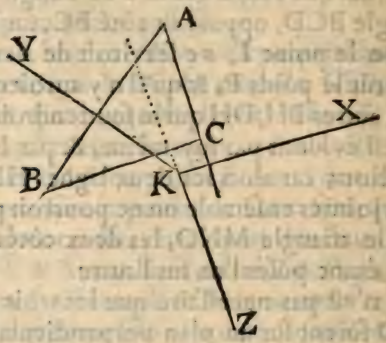
Il n'eſt pas neceſſaire que les trois points BCD ſoient ſur un plan perpendiculaire à la direction des poids, puiſqu'on voit par la conſtruction que la longueur des lignes BH, CH,

D H ne fait rien au rapport des puissances YXZ, mais seulement leurs differentes inclinaisons, & puisqu'on peut supposer ces puissances appliquées en quel endroit on voudra de leurs lignes de direction, sans que leur effort en soit augmenté ou diminué.

Proposition XXX.

Deux puissances YX étant données avec leurs directions YK, XK, lesquelles tirent ensemble le point K; il faut trouver la puissance Z avec sa direction, en sorte qu'en tirant le point K elle fasse équilibre avec les deux autres.

Par quelque point A ayant mené la ligne



AB perpendiculaire à la direction YK, & la ligne AC perpendiculaire à la direction XK;

soit pris sur les lignes AB, AC, les parties AB, AC qui soient entr'elles dans la raison des puissances Y & X ; & ayant tiré BC, soit mené par le point K la ligne ZK perpendiculaire à BC ; je dis que la ligne KZ sera la direction de la puissance Z, & que cette puissance Z sera à X ou à Y, comme BC à AC, ou à AB.

Par la vingt-troisiéme proposition, les trois puissances YXZ étant entr'elles comme les trois côtés du triangle ABC, & les directions de ces puissances étant perpendiculaires aux côtés de ce triangle, elles seront en équilibre entr'elles : ce qu'il falloit faire.

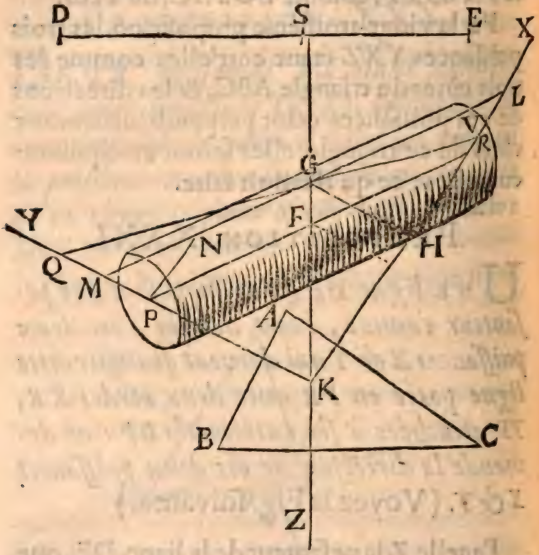
PROPOSITION XXXI.

UNE ligne DE qu'on suppose d'une pesanteur connuë, étant donnée avec deux puissances X & Y qui doivent soutenir cette ligne posée en PR avec deux cordes XR, YP attachées à ses extrémités RP : on demande la direction de ces deux puissances X & Y. (Voyez la Fig. suivante.)

J'apelle Z la pesanteur de la ligne DE, que je puis considerer comme une puissance ; & je fais le triangle ABC qui a ses trois côtés AC, AB, BC dans le même rapport que les trois puissances XYZ, & dont le côté BC est perpendiculaire à la direction des poids. En-

ſuite par quelque point K je mene les trois lignes KR, KP, FKZ perpendiculaires aux côtés AC, AB, BC du triangle ABC.

Maintenant par quelque point G de la ligne KF ayant mené la ligne GH parallele à KP, on prendra HL égale à KH, & ayant tiré



L G M on en retranchera LN égale à la ligne peſante donnée ED ; enfin du point N on menera NP parallele à KR, qui rencontrera KP en P, & l'on tirera PR parallele à LM, laquelle ſera égale à la ligne donnée.

Je dis que la ligne pesante DE étant placée en PR, & étant tirée par ses extrémités P & R, selon les directions KP, KR des puissances YX, elle demeurera en équilibre avec ces mêmes puissances.

Il est évident par la construction, que la ligne PR est coupée en deux également en F par la ligne KF. Mais toute la ligne pesante peut être considerée comme son point F qui pese autant qu'elle, à cause que ce point F est son centre de gravité, & que tout son poids peut être ramassé ou réüni dans ce point par la premiere supposition, puisque toutes les parties de cette ligne sont en équilibre sur ce point. Mais aussi ce point F pesé également dans tous les points de sa direction; on le peut donc considerer comme s'il étoit placé au point K, ou en Z dans la même ligne FK. Et par la vingt-troisiéme proposition, il y aura équilibre entre les puissances XY & Z ou la ligne pesante PR avec leurs directions: ce qu'il falloit démontrer.

Conséquence.

A la place de la ligne PR on peut supposer quel corps pesant on voudra, pourveû que ce corps soit réduit à cette ligne, comme si la ligne PR étoit l'axe d'une colomne ou cylindre, ou de quelqu'autre corps prismatique, ou enfin de tel autre corps qu'on voudra, dont le centre de gravité, qu'on peut conside-

rer comme un point pesant autant que tout le corps, soit placé en F au milieu de la ligne PR, par les extrémités de laquelle les puissan- Y & X soutiennent le corps.

Si le centre de gravité de ce corps n'étoit pas au milieu de la ligne PR, mais en quelqu'autre point S, au lieu de prendre HL égale à KH, il faudroit faire comme DS à SE, ainsi KH à une quatriéme HV; & enfin ayant mené VGQ, cette ligne seroit coupée en G, dans la même raison que DE en S. C'est-pourquoy il faudroit alors se servir de VQ, comme on s'est servi de LM pour trouver PR qui seroit parallele à VQ, & qui seroit divisée dans la même raison que VQ, ou que DE par la direction des poids KF.

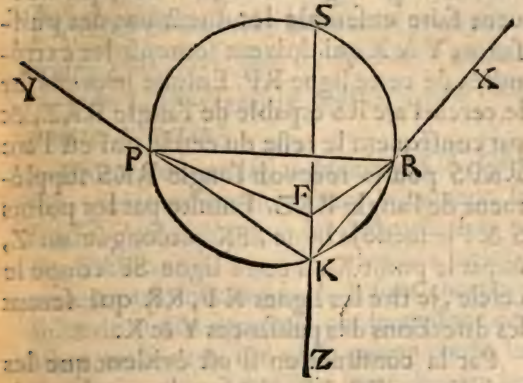
Cette proposition n'est qu'un cas de la vingt-huitiéme, où les trois points donnés sont en ligne droite; & à cause de cette condition, la résolution qu'on en donne icy est plus simple que l'autre.

Proposition XXXII.

On a consideré dans la proposition précédente une ligne pesante, ou plus generalement comme dans les conséquences, un poids placé en quelque point d'une ligne droite, deux puissances tirant les extrémités de cette ligne droite; dans celle-cy nous exa-

minons un poids F placé en un point d'un plan, & ce plan étant tiré ou soutenu par deux puissances XY qui sont appliquées à deux points RP de ce plan, en sorte que le poids F ne soit pas dans la ligne RP qui joint les points du plan par où il est soutenu.

Cette proposition ne differe de la précédente, qu'en ce que c'est un triangle RFP qu'il faut appliquer dans l'angle PKR formé par les directions des puissances X & Y, au-



lieu de la seule ligne RP, & de plus avec cette condition, que la base PR de ce triangle PFR étant appliquée dans l'angle PKR, il faut que son sommet F soit dans la ligne de direction KZ de la puissance Z qui est égale au poids

proposé F, au lieu que dans la précédente ce poids F étoit sur la ligne PR.

Ayant donc trouvé les angles PKR, RKZ, PKZ que font les trois directions des puissances données, car je regarde le poids donné comme une puissance, ou les puissances comme des poids, puisqu'on peut toûjours substituer les uns à la place des autres; sur la ligne PR qui est donnée je décris le cercle PKRS, en sorte que sa portion PKR qui a pour corde la ligne donnée RP, puisse recevoir un angle égal à l'angle PKR, que doivent faire ensemble les directions des puissances Y & X qui doivent soutenir les extrémités de cette ligne RP. Ensuite je prens sur le cercle l'arc RS capable de l'angle RKZ, & par conséquent le reste du cercle qui est l'arc RKPS pourra recevoir l'angle RKS supplément de l'angle RKZ. Ensuite par les points S & F je méne la ligne SFK prolongée en Z, & par le point K où cette ligne SF coupe le cercle, je tire les lignes K P, KR qui seront les directions des puissances Y & X.

Par la construction il est évident que les trois lignes KP, KR, KZ font les angles tels que les trois puissances le demandent pour faire équilibre, & de plus la ligne ZKFS qui est la direction de la puissance Z, ou du poids donné qui est placé en F, passe par le point F: ce qu'il falloit faire.

Il est évident qu'on peut aussi résoudre cette proposition par la vingt-huitiéme, puisque les trois points donnés seront P R F, & les trois puissances XY & Z, ou bien le poids donné F.

Il est facile à voir que le plan PRF doit passer par la ligne FKZ, qui est la direction naturelle des poids lorsqu'il est soutenu en P & en R par les puissances Y & X, selon les directions PK, RK.

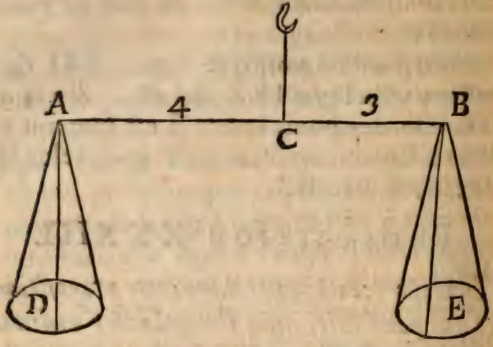
Proposition XXXIII.

Nous examinons dans cette proposition, ce qui peut faire que les balances ordinaires soient fausses, & la maniere d'en reconnoître le défaut.

Premierement, si les deux bras CA, CB ne sont pas exactement égaux, la balance sera fausse, c'est-à-dire que les deux plats ou bassins DE étant en équilibre entr'eux lorsqu'ils ne seront point chargés, si ils sont chargés ensuite de poids égaux ils perdront leur équilibre, ou bien ce qui est la même chose, lorsqu'ils seront en équilibre étant chargés, leurs charges ne seront pas égales.

Par exemple, soit le bras CA de 4 parties, & le bras CB de 3 de ces mêmes parties. Il est évident par la troisiéme proposition, que pour faire équilibre entre les deux bassins

vuides, il faudra que le baſſin E ſoit en peſanteur abſoluë au baſſin D, comme 4 à 3; c'eſt-à-dire que ſi le baſſin E peſe 4 onces, il faudra



que le baſſin D n'en peſe que 3, ainſi les baſſins demeureront en équilibre ſur l'appui ou ſuſpenſion C du fleau ou du traverſin AB.

Maintenant ſi l'on met un poids de 4 livres dans le baſſin E, il faudra mettre ſeulement dans le baſſin D un corps qui peſe 3 livres, pour demeurer en équilibre avec le poids de 4 livres; car l'extrémité B du bras CB ſera chargée alors du poids de 4 livres 4 onces, à cauſe de la peſanteur du baſſin E, & l'extrémité A du bras CA n'étant chargée que de 3 livres 3 onces, il y aura équilibre entr'eux, à cauſe que la longueur des bras CB, CA ſera en raiſon réciproque de ces charges. Ainſi avec le poids de 4 livres qu'on mettroit

dans le baſſin E, on ne donneroit que 3 livres de marchandiſes dans le baſſin D.

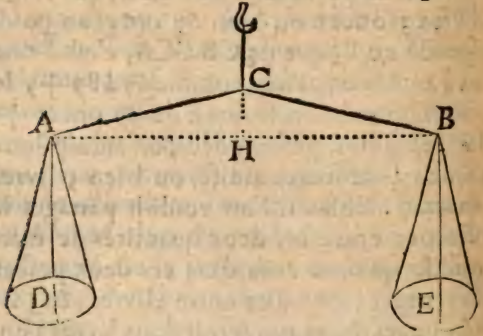
Pour reconnoître la fauſſeté de cette eſpece de balance, il n'y aura qu'à tranſpoſer les poids qu'on aura trouvé en équilibre, c'eſt-à-dire qu'il faudra mettre le poids de 4 livres dans le baſſin D & la marchandiſe dans le baſſin E, & ſi le poids emporte alors la marchandiſe, c'eſt une marque aſſeurée que le bras CA du fleau AB eſt plus long que le bras CB.

Mais ſi l'on vouloit mettre aſſez de marchandiſe dans le baſſin E pour faire équilibre avec le poids de 4 livres qui ſeroit dans le baſſin D, il faudroit qu'il y eût 5 livres deux onces $\frac{1}{3}$ de marchandiſe ; car il doit y avoir même raiſon du poids ſuſpendu en A, qui ſeroit 4 livres 3 onces, ou bien 67 onces au poids ſuſpendu en B, que de CB à CA, c'eſt-à-dire de 3 à 4 ; & 3 étant à 4, comme 67 à 89 $\frac{1}{3}$, le poids ſuſpendu en B ſeroit de 89 onces $\frac{1}{3}$. Mais le baſſin E peſe 4 onces, on auroit donc 85 onces $\frac{1}{3}$ de marchandiſe, ou bien 5 livres 5 onces $\frac{1}{3}$. Enfin ſi l'on vouloit partager la difference entre les deux quantités de marchandiſe qu'on a euës dans ces deux peſées differentes, c'eſt à dire entre 3 livres, & 5 livres 5 onces $\frac{1}{3}$, ce qui ſeroit deux livres 5 onces $\frac{1}{3}$, dont la moitié ſeroit 1 livre 2 onces $\frac{2}{3}$, & qu'on ajoûtât cette moitié avec ce qu'on avoit trouvé d'abord qui n'étoit que de 3 li-

vres, on auroit 4 livres 2 onces $\frac{2}{3}$ de marchandise, qui seroit plus qu'il ne faudroit de 2 onces $\frac{2}{3}$.

Ce seroit encore la même chose, si les bassins n'étant pas en équilibre étant vuides, on les vouloit égaler en chargeant le plus foible d'un poids qui l'égalât à l'autre ; car il se pourroit faire qu'outre cela il y auroit encore l'erreur de l'inégalité des bras. Si l'on pouvoit transposer les bassins en les décrochant, on pourroit d'abord reconnoître l'erreur de la division des bras du fleau ; car si la division étoit parfaitement égale, & que les bassins fussent en équilibre, ils le seroient aussi étant transposés.

Secondement, si le fleau AB n'est pas exa-



ctement en ligne droite, mais qu'il fasse un angle comme ACB, la balance sera fausse. Car si les bassins sont chargés inégalement, le tra-

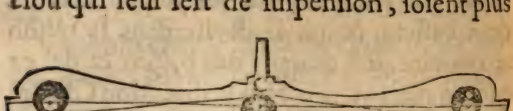
versin ACB qui fait un angle en C, tournera sur le point C, tant que le point H de la ligne droite AB qui passe par les suspensions des deux bassins, & qui la divise dans la raison réciproque des charges des bassins & de ce qu'il y a dedans, soit dans la direction CH des poids, laquelle passe par le point C. Cecy est évident par la vingtiéme proposition.

Cette balance, quoy qu'inégalement chargée, ne laissera pas de se mettre en équilibre; & c'est pour reconnoître ce défaut que l'on a ajoûté une aiguille au fleau à l'endroit où l'anse de la suspension est attachée; car cette aiguille étant à l'équaire avec le fleau, lorsque la balance est suspenduë par l'anse, on s'aperçoit si l'aiguille s'écarte de l'anse qui suit la direction des poids; ce qui fait voir si l'un des bassins baisse plus que l'autre, c'est-à-dire s'il est plus chargé.

Il faut donc pour reconnoître ce défaut, que l'anse soit soutenuë librement par l'anneau qui est au haut, & qu'elle ne soit point contrainte, afin de pouvoir voir si l'aiguille suit sa direction.

On doit remarquer que dans la construction des balances, il ne faut pas que le milieu des clous sur lesquels sont suspendus les bassins & l'anse, soient en ligne droite, mais l'endroit où ils posent sur le fleau. Car afin que les bassins & l'anse puissent se mouvoir

facilement, il faut que les trous qui ſont faits dans le fleau par où paſſent les anneaux & le clou qui leur ſert de ſuſpenſion, ſoient plus



grands que la groſſeur de ces anneaux & de ce clou, ce qu'on peut voir dans cette figure; & par conſéquent ſi leurs centres ſont en ligne droite, leurs points d'appui ACB n'y ſeront pas, & ainſi la balance pourra être fauſſe, puiſque ſon fleau ſera formé par les lignes AC, CB, qui font un angle en C.

En troiſiéme lieu, une balance peut être fauſſe en participant des deux manieres que nous venons d'expliquer; c'eſt pourquoy il les faudra toûjours éprouver & éxaminer par les moyens que nous venons de donner.

On peut auſſi voir par la conſtruction des balances qui ſeront juſtes, que pour peu que le fleau commence à s'incliner, le baſſin qui emporte doit tomber ou trébucher tout-à-fait, & il ne doit jamais ſe faire de balancement entre les deux baſſins; car dans cette figure ſi la ligne ACB eſt droite, & que les parties CA, CB ſoient égales lorſque la ligne ACB eſt perpendiculaire à la direction des poids, pour peu que le point A deſcende, le

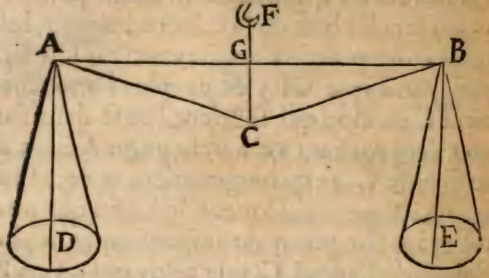
clou ou l'anneau roulant un peu dans son trou, s'écartera du point C; & au contraire, le point B s'étant élevé, le clou ou l'anneau qui est vers B s'approchera du même point C, ce qui fera les bras de la balance inégaux, lesquels étoient égaux auparavant: car CA sera plus grand que CB; & de plus l'attouchement C du clou qui soutient l'anse dans son trou s'approchera vers B, le point A étant au dessous de C, ce qui augmentera encore l'inégalité; & par conséquent le bassin qui panche ayant son point de suspension en A plus éloigné de l'appui C, que celuy qui est en B, l'emportera puisqu'ils sont également chargés.

Proposition XXXIV.

Il faut voir maintenant ce qui doit arriver à une balance dont le point d'appui C est au dessous de la ligne AB qui joint les points de suspension des bassins.

Si les deux bras du fleau de cette balance sont parfaitement égaux, il est certain qu'elle sera la plus juste de toutes: car si la ligne AB qui joint la suspension des bassins est divisée en deux également en G, lorsque les bras CA, CB seront tellement placés que le point G se rencontre dans la ligne CF qui est la direction des poids menée par le point C, il y aura

équilibre entre les bassins égaux DE, & les poids égaux qui y seront posés; car les bassins & les poids doivent être soutenus sur l'appui



G qui sera leur centre commun de gravité; & la suspension CF passant par ce point, on la pourra considérer comme si elle y étoit posée, ainsi il y aura équilibre. Mais comme le centre de gravité G est un point qu'on ne sçauroit mettre éxactement dans la ligne CF, le bassin qui sera du côté de la ligne CF où le point G se trouvera, l'emportera sur l'autre, puisque le point G étant comme la somme des poids & des bassins, tombera du côté de la ligne CF où il sera placé.

De même aussi la ligne AB étant posée bien perpendiculaire à la direction des poids CF, ce que l'on connoîtra par l'aiguille qui est placée sur le fleau en C, & qui est sous l'anse CF, si les poids qui sont dans les bassins ne sont pas parfaitement égaux, leur centre de gravi-

té ne sera pas aussi placé au milieu de AB, mais il sera plus proche de l'extrémité où est placé le poids le plus pesant; c'est pourquoy si on éléve la balance par l'anse FC, ce côté-là trébuchera, puisque rien ne peut empêcher que le centre commun de gravité de ces poids ne tombe du même côté.

Il est facile à voir, que pour peu qu'on ôte ou qu'on ajoûte aux poids qui sont dans les bassins qu'on suppose égaux, on fera passer leur centre de gravité d'un côté ou d'autre de la ligne FC, ce qui fera aussitôt trébucher la balance du côté où sera le centre de gravité.

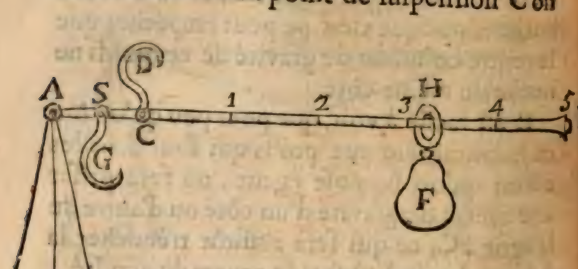
Pour se servir de cette espece de balance, il faut que la table sur laquelle les bassins sont posés, avant qu'on l'éléve par l'anse, soit bien de niveau, c'est-à-dire bien perpendiculaire à la direction des poids, afin que la ligne AB qui passe par les points de suspension des bassins, soit aussi perpendiculaire à cette direction, car on suppose que les cordons qui soutiennent les bassins sont parfaitement égaux.

PROPOSITION XXXV.

Du Peson, *ou de la* Romaine.

Le peson est fait pour l'ordinaire d'une verge AB de quelque matiere roide, comme de fer ou de bois dur & qui ne puisse pas ployer, laquelle on suspend par l'anse CD qui divise

la verge ou le fleau AB en deux parties fort inégales, car la distance AC doit être comprise plusieurs fois dans l'autre CD. Vers la plus petite distance A du point de suspension C on



attache un bassin de balance E, ou un crochet pour y poser les marchandises qu'on veut peser; sur l'autre partie CB on pose la masse F, qui est un poids de plomb ou de fer qui peut couler au long de ce bras CD étant soutenu sur un anneau plat qui pose sur le tranchant. Lorsqu'on veut peser quelque marchandise qu'on met dans le bassin E, on fait mouvoir la masse F en la retirant ou avançant, tant qu'elle fasse équilibre avec ce qui est de l'autre côté de l'anse, & la division qui est marquée sur la verge à l'endroit où l'anneau de la masse est arrêté, donne le poids de la marchandise qui est posée dans le bassin E.

Il reste donc maintenant à voir de quelle maniere on doit faire les divisions de la verge CB.

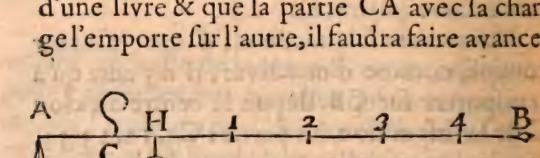
Premierement, on doit considérer que des deux côtés de l'appui C il y a deux poids, dont l'un est la verge CB, & de l'autre la partie CA avec le bassin E & le second crochet G dont nous expliquerons l'usage dans la suite. Ces deux poids dans la disposition où ils sont par rapport à l'appui C, seront en équilibre ou l'un l'emportera sur l'autre. Si ils sont en équilibre, on pourra n'y avoir aucun égard, comme si la verge avec toute sa charge tant d'un côté que d'autre, n'étoit qu'une ligne sans aucune pesanteur.

Maintenant si la masse est d'une pesanteur connuë, comme d'une livre, il n'y aura qu'à transporter sur CB, depuis le centre du clou C de la suspension, les parties C 1, 1 2, 2 3, 3 4, &c. égales entr'elles & chacune égale à la distance du point C jusqu'au point A qui est le centre du clou de la suspension du bassin E, & l'on aura sur la verge CB les divisions des livres : c'est-à-dire que quand la masse sera posée sur quelqu'une de ces divisions, & qu'elle sera en équilibre avec la marchandise qui est dans le bassin E, elle en marquera le nombre des livres par le nombre des divisions où elle se trouvera. On peut, si la place le permet, diviser chaque inrervalle 1 2, 2 3, &c. en quatre

parties égales pour avoir des quartrons, ou en 16 pour avoir des onces, afin qu'on puisse connoître plus éxactement le poids des marchandises P qui sont dans le bassin par l'endroit H où l'anneau de la masse sera posé sur la verge dans l'état de l'équilibre.

La démonstration de cecy est facile par la troisiéme proposition, car comme CA sera à CI, ainsi la masse F d'une livre sera au nombre des livres & de ses parties que contiennent la marchandise.

Mais si les deux parties de la verge avec leur charge ne sont pas équilibre entr'elles sur l'appui C, supposant toûjours la masse d'une livre & que la partie CA avec sa charge l'emporte sur l'autre, il faudra faire avancer



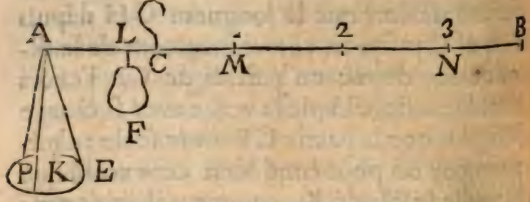
la masse F sur le bras CB, comme en H, tant qu'on trouve l'équilibre de la partie CA avec sa charge, & de la partie CB avec la charge de la masse F posée en H. On fera ensuite les divisions du bras CB comme cy-devant, en prenant des parties égales à CA, & en commençant

çant les divisions en H, comme H 1, 1 2, 2 3 qui donneront les divisions des livres, & les subdivisions de ces parties en 4 ou en 16 donneront les parties de la livre en quartrons ou en onces.

Pour la démonstration de cette division on doit considérer que la longueur C H depuis l'appui C jusqu'au commencement de la division H, donne en parties de CA l'excés dont la partie CA de la verge avec sa charge pése plus que la partie C B toute seule : c'est-pourquoy on peut considérer cet excés, que j'appelle le poids K, comme s'il étoit posé dans le bassin E, & que les deux parties de la verge fussent en équilibre sur le point C, puisqu'il y est effectivement ; & alors le poids K étant ôté, la division commenceroit en C comme cy-devant. Mais ce poids K étant attaché au bassin, & joint avec la marchandise qu'on doit peser, il est certain que si la masse se trouve en équilibre avec ces marchandises, lorsqu'elle est posée par éxemple sur la division de 2 livres, comme on la vient de faire, il y aura même raison de CA à C 2, que du poids d'une livre qui est la masse F, à ce qui est posé dans le bassin E, en supposant l'équilibre entre la partie CB de la verge, & la partie CA avec sa charge : la marchandise pésera donc 2 livres, puisque deux livres dans le bassin avec le poids K qui y est comme attaché,

ont même raiſon à la longueur H 2 avec CH, que la maſſe F d'une livre à la longueur CA.

Enfin ſi la partie CB de la verge eſt plus peſante que la partie CA avec ſa charge, il eſt évident que le commencement de la diviſion



ſera ſur CA : car ſi l'on peut y placer la maſſe F comme en L, en ſorte que la partie CB faſſe équilibre avec la partie CA, & ſa charge jointe à la maſſe F placée en L, la diſtance CL donnera en parties de CA ce qui manque à la peſanteur du baſſin, en parties de livres pour faire équilibre entre CB toute ſeule, & CA avec ſa charge. Car par éxemple, ſi CL eſt le quart de CA, il eſt évident qu'il faudroit ajoûter un quartron K dans le baſſin E pour faire équilibre entre les deux bras de la verge, & leur charge ſans la maſſe, puiſque le poids K d'un quartron fait autant d'effort ſur la verge, étant placé au point A, que la maſſe F d'une livre qui eſt placée au point L, ces deux poids étant entr'eux dans la raiſon réciproque de leurs diſtances à l'appui C.

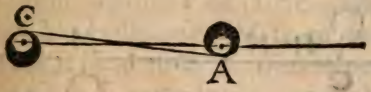
Je dis maintenant qu'il faut commencer la diviſion au point L, en prenant les parties L 1, 1 2, 2 3, &c. égales entr'elles, & à la diſtance CA, pour avoir les diviſions des livres ſur le bras CB de la verge. Car ſi l'on met un poids P de deux livres, par éxemple, dans le baſſin E, & que la maſſe ſoit poſée à la diviſion 2, la verge demeurera en équilibre ſur l'appui C; puiſque la raiſon de CA à C 2 ſera la même que celle de la maſſe peſant une livre au poids P de 2 livres moins un poids, comme K qui a même rapport à la livre, que CL à AC, qui ſeroit dans cet éxemple d'un quartron; c'eſt-à-dire CA de 4 parties, à C 2 de 7 parties, comme la maſſe de 4 quartrons à 7 quartrons du poids P, leſquels étant joints au quartron du poids P que ſoutient la verge CB, feront les 2 livres pour le poids P, comme le marque la diviſion 2.

Si l'on vouloit trouver une des diviſions de la verge CB, ſans tranſporter la maſſe dans la partie CA, il n'y auroit qu'à mettre dans le baſſin un poids d'une peſanteur connuë, comme de 1, de 2, ou de 3 livres, ou plus, & chercher avec la maſſe une poſition ſur la verge CB où il y eût équilibre; & ce point de la verge étant marqué du nombre des livres qui ſeroient dans le baſſin, on prendroit des diviſions d'un côté & d'autre de celle-cy, toutes égales entr'elles, & à CA qui ſeroient chacune des livres.

Ce sera aussi par cette même expérience qu'on pourra trouver sur la verge une grandeur qui réponde à quel nombre de livres on voudra, en mettant d'abord dans le bassin un poids d'une pesanteur connuë, comme d'une livre, & cherchant en suite avec la masse le point M, où le peson demeure en équilibre sur la suspension C, le bassin étant chargé d'une livre; en suite si l'on veut avoir une distance sur la verge qui réponde à 2 livres, on ajoûtera au poids de 1 livre qui est déja dans le bassin, un autre poids de 2 livres, & l'on cherchera encore le point N avec la masse où le peson soit en équilibre; la distance MN sera une distance pour 2 livres, & le point M sera la division d'une livre, le point N de trois livres, & ayant divisé MN en deux également, on aura la grandeur de la verge qui répond à une livre, & qui servira à faire toutes les divisions de la verge.

Cette methode de diviser la verge est commode en ce que l'on ne peut pas ordinairement connoître exactement la distance CA qui doit être prise depuis le point touchant du clou qui tient la suspension dans le trou où il entre, jusqu'au point touchant de l'autre clou qui soutient le bassin dans le trou où il est posé, ny même celle qui est entre les axes des deux clous, qui doit être à peu prés égale à l'autre quand la verge est de niveau. Je dis

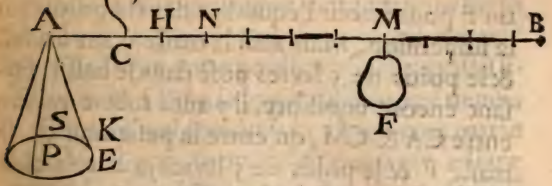
que la distance de ces axes n'est qu'à peu prés égale à la véritable distance CA qu'on doit prendre : car si les axes sont de niveau, la ligne CA qui est la distance entre les deux



points touchans, sera plus grande que la distance entre les axes : ce qui est facile à voir.

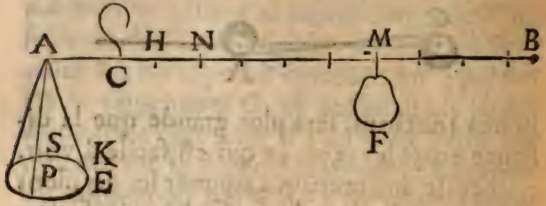
Il reste maintenant à trouver les divisions de la verge, lorsque la masse dont on se sert n'est pas d'un poids déterminé ny connu.

Ayant trouvé comme cy-devant le point H ou L sur la verge, où la masse étant posée il y a équilibre entre les parties de la verge des deux côtés avec leurs charges, on mettra dans le bassin E un poids P d'un nombre de livres connu, comme de 5, & l'on fera mouvoir



la masse F tant qu'il y ait encore équilibre entre les parties de la verge & le poids P dans le bassin, & la masse placée en M sur CB,

alors on ſera aſſeuré que la diſtance HM ſur la verge doit répondre à 5 livres, & par conſéquent il la faudra diviſer en cinq parties égales pour avoir les diviſions des livres ſur



la verge. Le point H ſoit qu'on le trouve ſur CB, comme dans cette figure, ou ſur CA, ſera le commencement de la diviſion.

La démonſtration de cette diviſion eſt ſemblable aux précédentes: car lorſque la maſſe F eſt en H, à cauſe de l'équilibre il y a même raiſon de CA à CH, que de la peſanteur de la maſſe F au poids K, qu'il faudroit ôter au baſſin E pour établir l'équilibre dans le peſon ſur la ſuſpenſion. Mais auſſi la maſſe étant en M, & le poids de 5 livres poſé dans le baſſin faiſant encore équilibre, il y aura même raiſon entre CA & CM, qu'entre la peſanteur de la maſſe F & le poids de 5 livres joint au poids K qu'il faudroit ôter du baſſin.

On aura donc le poids F à la diſtance CA, comme le poids K à la diſtance CH; & le poids F à la diſtance CA, comme le poids K

joint au poids P à la distance CM ; & en raison égale le poids K sera à la distance CH, comme le poids K joint au poids P à la distance CM ; en raison alterne le poids K sera au poids K joint au poids P de 5 livres, comme la distance CH à la distance CM ; & en divisant, le poids K sera au poids K joint au poids P moins le poids K, ce qui se réduit au seul poids P, comme la distance CH à la distance CM, moins la distance CH qui est HM ; & en raison alterne le poids K sera à la distance CH, comme le poids P à la distance HM. Mais on a trouvé d'abord que le poids K étoit à CH, comme le poids de la masse F étoit à CA ; donc le poids F à CA, comme le poids P à HM, & en raison alterne le poids F au poids P, comme la grandeur CA à la grandeur HM.

On fera la même démonstration pour tout autre poids que P, & l'on trouvera toûjours que F sera à CA, comme le poids mis dans le bassin sera à la grandeur de la division sur le bras de la verge : on aura donc en raison égale le poids P à un autre poids, par exemple de 1 livre, comme HM à la partie de la verge depuis le point H, qui sera aussi la cinquiéme partie de HM, & qui répondra au poids de 1 livre qui est la cinquiéme partie de 5 livres, & ainsi des autres.

Ce sera la même chose, si le commencement de la division se rencontroit sur CA.

Enfin, on pourra connoître par ce moyen quelle sera la pesanteur absoluë de la masse F, puisqu'elle aura même raison à CA, que 1 livre doit avoir à une des divisions de CB; ainsi elle contiendra autant de livres & de parties de livres, que la grandeur CA contient de divisions de CB, comme HN qui répond à 1 livre, & de ses parties.

Lorsque j'ay dit dans la démonstration, que la partie CB de la verge étoit égale en pesanteur à la partie CA avec sa charge, il ne faut pas entendre que ce soit en pesanteur absoluë, mais seulement en pesanteur relative, c'est-à-dire que la pesanteur absoluë de la partie CB de la verge est tellement disposée par rapport à l'appui C, qu'elle fait équilibre avec l'autre partie C A & sa charge comme elle se trouve disposée par rapport au même appui commun C : car dans l'équilibre les pesanteurs relatives sont toûjours égales, mais les pesanteurs absoluës peuvent être fort inégales.

Dans la construction du peson on met fort souvent un crochet à la place du bassin de balance que j'ay répréſenté dans la figure.

Pour ce qui est du second crochet ou anse G qui sert à suspendre le peson en renversant la verge en sorte que la partie de dessous de la verge vienne au dessus, & celle de dessus vienne au dessous, & le bassin où le cro-

chet suspendu en A y demeure toûjours suspendu en tournant sur le clou qui le tient à la verge, on le fait ordinairement pour peser de plus grands poids qu'avec l'anse D, car on le suppose beaucoup plus proche du point A que l'autre, & l'on fait les divisions du côté de la verge qui répond à la suspension S de l'anse G, de la même maniere que pour l'autre, en se servant de la même masse. Alors dans ce renversement du peson le crochet ou l'anse D qui est attachée à la verge du côté de B, par rapport à la suspension S du crochet G, fait partie de la pésanteur absoluë du bras SB de la verge, mais cela ne fait rien à la maniere de diviser la verge.

La division de la verge qui répond à la suspension C, s'apelle *le foible* du peson, & l'autre division qui répond à l'autre suspension S, s'appelle *le fort*.

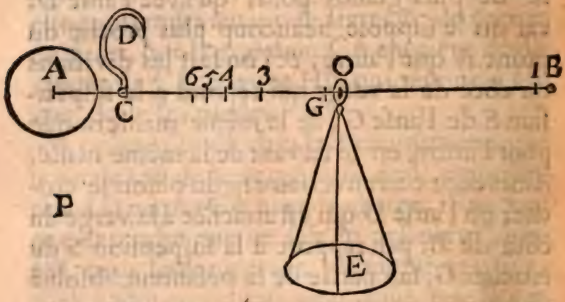
Proposition XXXVI.

On explique icy la construction & la division d'une seconde espece de peson.

Dans cette espece de peson le poids ou la masse est arrêtée ferme à l'extrémité A de la verge AB. L'anse ou le crochet D est suspendu au point C, comme dans le précédent, & le bassin E où l'on met les marchandises coule au long du bras CB de la verge par le moyen

d'un anneau plat O, comme la masse dans le précédent.

Pour faire les divisions de cette espece de



peson on se servira d'une methode qui est à peu prés semblable à la derniere dont on s'est servi dans l'autre peson. Car sans avoir égard au poids des parties de la verge ny de la masse A, ayant ôté le bassin & ayant suspendu le poids de 1 livre à un fil délié, dont la pesanteur ne soit pas considérable, on le placera sur quelque point du bras CB, en sorte qu'il y ait équilibre entre cette livre & la masse A attachée à l'extrémité du bras CA, & alors on mettra la marque de 1 livre sur le bras C B au point B. En suite on divisera la longueur de ce bras au point G en deux également, & ce point sera la division de 2 livres, & en prenant de suite sur ce bras toutes ses parties aliquotes, comme C 3 le tiers de CB; C 4 le

quart de CB ; C 5 la cinquiéme partie, & ainſi de ſuite, on aura toutes les diviſions des livres ſur le bras CB, car les points 1, 2, 3, 4, 5, &c. ſeront ceux des diviſions, quelque ſoit la péſanteur du bras de la verge CB, par rapport au bras CA, & à la maſſe A.

Mais ces diviſions étant faites ſans avoir égard à la péſanteur du baſſin E, ou du crochet qui doit porter la marchandiſe qu'on veut peſer, il les faudra corriger, afin que les marchandiſes étant miſes dans le baſſin, les diviſions donnent éxactement le poids des marchandiſes ſans avoir égard au baſſin. Il faut donc que toutes ces diviſions ſoient un peu rapprochées de l'appui C, d'une partie de chaque diviſion de livre qui répréſente le poids du baſſin & de ſa ſuſpenſion, par rapport à la livre ; comme ſi le baſſin avec ſa ſuſpenſion peſoit deux onces, il faudroit rapprocher la diviſion qui conviendroit à chaque livre, de la partie de chaque diviſion qui conviendroit à 2 onces, ce que l'on trouvera dans les propoſitions ſuivantes, en donnant la maniere de peſer les parties de la livre avec les differens peſons.

La démonſtration de la diviſion qu'on vient de faire ſera facile à comprendre, ſi l'on conſidére que la maſſe A eſt compoſée de deux poids, dont l'un eſt ce qu'il faut avec la péſanteur du bras CA dans la diſpoſition où

ils ſont à l'égard de l'appui C, pour faire équilibre avec la péſanteur toute ſeule de l'autre bras CB, dans la place où il eſt, & l'autre partie de la maſſe, eſt un poids que j'appelle P. Cet équilibre étant ainſi établi, on peut conſidérer tout le levier comme s'il n'avoit aucune péſanteur, & que la maſſe fût ſeulement le poids P tel qu'il puiſſe être.

Maintenant puiſque l'expérience nous a donné le point B, d'où le poids de 1 livre étant ſuſpendu il y a équilibre entre le poids P ſuſpendu en A ſur l'appui C, il eſt évident que le moment du poids P en A ſera égal au moment du poids de 1 livre en B. Mais auſſi par la même raiſon, puiſque le moment du poids P en A demeure toûjours le même, il faudra auſſi que dans l'équilibre le moment d'un nombre de livres tel qu'on voudra, leſquelles ſeront ſuſpenduës au bras CB, ſoit égal à celuy du poids P ſuſpendu en A. On aura donc le moment de 1 livre ſuſpenduë en B égal au moment d'un nombre de livres tel qu'on voudra dans ſon point de ſuſpenſion, comme de 2 livres dans le point O. Mais ces deux momens étant égaux, il y aura même raiſon entre leurs diſtances depuis l'appui C & leurs poids réciproquement, c'eſt-à-dire que le poids de 2 livres ſera au poids de 1 livre, comme CB à CO; donc CO ſera la moitié de CB.

On

On démontrera de même que le poids de 3 livres sera au poids de 1 livre, comme CB au tiers de CB qui est C 3, & par conséquent la division 3 convient au poids de 3 livres, & ainsi des autres divisions.

Cette espece de balance a une grande incommodité, en ce que pour trouver l'équilibre il faut faire mouvoir le bassin avec les marchandises dont il est chargé, au long du bras CB.

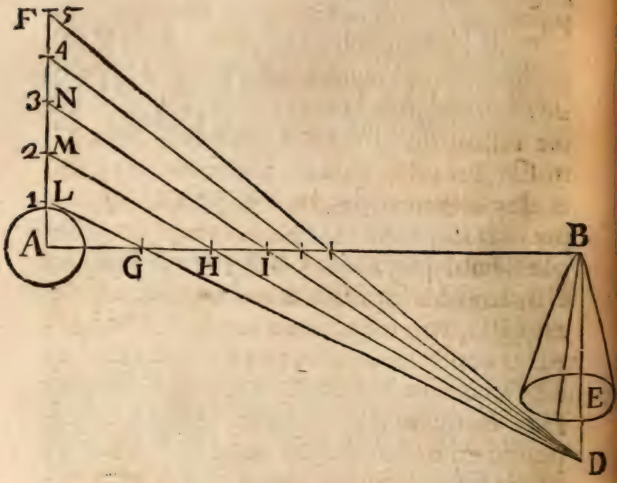
Proposition XXXVII.

Cette proposition contient la construction & la division d'une troisiéme espece de peson.

Dans cette espece de peson le bassin où l'on met la marchandise est suspendu à l'une des extrémités B de la verge, & la masse A est arrêtée ferme à l'autre extrémité; mais l'anse où le crochet qui en fait la suspension, est mobile au long de la verge.

Pour avoir les divisions justes sur la verge de ce peson, il les faudra trouver par expérience, en mettant des poids différens dans le bassin, & cherchant les divisions avec la suspension. Mais si l'on veut n'avoir aucun égard à la pesanteur de la verge AB qui peut être inégale dans ses parties, ny à celle du bassin E, on pourra trouver les divisions de la verge de

ce peſon en cette ſorte, quelque puiſſe être la peſanteur de la maſſe ſuſpenduë au point A.



Par les extrémités A & B de cette verge ayant mené deux lignes AF, BD paralleles entr'elles, on ſuſpendra le poids de 1 livre au point B, & l'on cherchera ſur la verge avec l'anſe le point G, où le poids de 1 livre en B demeure en équilibre avec la maſſe ſuſpenduë en A. En ſuite par quelque point D de la ligne BD, on menera DG prolongée juſqu'à

la ligne AF au point L, & sur AF on prendra les parties LM, MN, &c. égales entr'elles & à AL. Enfin par le point D & par les points M N on tirera des lignes DM, DN qui couperont AB en H, en I, &c. qui seront les points de division en livres sur la verge.

Pour la démonstration de cette division, puisque l'on a l'équilibre en G entre le poids de 1 livre en B & la masse en A, il y aura même raison de GA a GB, que de 1 livre à la masse, qui est la raison réciproque des poids & des distances des bras du levier par rapport à la suspension G. Mais à cause des triangles semblables GAL, GBD, comme GA est à GB, ainsi AL est à BD, & par conséquent AL est à BD, comme 1 livre à la masse. Mais aussi par la construction AM est à BD, ou 2AL sont à BD, comme HA à HB, il faudra donc pour faire équilibre entre la masse & le poids suspendu en B, l'anse étant posée en H, que ce poids soit double du précédent, c'est-à-dire qu'il soit de 2. livres ; car BD qui est la même pour toutes les divisions, sera toûjours à la masse A, comme toutes les distances AL, AM, AN, ou bien AL, 2AL, 3AL, &c. aux poids des livres suspenduës en B.

Ce peson est fort incommode, en ce qu'il fait mouvoir la verge avec la charge des marchandises & de la masse, pour trouver l'équilibre ; c'est pourquoy nous ne nous y arrête-

rons pas davantage. On remarquera seulement que les divisions, comme nous les venons de trouver, sont en proportion harmonique continuë, c'est-à-dire que BA est à BH, comme AG à GH ; & BG à BI, comme GH à HI, & ainsi de suite.

Remarques sur les trois especes de pesons.

Dans la premiere espece de peson les divisions des poids égaux, comme des livres, sont des parties égales.

Dans la seconde sont des parties de la progression $\frac{1}{0}, \frac{1}{1}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{10}, \frac{1}{15}, \frac{1}{21}$, &c. où les numérateurs étant l'unité les différences des dénominateurs augmentent de suite de l'unité.

Et dans la troisiéme ces parties sont des différences de grandeurs en proportion harmonique continuë.

Proposition XXXVIII.

Comment *on peut peser les parties de la livre, avec le peson de la premiere & de la seconde espece.*

Il est facile à voir que dans le peson de la premiere espece où toutes les parties sont égales, si l'on divise chacune de ces parties en d'autres parties égales entr'elles, & au nom-

bre des parties de la livre qu'on veut avoir, comme en 16. on aura des diviſions, où la maſſe étant placée elle donnera la péſanteur de la marchandiſe en livres, & en parties de livres telles qu'on les demande, qui ſeront des onces.

Mais comme ces diviſions ſeroient fort ſerrées, on ne pourroit peſer ces parties que fort imparfaitement; on ſe ſervira donc de cette methode qui ſera beaucoup plus juſte & plus facile en ſe ſervant des mêmes diviſions des livres. On aura un petit poids qui ſera la même partie de la maſſe que celle des livres qu'on veut avoir: par éxemple, ſi l'on demande des onces, on aura un poids attaché à un crochet, qui fera avec ſon crochet la ſeiziéme partie de la maſſe, de quelque peſanteur qu'elle ſoit.

Pour l'uſage, on placera d'abord la maſſe ſur une des diviſions de livres la plus grande qu'on pourra; & pour les onces qui doivent être jointes à ce nombre de livres, on placera encore le petit poids ſur le même bras où ſont les diviſions des livres, & lorſqu'on aura trouvé l'équilibre entre la marchandiſe d'un côté & la maſſe de l'autre avec le petit poids, la diviſion où la maſſe ſe trouvera placée donnera le nombre des livres, & celle où ſera le petit poids donnera le nombre des onces qu'il faut ajoûter à ces livres.

La démonſtration de cette pratique eſt facile, car il doit y avoir même rapport entre la maſſe & ſa ſeiziéme partie, qu'entre une livte dans le baſſin & une once, & par conſéquent la ſeiziéme partie de la maſſe donnera ſur chaque diviſion des livres une ſeiziéme partie de livre, c'eſt-à-dire une once; & enfin ſur la diviſion de 16. livres elle donnera une livre. La même choſe ſe doit entendre de toute autre diviſion.

Quand on veut peſer avec le peſon ces petites parties, il faut qu'il ſoit fait de telle façon qu'il n'y ait que tres-peu de frottement dans la ſuſpenſion.

On remarquera que les diviſions qu'on a trouvé pour les livres, ne pourront ſervir pour les parties que lorſque le commencement de la diviſion ſera au point de la ſuſpenſion; ſinon il faudra faire des diviſions legeres égales à celles des livres, en commençant à la ſuſpenſion, leſquelles ſerviront pour les parties de la livre telles qu'on voudra.

Car la maſſe étant poſée dans la diviſion d'un nombre de livres, fait équilibre avec ces mêmes livres dans le baſſin: c'eſt pourquoi le peſon étant alors en équilibre ſur ſa ſuſpenſion, il faut que les diviſions des parties qu'on ajoûtera dans le baſſin, commençant à la ſuſpenſion, ſuivant les régles précédentes des diviſions. Il faut auſſi remarquer que pour pe-

ſer des onces ou d'autres parties de la livre toutes ſeules, il faut que la maſſe ſoit placée au commencement de la diviſion des livres, afin qu'il y ait équilibre entre les deux bras de la verge & leurs charges, avant que d'y mettre le petit poids qui convient aux parties.

Pour ce qui eſt de la ſeconde eſpece de peſon, il faudra diviſer chaque diviſion de livre du bras CB dans le nombre des parties de la livre qu'on demande. Par éxemple, ſi l'on demandoit des quartrons, il faudroit les diviſer en quatre parties qui doivent être inégales, & qu'on trouvera par la maniere ſuivante.

Puiſque le point B dans la figure de la trente-ſixiéme propoſition eſt la diviſion de 1 livre, il faudra que le point de la diviſion de la demi-livre ſoit éloigné de C ſur CB, du double de CB, en ſuppoſant la verge prolongée : car alors le moment d'une demi-livre ſuſpenduë au double de CB ſera égal au moment de 1 livre ſuſpenduë en B, & par la même raiſon la diviſion qui conviendra au quartron, devra être ſur CB prolongée, éloignée de C de quatre fois CB; & enfin pour quelqu'autre partie de la livre que ce puiſſe être, il faudra toûjours qu'il y ait même raiſon de cette partie à la livre entiere, que de CB à la diſtance depuis le point C juſqu'au point de diviſion de cette partie ſur la verge prolongée.

Maintenant la diviſion de cette partie étant

trouvée, on trouvera les diviſions de ſuite de toutes les parties multiples de celle-cy, comme on a trouvé celles des livres, & ainſi toute la verge ſe trouvera diviſée dans les parties des livres qu'on voudra.

C'eſt auſſi par ce moyen qu'on pourra corriger les diviſions des livres, à cauſe de la peſanteur du baſſin ou du crochet qui ſoutient les marchandiſes. Comme ſi le baſſin peſoit deux onces avec ſon anneau & ſes cordons, & que la diviſion G fût celle des deux premieres onces, aprés la diviſion de deux livres que je ſuppoſe au point O, il faudroit marquer le point G de la diviſion de deux livres, au lieu du point O. Il eſt évident qu'il faudroit faire cette correction, puiſque ce ne ſeroit pas ſeulement le poids de deux livres qu'il faudroit peſer, mais le poids de deux livres & deux onces, dont l'équilibre avec la maſſe ſe feroit au point G, qu'on marqueroit du caractere de deux, comme s'il n'y avoit point de baſſin, la diſtance OG ſuppléant à la peſanteur du baſſin.

Je ne parle point de la maniere de corriger les diviſions de la troiſiéme eſpece de peſon, à cauſe de l'incommodité qu'il y a dans ſon uſage.

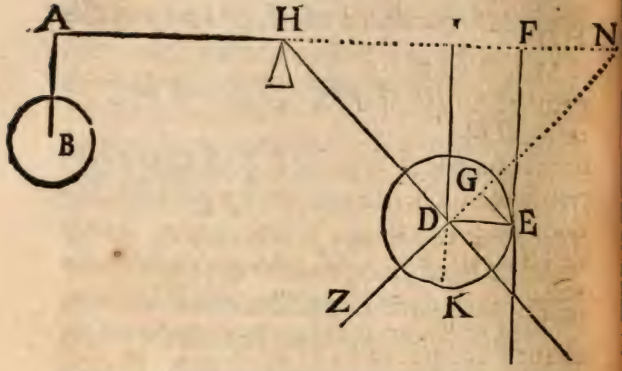
PROPOSITION XXXIX.

SOIT *le levier angulaire AHD avec les bras égaux, dont l'un AH eſt perpendiculaire à la direction des poids, & à ſon extrémité A ſoit appliqué le poids B ; l'autre bras HD ſera donc incliné, & l'on y appliquera un poids KE circulaire ou ſphérique, dont le centre D puiſſe gliſſer au long du bras HD.*

Je dis que ſi le poids KE eſt retenu contre le plan EF, que je ſuppoſe perpendiculaire à la direction des poids, en ſorte que ce poids KE puiſſe auſſi couler au long du plan EF, pour faire l'équilibre entre ces deux poids ainſi appliqués aux bras du levier, il faudra qu'ils ſoient entr'eux dans la raiſon directe des perpendiculaires menées de l'appui H aux directions, c'eſt-à-dire que le poids B doit être au poids KE, comme HA à HI, qui ſont les perpendiculaires menées de l'appui H aux directions des poids & qui ſont priſes directement, ce qui eſt un paradoxe de mécanique, puiſque nous avons démontré que ces perpendiculaires doivent être priſes réciproquement. Il faut donc voir

comment cette raiſon directe ſe tire de la raiſon réciproque.

Nous pouvons conſidérer le poids K, comme ſi ce n'étoit qu'un point péſant D qui fût attaché à l'extrémité d'un levier E D, lequel



eſt appuié contre le plan EF au point E, puis qu'effectivement ce poids y eſt appuié. Mais la direction du point peſant D eſt ſelon la ligne I D K parallele à E F, & il eſt retenu par le bras du levier H D qui le pouſſe ſelon la direction D G perpendiculaire à H D; & dans l'état d'équilibre la peſanteur abſoluë du poids D ſelon la direction DK, ſera à la puiſſance que j'appelle Z appliquée en D qui le ſoutient en le pouſſant ſelon DG, comme EG à ED par la quinziéme propoſition. Mainte-

nant ſi la direction DK du poids D eſt prolongée juſqu'en I à la ligne HI, qui eſt AH prolongée, & qui eſt perpendiculaire à la direction KDI, il eſt évident que EG ſera à ED, comme HI à HD, à cauſe des triangles rectangles ſemblables EGD, HID: donc le poids D ſera à la puiſſance Z, comme HI à HD.

Mais à cauſe que le poids B a ſa direction perpendiculaire à ſon bras HA, & la puiſſance Z a auſſi ſa direction perpendiculaire à ſon bras, la puiſſance Z ſera à la puiſſance ou au poids B, comme HA à HD. Le poids D ſera donc au poids B dans la raiſon compoſée de de HI à HD, & de HA à HD, qui eſt celle du rectangle de HI, HA au quarré de HD; & ſi les bras HA, HD ſont égaux, cette raiſon ſe réduit à celle de HI à HD ou HA: ce qui étoit propoſé.

Conſéquences.

Si les deux poids D & B étoient égaux le rectangle HI, HA ſeroit égal au quarré de HD, c'eſt-à-dire que HA ſeroit la troiſiéme en proportion continuë aprés HI, HD, qui ſeroit égale à HN que l'on trouveroit ſur HI prolongée en N, où elle rencontreroit DN perpendiculaire à HD.

On trouveroit auſſi que dans quelque proportion que ce fût des bras de la balance HA, HD, le poids D devroit toûjours être au poids

B, comme HA à HN, au lieu que si le poids D étoit attaché & suspendu à l'extrémité D du bras HD, ce devroit être comme HA à HI. Car puisque nous avons trouvé que le poids D doit être au poids B dans la raison composée de HI à HD, & de HA à HD; si l'on prend les termes de la raison de HD à HN, au lieu de ceux de son égale HI à HD, on aura le poids D au poids B dans la raison du rectangle HD, HA, au rectangle HN, HD, qui est celle de la ligne HA à la ligne HN.

On connoît donc encore par là que le poids D étant appliqué au bras HD, comme je viens de l'expliquer, il aura beaucoup plus de force, ou il fera un bien plus grand effort que s'il étoit attaché dans le même endroit au bras HD, puisque le poids D étant mesuré par la ligne HA, dans le premier cas la ligne HN seroit la mesure du poids B qui feroit équilibre avec le poids D, & dans le second ce seroit la ligne HI.

Remarque.

Si l'on veut construire cette espece de balance, il faudra que le bras HD soit fort poli par le dessus où le poids D doit glisser, & l'on pourra prendre pour le poids deux roulettes de plomb qui seront jointes ensemble par un petit axe de fer fort delié qui glissera sur le bras HD, la circonférence de ces roulettes coulant en descendant au long du plan FE.

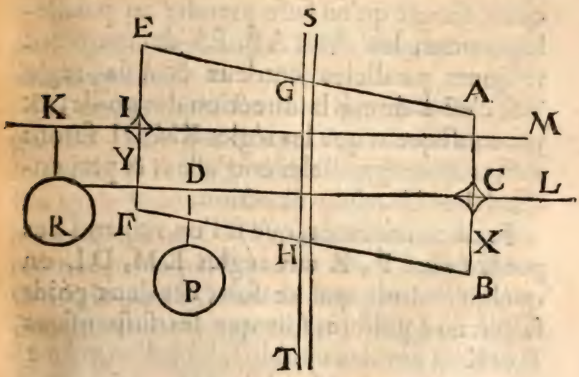
PROPO-

PROPOSITION XL.

ON donne dans cette proposition la construction d'une balance où des poids égaux demeurent toûjours en équilibre, soit qu'ils soient placés à differente distance de l'appui, soit qu'ils soient tous deux du même côté, ou de differens côtés.

On peut dire que cette proposition est un autre paradoxe de Mécanique. La construction de cette balance est de M. de Roberval.

Soit le parallelogramme ABEF fait de quatre régles de cuivre ou de fer, lesquelles sont



mobiles sur les clous ABFE qui les assemblent, en sorte que les angles de ce paralle-

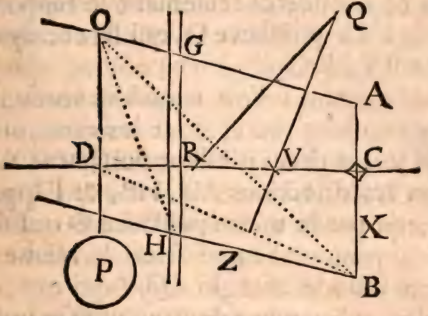
logramme peuvent changer comme on voudra. Pour la démonstration nous supposons que ce réctangle soit fait de quatre lignes droites qui passent par les centres des clous; & que ses côtez AE, BF soient mobiles sur leurs points du milieu G & H, étant attachés à la régle TS qui sert de pied à cette machine, & qui doit être posée parallele à la direction des poids.

De plus en quelque endroit que ce soit des autres régles EF, AB, comme en I & en C, soit appliqué deux régles KIM, DCL qui fassent des angles droits avec les régles EF, AB y étant bien soudées ou rivées.

Il est évident par cette construction, que quelqu'angle qu'on fasse prendre au parallelogramme, les côtés AB, EF demeureront toûjours paralleles entr'eux & à la régle TS, c'est-à-dire à la direction des poids, & par conséquent que les régles KM, DL seront aussi toûjours paralleles entr'elles, & perpendiculaires à la même direction.

Je dis maintenant, que si l'on suspend des poids égaux P, R aux régles KM, DL en quelqu'endroit que ce soit, ces deux poids seront en équilibre, soit que les suspensions D & K de ces deux poids soient d'un même côté par rapport à la régle GH qui sert d'appui à la balance, ou de differens côtés, soit qu'ils soient proches où éloignés de ce même appui.

Le point D eſt arrêté de telle maniere avec la régle AB, par le moyen de la régle DC qui ne fait qu'un même corps avec AB, que l'on



peut conſidérer l'angle DBA comme un levier angulaire.

Si nous ſuppoſons donc que ce levier angulaire DBA ſoit tiré par l'extrémité D avec le poids P ſelon la direction PDO, & que ſon angle B ſoit ſoutenu par la puiſſance O ſelon la direction OB, l'autre extrémité A étant retenuë par la puiſſance G ſelon la direction OGA, le point O ſera le concours des trois directions. Ayant mené les trois lignes QV, QR, RV perpendiculaires aux trois directions OA, OB, OD, le triangle QRV formé par ces trois perpendiculaires, donnera le rapport des trois puiſſances appliquées à ces

directions dans le cas de l'équilibre par la vingt-troiſiéme propoſition.

Mais comme la puiſſance en G eſt arrêtée au pied, on la peut regarder comme l'appui, & conſidérer ſeulement le rapport du poids P à la puiſſance O, qui ſera celuy de la ligne RV à RQ.

Maintenant ſi l'on conſidére un autre levier angulaire AOH dont les extrémités A & H ſoient tirées par deux puiſſances X & Z, ſelon les directions AB, HB, & l'appui O ſoutenu par la même puiſſance O qui ſoutenoit auparavant l'appui ſelon la même direction OB; le triangle QRV qui exprimoit cy-devant le rapport des trois puiſſances pour le levier ABD, ſervira auſſi pour exprimer les trois autres XZO, car ſes trois côtés ſont auſſi perpendiculaires aux trois directions, HB parallele à GA, AB parallele à OD, & OB qui eſt commune.

Mais à cauſe que dans ce levier AOH, le point H eſt arrêté ferme ſur le pied de la machine nous pourrons le conſidérer comme l'appui, & les deux autres puiſſances agiſſant l'une contre l'autre; nous aurons donc la puiſſance O agiſſant ſelon OB, à la puiſſance X agiſſant ſelon AB, comme QR à RV.

Il eſt donc évident que la puiſſance où le poids P ſuſpendu en D ſera à la puiſſance X, tirant le point A ſelon AB dans la raiſon com-

posée de RV à RQ, & de QR à RV, qui eſt la raiſon d'égalité. Il y aura donc équilibre entre le poids P ſuſpendu en D, & la puiſſance X égale au poids P appliquée en A ſelon AB.

On démontrera de même que le poids R ſuſpendu en K à la régle KIM, fera équilibre avec une puiſſance Y égale au poids R, laquelle étant appliquée en E agit ſelon la ligne EF; on peut donc ſubſtituer à la place des poids P & R les puiſſances égales X & Y qui agiſſent en A & en E avec des directions paralléles entr'elles & à la direction des poids : mais ces puiſſances égales étant appliquées aux extrémités A & E des bras égaux de la balance GA, GE qui a ſon appui en G, elles ſeront en équilibre : les poids P & R qui font même effort ſur cette machine que les puiſſances X & Y, ſeront donc en équilibre. Ce ſera la même choſe en quelqu'endroit des régles DL, KM qu'on ſuſpende les poids, & c'eſt ce qu'il falloit démontrer.

Il n'eſt pas difficile à voir qu'on peut conſtruire pluſieurs machines qui feront le même effet que celle-cy.

On peut auſſi démontrer la même choſe, & fort facilement par la ſixiéme propoſition : car ſi les poids ſont égaux, il eſt évident par la conſtruction de la machine que leurs momens ſeront égaux en quelqu'endroit qu'ils ſoient placés ſur leurs bras KIM, DCL, puiſ-

qu'ils y seront toûjours en disposition de parcourir des espaces égaux, qui sont aussi égaux à ceux que décriroient les extrémités EA, FB des régles EA, FB. Car les régles AB, EF étant retenuës par leurs extrémités en sorte qu'elles demeurent toûjours paralleles à l'appui GH, l'effort des poids P & R sur les extrémités AB, EF pour les écarter ou pour les approcher de l'appui GH ne doit pas être consideré, puisque cet appui est supposé immobile, il restera donc seulement aux poids l'effort de leur pesanteur absoluë pour tirer en bas les points A & E du levier AGE, de même que s'ils étoient appliqués ou suspendus à ces mêmes extrémités A & E; & ainsi la balance se réduit à un levier ordinaire AGE qui a son appui en G.

Il est donc aussi évident que si les poids P & R sont en raison réciproque des bras GE, GA, il y aura toûjours équilibre dans cette espece de balance, puisque leurs momens seront aussi égaux par la sixiéme proposition.

Proposition XLI.

Avec *tel nombre de poids qu'on voudra qui seront en proportion géometrique dans la raison de 1 à 3, on pourra peser dans une balance ordinaire qui a les bras égaux,*

tous les poids qui ſont depuis l'unité juſqu'à la ſomme de tous les poids proposés.

Soit par éxemple les quatre poids de 1, 3, 9, 27 livres, qui ſont en raiſon triple continuë, je dis qu'on pourra peſer avec ces quatre poids toutes les livres depuis l'unité juſqu'à 40. qui eſt la ſomme des quatre poids.

Il eſt certain que tout nombre eſt multiple du nombre trois ce qu'on appelle ternaire, ou ternaire plus ou moins l'unité : c'eſt pourquoy ſi l'on ôte l'unité du ternaire, il reſtera le nombre moyen entre l'unité & le ternaire, qui ſera 2 ; & ce ſera la même choſe du nombre 9. qu'on peut conſidérer comme ternaire du ternaire ; car ſi l'on en ôte le ternaire qui eſt à ſon égard comme l'unité à l'égard de 3, il reſtera 6 qui eſt le moyen entre 3 & 9.

Mais puiſque les nombres depuis 3 juſqu'à 9 ſont diviſés en deux ternaires, on en pourra remplir les intervalles en l'ajoûtant ou en l'ôtant : par éxemple, ſi au poids 3 on ajoûte l'unité, on aura 4 ; ſi au poids 9 moins 3, qui eſt 6, on ôte l'unité, on aura 5 ; & ſi au poids 9 moins 3 on ajoûte l'unité, on aura 7 ; & ſi du poids 9 on ôte l'unité, on aura 8.

Enfin le poids 9 eſt à l'égard du poids 27, ce que 3 eſt à l'égard de 9 ; & ſi de 27 on ôte 9, il reſte le moyen 18 entre 9 & 27, dont on pourra remplir les intervalles en ôtant &

ajoûtant avec les deux autres poids précédens 1 & 3, comme on a fait. Il en ſera de même de tout autre poids de cette même progreſſion.

Mais au dernier poids, comme icy 27, on peut ajoûter le poids 9, & remplir ſes intervalles avec 1 & 3 en ajoûtant ou ôtant; de même on peut encore ajoûter à la ſomme des deux poids 27 & 9, le poids trois, & remplir ſes intervalles avec l'unité, & enfin ajoûter les quatre poids enſemble qui feront la ſomme de 40. livres.

On appelle ôter dans la pratique, quand on met le poids qu'on veut ôter, du côté où ſont les marchandiſes, & ajoûter quand on le met de l'autre côte où il y a déja d'autres poids.

Avertiſſement.

Dans les propoſitions ſuivantes on éxamine ce qui doit arriver aux poids ſuſpendus à un levier, ou bien aux corps péſans, en ſuppoſant que leur direction tend au centre de la terre; & l'on remarquera que l'on ne peut pas dans cette ſuppoſition donner quelle figure on voudra aux poids, à cauſe que le centre de gravité des corps péſans change ſuivant leurs differentes diſpoſitions au centre de la terre, comme on verra dans la ſuite: on les doit donc conſidérer comme des points péſans.

PROPOSITION XLII.

SI le levier AB qui a ſes bras égaux HA, HB, & qui eſt perpendiculaire à la ligne droite HT menée de l'appui H au centre de la terre T, eſt chargé de deux poids égaux, qui ſont deux points peſans, à ſes extrémités A & B, il y aura équilibre entre ces deux poids.

Cette propoſition eſt évidente : car ſoient AT, BT les directions des deux points péſans A & B. Ayant mené les perpendiculaires HI, HL, IL aux directions AT, BT, HT, on

aura le triangle HIL, dont les côtés donneront la proportion des trois puiſſances qui doivent être appliquées à ces directions pour faire équilibre, par la vingt-troiſiéme propoſition ; mais par l'hypotheſe ce triangle doit

être isoscelle, à cause que l'angle ATB est coupé en deux également par HT, les deux puissances A & B qui sont entr'elles comme les côtés HI, HL, seront donc égales: ce qu'il falloit démontrer.

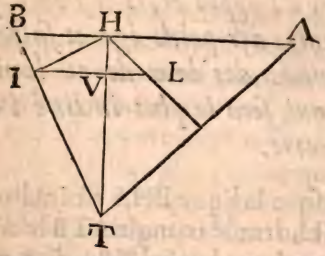
Proposition XLIII.

Mais si les bras HA, HB sont inégaux, quoy-que le levier AB soit perpendiculaire à la direction HT, le triangle HIL ne sera plus isoscelle, & dans le cas de l'équilibre les puissances ou les poids appliqués en A & en B qui doivent être entr'eux comme les côtés HI, HL, ne seront pas réciproquement comme les bras HA, HB de ce levier droit; c'est pourquoy si on les suppose dans cette raison, ils ne seront pas en équilibre, & celuy qui sera appliqué au plus petit côté HB l'emportera sur l'autre.

Soit comme cy-devant les perpendiculaires HI, HL, IL sur les trois directions, il faut donc par la vingt-troisiéme proposition que les trois puissances soient entr'elles comme les trois côtés du triangle HIL pour faire équilibre.

A cause des triangles rectangles qui sont semblables HAT, VHL, & HBT, VHI, on au-

ra HA à AT, comme VH à HL, & BT à BH, comme HI à HV. Si l'on multiplie donc par ordre les termes de ces deux proportions, on aura le rectangle HA, BT qui ſera au rectangle AT, BH, comme le rectangle VH, HI

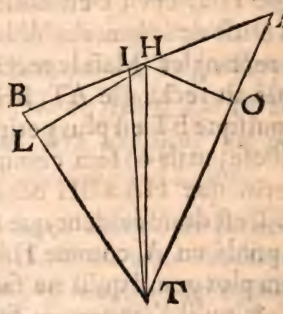


au rectangle HL, HV; c'eſt-à-dire comme HI à HL, à cauſe de la hauteur VH commune à ces deux rectangles. Mais le rectangle HA, BT n'eſt pas au rectangle AT, BH, comme HA à BH, puiſque BT eſt plus petite que AT par l'hypotheſe; mais ce ſera comme une ligne plus petite que HA à BH dans le cas de l'équilibre. Il eſt donc évident que ſi le poids en B eſt au poids en A, comme HA à HB; le poids B ſera plus grand qu'il ne faudra pour l'équilibre, & qu'il l'emportera ſur l'autre: ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XLIV.

MAINTENANT *ſi les bras du levier HA, HB ſont égaux, mais qu'il ſoit incliné à la ligne H T menée du centre de la terre à l'appui H, il n'y aura pas équilibre entre des poids égaux ſuſpendus aux extrémités des bras de ce levier; mais celuy qui ſera le plus incliné l'emportera ſur l'autre.*

Puiſque la ligne BHA eſt inclinée à la ligne TH, dans le triangle ATB le côté TA ſera plus grand que le côté TB : c'eſt pourquoy ſi



l'on ſuppoſoit que l'angle ATB fût coupé en deux également par quelque ligne TI, les ſegmens IA, IB de la baſe AB auroient entr'eux la même raiſon que les côtés TA, TB, & par conſé-

conséquent IA seroit plus grand que IB : mais comme HA est égale à HB par l'hypothese, il s'ensuit que l'angle HTA est plus petit que l'angle HTB.

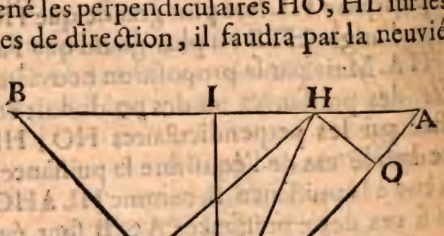
Du point d'appui H ayant mené les perpendiculaires HO, HL sur les directions AT, BT on formera les deux triangles rectangles TOH, TLH qui auront l'hypotenuse commune TH : mais dans ces deux triangles le côté opposé au plus grand angle sera plus grand que celuy qui est opposé au plus petit angle ; c'est pourquoy HL sera plus grande que HO, puisque l'angle HTB est plus grand que l'angle HTA. Mais par la proposition neuviéme, l'effort des puissances ou des poids doit être mesuré par les perpendiculaires HO, HL ; donc dans le cas de l'équilibre la puissance A doit être à la puissance B, comme HL à HO : mais si ces deux puissances A & B sont égales, celle dont l'effort est plus grand qui est B, puisqu'il est mesuré par la ligne HL, l'emportera sur l'autre A, dont l'effort est mesuré par HO plus petite que HL : ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XLV.

SI un levier AB a ses bras inégaux HA, HB, & que la ligne TH menée du centre de la terre T au point d'appui H, soit

inclinée au levier : mais que la ligne droite TI menée du centre de la terre T au milieu I du levier, luy soit perpendiculaire ; si les poids A & B appliqués aux extrémités de ce levier sont entr'eux comme les bras HB HA du levier pris réciproquement, il y aura équilibre entre ces poids.

Du point d'appui H du levier BA ayant mené les perpendiculaires HO, HL sur les lignes de direction, il faudra par la neuviém



proposition que le poids A soit au poids B, comme la ligne HL à la ligne HO dans le cas de l'équilibre.

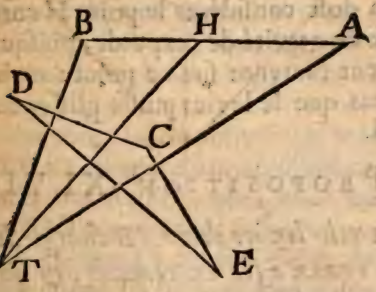
Mais à cause que TI est perpendiculaire à AB, & qu'elle la coupe en deux également en I, le triangle ATB est isoscelle ; & par conséquent les angles en A & en B sont égaux

entr'eux. Il s'enſuit donc que les deux triangles rectangles HOA, HLB ſont ſemblables, puiſqu'ils ont chacun un angle égal outre le droit ; ils auront donc auſſi leurs côtés en même raiſon, c'eſt-à-dire que HO ſera à HL, comme HA à HB. Les poids A & B dans le cas de l'équilibre doivent donc être entr'eux comme HB à HA, qui ſont auſſi comme HL à HO.

PROPOSITION XLVI.

DEUX *poids A & B étant appliqués aux extrémités d'un levier AB, trouver le point d'appui H.*

Il n'importe pas que les poids ſoient égaux ou inégaux. Ayant mené des perpendiculai-



res CD, CE aux directions BT, AT leſquelles ſe rencontrent au point C, on donnera à CE & à CD le même rapport qu'entre les

poids A & B, & l'on tirera DE qui achevera le triangle CDE; ensuite du point T on ménera TH perpendiculaire sur DE, laquelle rencontrera le levier BA au point H, qui sera le point d'appui que l'on cherche.

Cette proposition est évidente par la trentiéme, puisque les directions AT, BT peuvent être considérées comme prolongées au delà du point T, & au lieu des poids AB on peut substituer des puissances égales aux poids, lesquelles tireront le point T, & qui demeureront en équilibre avec la puissance H qui pousse ou qui tire selon TH, ce qui est toûjours possible, puisque les puissances agissent par tout également dans leur ligne de direction.

Conséquence.

On doit considérer le point H comme le centre de gravité de ces poids, puisqu'ils demeurent soutenus sur ce point: mais il ne faut pas que le levier puisse glisser sur l'appui H.

Proposition XLVII.

Soit *le levier droit AB chargé de deux poids égaux à ses extrémités, & qu'il soit perpendiculaire à la ligne TH menée du centre de la terre au milieu du levier.*

Je dis que si l'on approche ce levier du

centre de la terre plus qu'il n'étoit auparavant, & qu'il demeure toûjours perpendiculaire à la ligne TH qui passe par son milieu H, il faudra une moindre puissance pour le soutenir avec sa charge des deux poids A & B, que lorsqu'il sera plus éloigné du centre de la terre.

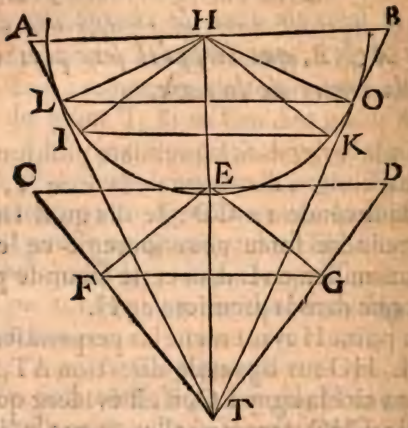
Soit le levier dans sa premiere position en AB plus éloigné du centre de la terre T, que dans la seconde en CD : Je dis qu'il faudra une moindre force pour soutenir ce levier par son milieu en E dans cette seconde position, que dans la premiere en H.

Du point H ayant mené les perpendiculaires HL, HO aux lignes de direction AT, BT, & ayant tiré la ligne LO, il est évident que le triangle LHO sera isoscelle, & que la ligne LO sera parallele à AB, & perpendiculaire à TH.

Semblablement si du point E on méne les lignes EF, EG perpendiculaires sur les lignes de direction CT, DT, on aura le triangle isoscelle EFG dont le côté FG sera parallele à CD & perpendiculaire à TEH. Mais à cause que l'angle CTD est plus grand que l'angle ATB, & que les quadrilateres HLTO, EFTG ont leurs angles opposés en L & O, & en F & G qui sont droits, il s'ensuit que l'an-

gle LHO eſt plus grand que l'angle FEG.

Si du point H pour centre, & pour rayon HL on décrit le cercle LIKO, & que du centre H on mene les lignes HI, HK paralleles à



EF, EG, & qu'enſuite on tire IK, le triangle HIK ſera ſemblable au triangle EFG. Mais par la vingt-troiſiéme propoſition le poids A ſera à la puiſſance H, comme HL à LO, & la ſomme des deux poids A & B à la puiſſance H qui les ſoutient, comme la ſomme des deux lignes HL, HO, ou la double de l'une des deux à la ligne LO.

On démontrera de la même maniere, que la ſomme des deux mêmes poids placés en CD ſera à la puiſſance qui les ſoutient en E,

comme la ſomme des deux lignes EF, EG à la ligne FG, ou bien comme la ſomme des deux lignes HI, HK à la ligne IK. Mais puiſque l'angle IHK eſt plus petit que LHO, les côtés qui comprennent ces angles étant égaux, il s'enſuit donc que la ligne IK ſera plus petite que LO. Mais la ligne LO repréſente la puiſſance qui ſoutient le levier en H, & la ligne IK celle qui le ſoutient en E, il faudra donc moins de force pour ſoutenir ce levier lorſqu'il eſt en E que lorſqu'il eſt en H: ce qu'il falloit démontrer.

Conſéquence.

Ce ſera auſſi la même choſe, ſi les poids AB ſont inégaux, & que le point H qui eſt l'appui du levier les diviſe inégalement: car on pourra toûjours former un triangle comme HIK ſemblable au triangle EFG, & dont la ſomme de ſes côtés HI, HK qui ſeront inégaux entr'eux, ſera égale à celle des côtés HL, HO du premier triangle HLO qui ſont auſſi inégaux, & la baſe IK perpendiculaire à TH & parallele à LO qui eſt auſſi perpendiculaire à TH qui ſera la direction de l'appui commun, ſera plus petite que LO. Mais comme toutes les parties d'un corps peſant peuvent être jointes par des leviers, comme celuy dont je viens de parler, il eſt évident que toutes les parties du corps, & par conſéquent tout le corps, peſera toûjours moins quand il ſera plus pro-

che du centre de la terre, que quand il en ſera plus éloigné.

Proposition XLVIII.

On peut conclure des propoſitions précédentes, qu'il n'y a point de centre de gravité dans les corps peſants, mais que dans un corps il y a une infinité de lignes leſquelles ne s'entrecoupent pas dans un même point, & autour deſquelles toutes les parties du corps peuvent demeurer en équilibre, quand elles tendent vers le centre de la terre.

Soit un corps compoſé de deux points également peſants A & B qui ſont joints par la ligne droite AB laquelle eſt perpendiculaire dans une poſition à la ligne TH, qui vient du centre de la terre T au milieu H de cette ligne AB, il eſt évident que le corps demeurera dans cette ſituation, étant ſoutenu par le point H. Mais ſi le point H eſt ſon centre de gravité, il faut que dans toute autre poſition de ce corps autour du point H, ſes parties A & B demeurent encore en équilibre, comme dans la poſition FHE, ce qui ne peut pas être par la quarante-quatriéme propoſition, car le point F l'emportera ſur l'autre : le point H ne ſera donc pas le centre de gravité de ce corps

ſuivant la définition, & il ſera impoſſible d'en déterminer un, puiſque dans toutes les differentes poſitions des parties du corps il y aura

differents points où ces parties demeureront en équilibre : & c'eſt ce qu'il falloit démontrer pour la premiere partie de cette propoſition.

Pour ce qui eſt de la ſeconde, il eſt évident que ſi l'on conçoit que le corps ſoit diviſé en un nombre indéfini de parties, & ſi l'on compare deux de ces parties avec leurs directions vers le centre de la terre, on trouvera par la quarante-ſixiéme propoſition la direction de l'appui qui les ſoutiendra tous deux en équili-

bre, avec la puiſſance qu'il faudra donner à cet appui, & en quelque endroit qu'on applique cette puiſſance dans ſa ligne de direction : ainſi ces deux parties avec leurs directions differentes ſe réduiſent à une ſeule, & à une ſeule direction. Mais celle-cy étant comparée avec une autre partie du corps, on trouvera de même une autre puiſſance avec ſa direction qui les ſoutient ; & ainſi de ſuite on viendra à une ſeule puiſſance qui fera équilibre dans une certaine direction avec toutes les parties du corps, cette puiſſance pouvant être appliquée en tous les points de ſa direction, ſi on ne la conſidére que comme un point peſant, ce qui eſt la maniere la plus ſimple de conſidérer les puiſſances : & c'eſt ce qu'il falloit enfin démontrer.

PROPOSITION XLIX.

IL n'y a que la ſphére ſeule qui puiſſe être exceptée de la propoſition précédente ; car à cauſe que c'eſt la figure qu'on peut appeller parfaitement réguliere, toutes les lignes de direction autour deſquelles toutes les parties du corps demeurent en équilibre, s'entrecouppent au centre de la figure.

Toutes les diſpoſitions différentes d'une ſphére autour de ſon centre n'ont aucune dif-

férence entr'elles : c'eſt pourquoy on ne doit pas la regarder comme ayant différentes lignes de direction autour deſquelles toutes ſes parties demeurent en équilibre. De plus, quoi-que la puiſſance qui eſt néceſſaire pour ſoutenir cette ſphére dans une certaine diſtance du centre de la terre, ne ſoit pas égale à celle qui la doit ſoutenir dans une autre diſtance par la propoſition quarante-ſeptiéme, ce ſera toujours dans la même direction qui eſt la ligne droite menée du centre de la figure vers le centre de la terre.

Avertiſſement.

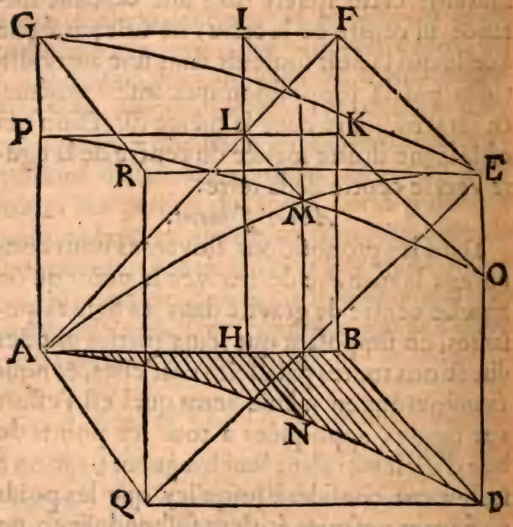
Dans les propoſitions ſuivantes nous donnerons la maniere de trouver le point qu'on appelle centre de gravité dans les figures peſantes, en ſuppoſant que leurs parties ont des directions toutes paralleles entr'elles, & nous examinerons en même tems quel eſt l'effort des figures appliquées à tous les points du bras d'un levier dans leur longueur ; car on a ſeulement conſidéré juſqu'icy que les poids ou figures peſantes étoient ſuſpenduës en un point du levier.

PROPOSITION L.

TROUVER *le centre de gravité des figures de trois côtés ou des trilignes.*

Je commence la recherche du centre de

gravité par les trilignes qui ſont les plus ſimples de toutes les figures. Mais ſans m'arrêter au triangle qui eſt une figure compriſe de trois lignes droites, & dont on peut trouver



le centre de gravité par une maniere particuliere, je commenceray par ceux qui ſont formés par des lignes droites & par des courbes, & dont la methode conviendra auſſi au triangle.

Soit donc le triligne ABD qui eſt le complément d'une parabole AND, dont le ſommet

met est en A, & dont les ordonnées comme *HN* sont perpendiculaires à AB, qui est la touchante au sommet A.

Je considére AB comme un levier auquel le triligne est appliqué dans toute sa longueur AB, & qui est perpendiculaire aux directions des poids ou des parties du triligne faites par les ordonnées comme HN.

Si l'on imagine que le triligne est divisé en un nombre indéfini de parties par les ordonnées comme HN, & que toutes ces parties ont chacune une même largeur sur AB, elles peuvent être considérées comme séparées & suspenduës au bras du levier AB par leur extrémité, ou jointes ensemble, & ne composant plus que le triligne, sans qu'il arrive aucun changement à l'effort qu'elles font sur le bras du levier, par rapport à quelque point du levier, comme H qui luy sert d'appui.

Il faut donc chercher d'abord le point H, sur lequel le levier étant soutenu avec sa charge, qui sont toutes les parties du triligne, il y ait équilibre des deux côtés de l'appui.

Si le point H étoit celuy qu'on cherche, il est évident que les momens de toutes les parties du triligne depuis H jusqu'en B, seroient égaux à ceux de toutes les parties depuis H jusqu'en A ; puisque ces momens ne sont que l'effort de ces mêmes parties par

rapport à l'appui H, & les efforts d'un côté étant égaux aux efforts de l'autre, il y aura équilibre.

Mais si sur le triligne ABD on forme le prisme rectangulaire ABDGFE, dont la hauteur AG ou BF soit égale à AB, & qu'on coupe en suite ce prisme par un plan AFEQ qui passe par FE & par le point A, il est évident que le prisme sera divisé en deux parties pyramidales, dont l'une est AFEDB, & l'autre AFEG. Et dans le complément de toutes sortes de paraboles, le rapport du prisme à ces deux pyramides est toûjours donné. Car si le prisme & les deux pyramides sont divisées par des plans comme HNIM qui passent par les divisions HN du triligne, & qui soient paralleles au côté BDEF du prisme, toutes les parties du prisme & des deux pyramides pourront être exprimées par une progression numérique, & dans la premiere parabole le prisme sera à la pyramide AFEDB, comme 4. à 3. car toutes les parties de la pyramide seront entr'elles comme les nombres cubiques de suite, dont leurs distances depuis le point A sur AB seront les racines, & le prisme est le tiers du parallelepipede qui auroit pour base le parallelogramme rectangle ABDQ, dont les côtés seroient AB, BD, & la hauteur BF, & par conséquent la pyramide seroit le quart de ce parallelepipede. Enfin le prisme seroit

à l'autre pyramide A F E G, comme 4. à 1.

Maintenant il eſt évident que la ſomme de tous les momens de la partie HBDN du triligne ſera repréſentée par la portion LKFMEO de la pyramide, laquelle ſera retranchée par le plan PKO parallele au plan du triligne, & qui paſſe par LM qui eſt la rencontre du plan HNIM avec le côté de la pyramide AFE. Car dans cette portion retranchée chaque partie du priſme qui y ſera retranchée aura même baſe que les parties du triligne qui ſont compriſes dans HBDN, & pour hauteur la diſtance depuis H, ces hauteurs étant repréſentées par les hauteurs du triangle rectangle & iſoſcelle LKF.

De même tous les momens de la partie HAN ſeront repréſentés par la portion PLMA de la ſeconde pyramide GFEA, laquelle ſera retranchée par le même plan PKO ; car dans cette portion PLMA le triligne PLM qui luy ſert de baſe, eſt le même que le triligne HAN, & les hauteurs de chaque partie ſe trouveront dans le triangle LPA, en augmentant depuis le point L qui fait la même choſe que le point H.

Il faudra donc que les 2 ſolides LKFMEO, P L M A ſoient égaux entr'eux, puiſque les ſommes des momens qu'ils repréſentent doivent être égales. Mais ſi à l'un & à l'autre on ajoûte une partie commune, qui eſt le ſolide

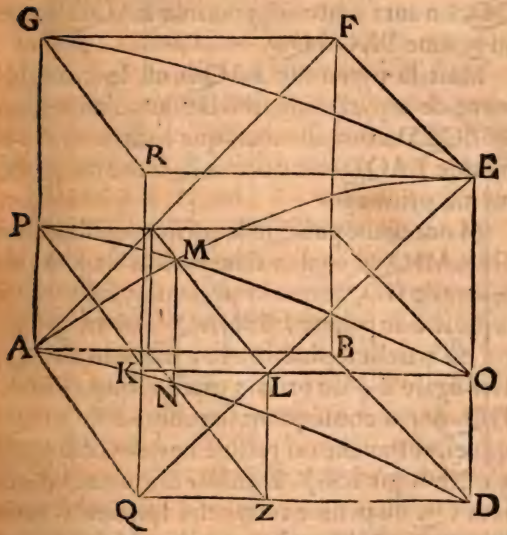
ALMOKBD, il se formera la pyramide AFEBD entiere qui sera égale au prisme ABDPKO.

Mais puisque l'on connoît le rapport de la pyramide AFEBD au prisme total ABDGFE, qui est comme 3 à 4, on aura donc aussi le rapport du prisme retranché ABDPKO égal à la pyramide, au prisme total comme 3 à 4. Mais ces deux prismes qui ont même base seront entr'eux comme leurs hauteurs AG ou AB, & AP ou AH. Le prisme sera donc toûjours à la pyramide comme AB à AH, c'est-à-dire comme 4 à 3; & le point H sera l'appui sur lequel les parties du triligne appliquées au levier AB, ou le triligne entier, ce qui est la même chose, demeure en équilibre. Il s'ensuit donc aussi que le centre de gravité du triligne sera dans la ligne HN qui sépare les parties du triligne qui font équilibre entr'elles.

On trouvera par la même methode, que si le triligne parabolique ANDQ, dont A est le sommet, & AQ l'axe de la parabole AND, est appliqué au levier par son côté DQ, & que le point d'appui soit Z où les parties d'un côté & d'autres soient en équilibre, ZD sera à ZQ, comme 5 à 3.

Car ayant construit le parallelepipede GD sur le parallelogramme rectangle AD qui renferme la parabole, on aura comme cy-devant le plan PKO qui retranche de QR égale à

QD, la partie QK égale à QZ; & ayant mené par le point Z le plan LZMN parallele au plan GQ; & ſur la parabole AND ayant formé le priſme parabolique GEANDQR, &



dans le parallelepipede ayant mené le plan AFEQ, la pyramide retranchée ELOM repréſentera les momens de toutes les parties du triligne parabolique ZND qui ſont compriſes depuis Z juſqu'en D; & le ſolide LMPAKQ repréſentera les momens de toutes les parties du triligne depuis Z juſqu'à Q,

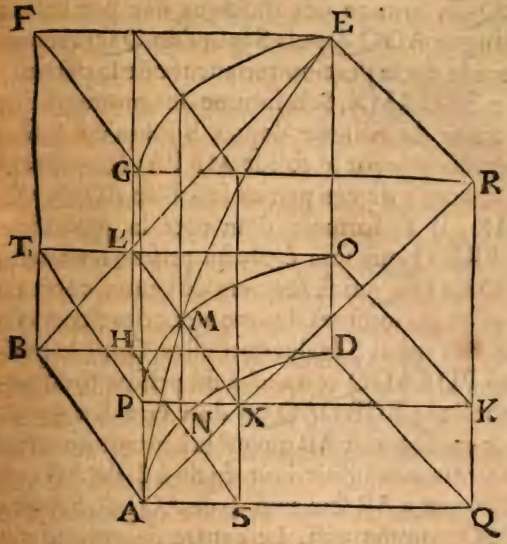
ſuppoſant l'appui en Z, ce quieſt évident ſuivant ce qu'on a expliqué cy-devant. Et ſi l'on ajoûte à ces deux ſolides, qui ſont égaux, ſi les ſommes des momens des parties du triligne ſont égales, le ſolide commun LOMAQD, on aura toute la pyramide EAQD égale au priſme PKOAQD.

Mais la pyramide EAQD eſt le complément de la pyramide AFEDB juſqu'au priſme AFBQED dont elle n'eſt que la moitié, la pyramide EAQD ſera donc auſſi la moitié de ce même priſme.

Maintenant puiſque le priſme parabolique GERADQ eſt égal aux deux tiers du parallelepipede GD, & que la pyramide EAQD eſt la moitié du priſme EFBDAQ, qui eſt la moitié du parallelepipede, la pyramide EAQD ſera égale à $\frac{1}{3}$ du priſme parabolique GERADQ, & par conſéquent le priſme PKOAQD qui eſt retranché du priſme entier GREAQD n'en ſera que les $\frac{1}{3}$. Il faudra donc que la hauteur QK du priſme retranché ſoit les $\frac{1}{3}$ de la hauteur QR du priſme entier. Mais QR eſt égale à QD, & par conſéquent QZ, ou ZL, ou QK ne ſeront que les $\frac{3}{8}$ de QD, & auſſi ZQ ſera à ZD comme 3 à 5. ce qu'il falloit démontrer.

Mais pour déterminer le centre de gravité de ces trilignes, il les faut encore appliquer à un levier par l'autre côté AQ ou BD. Soit

donc dans la figure suivante le parallelepipede FQ comme cy-devant formé sur le parallelogramme rectangle BQ; & ayant fait dans ce



parallelepipede les prismes & les pyramides, comme dans la précédente démonstration, on aura la pyramide AERDQ formée par tous les rectangles comme NX, qui sont faits sur les ordonnées NS à l'axe de la parabole AND, & sur les parties AS interceptées de l'axe : mais cette pyramide est égale à $\frac{2}{5}$ du parallelepipede FQ, & le prisme parabolique

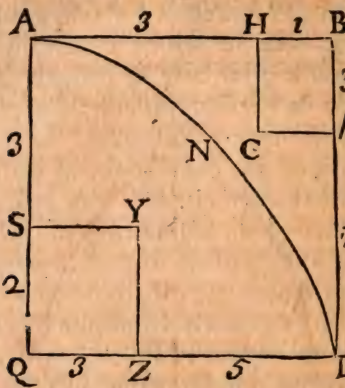
EGRDAQ est égal à $\frac{2}{3}$ du même parallelepipede, c'est pourquoy cette pyramide AERDQ sera égale à $\frac{2}{5}$ du prisme parabolique EGRDAQ. Mais si le point S est l'appui du levier AQ, la somme des momens des parties du triligne ADQ depuis S jusqu'en Q sera représentée par la portion retranchée de la pyramide EROKMX, & la somme des momens des parties du triligne depuis S jusqu'en A sera représentée par le solide MXPA; & ajoûtant à chacune de ces parties le solide ADQOKMX, il se formera d'un côté la pyramide AERDQ qui sera égale au prisme retranché POKADQ qui se formera de l'autre côté, en posant les sommes des momens des deux côtés de l'appui S égales entr'elles. Donc le prisme POKADQ retranché du prisme total parabolique EGRDAQ en doit être les $\frac{3}{5}$; & par conséquent AP qui est la hauteur du prisme retranché doit être égale à $\frac{3}{5}$ de AG; & AS égale à AP sera aussi $\frac{3}{5}$ de AQ; & SA sera à SQ comme 3 à 2. Le centre de gravité du triligne ADQ appliqué au levier AQ sera donc dans l'ordonnée SN.

On démontrera de même, que dans le triligne BDA appliqué par son côté BD au levier BD, si le point H est l'appui de ce levier, & que les momens des parties du triligne d'un côté de H soient égaux aux momens des parties de l'autre côté, la pyramide EBAD

doit être égale au prisme retranché TOPBDA. Mais la pyramide EBAD qui est le complément de la pyramide AERDQ jusqu'au prisme BEDARQ qui est la moitié du parallelepipede, sera égale à $\frac{1}{10}$ du parallelepipede FQ, mais le prisme parabolique FEGBDA qui a pour base le triligne proposé, est le tiers du parallelepipede; donc la pyramide EBAD sera $\frac{3}{10}$ du prisme parabolique FEGBDA; & par conséquent le prisme retranché TOPBDA qui doit être égal à la pyramide, sera $\frac{3}{10}$ du prisme entier, & la hauteur BT ou HL du prisme retranché sera égale à $\frac{3}{10}$ de la hauteur BF du prisme entier. Mais BT doit être égale à BH, puisque BF est égale à BD; donc l'appui H doit être placé sur le levier BD, en telle sorte que HB soit les $\frac{3}{10}$ de BD, ou que HB soit à HD, comme 3 à 7. Et le centre de gravité du triligne sera dans la ligne HN parallele à BA.

Puisque l'on a trouvé dans chaque triligne deux lignes differentes sur lesquelles se doivent trouver le centre de gravité des trilignes, ce centre C *(Fig. suiv.)* sera déterminé; car dans le complément de la parabole ABND nous avons trouvé qu'il doit être d'un côté dans la ligne HC parallele à BD, si HB est à HA, comme 1 à 3; de l'autre côté nous avons trouvé qu'il doit être dans la ligne *h*C parallele à AB, si *h*B est à *h*D, com-

me 3 à 7. Et dans le triligne parabolique ADQ, le centre de gravité ſera en Y dans la rencontre des deux lignes ZY parallele à QA,



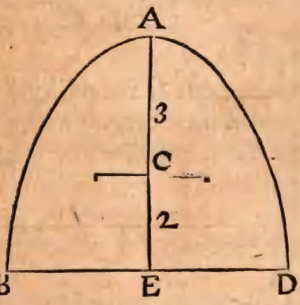
qui coupe QD dans la raiſon de 3 à 5, & SY qui coupe l'axe AQ dans la raiſon de 3 à 2.

Il eſt facile à voir, que dans toutes ſortes de trilignes où l'on connoît les choſes qu'on a ſuppoſées dans ceux-cy, le centre de gravité en ſera toûjours déterminé par la même methode.

Pour ce qui eſt des trilignes qui ne ſont pas compris par des lignes droites qui font un angle droit, on ne laiſſera pas de déterminer les mêmes choſes de la même maniere, en faiſant les parties du triligne paralleles à l'un

des côtés, & supposant que le levier est incliné à la direction des poids ou des parties pesantes du triligne ; car par la seconde proposition leur effort sera toûjours le même sur le levier, & il n'y aura rien de changé dans la démonstration.

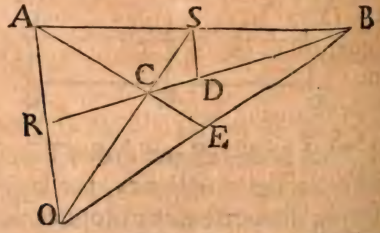
Si la figure étoit compriſe d'une seule ligne droite & d'une courbe, comme de la pa-



rabole BAD & de la ligne droite BD, il faudra la diviſer en deux trilignes, par la ligne AE qui sera le diametre des ordonnées dans cette parabole, leſquelles seront paralleles à BD, & l'on trouvera que le centre de gravité de chaque partie sera éloigné de la ligne BD vers A des deux cinquiémes de AE, & les deux parties AED, AEB étant égales, le centre de gravité sera sur la ligne AE au point C, qui coupera auſſi en deux également la ligne qui joint les centres de chaque portion priſe en particulier.

On pourroit trouver plusieurs abbregés dans des cas particuliers des differentes especes de trilignes ; mais comme je ne me suis pas proposé de donner icy un traité entier des centres de gravité, mais d'expliquer seulement ce qu'on en peut considérer comme les élémens, je ne m'arrêteray pas davantage sur les trilignes, aprés avoir fait voir la maniere particuliere de trouver le centre de gravité du triangle, qui a de tres-grands usages dans la mécanique.

Il est évident que si on applique le triangle ABO au bras d'un levier, par une ligne BR, qui venant d'un angle B partage endeux éga-



lement au point R le côté opposé AO, toutes les parties du triangle qui seront faites par des paralleles à AO, seront toutes coupées en deux également par le levier BR ; c'est pourquoy les deux parties du triangle BRA, BRO demeureront en équilibre sur le levier BR, & par conséquent le centre de gravité du triangle sera sur la ligne BR.

Sembla-

Semblablement si l'on mene la ligne OS, qui venant de l'angle O coupe en deux également le côté AB en S, le centre de gravité du triangle doit aussi se rencontrer sur cette ligne OS. Mais puisque ce centre doit être sur ces deux lignes BR, OS, il sera necessairement dans leur rencontre C, & je dis qu'il coupera l'une & l'autre dans la raison de 1 à 2.

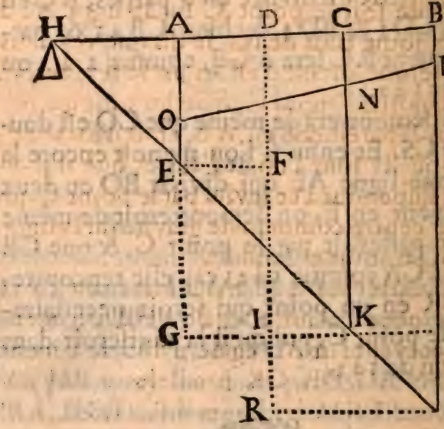
Du point S ayant mené SD parallele à AO jusqu'à la ligne BR en D, SD sera la moitié de AR ou de RO, puisque BS est la moitié de AB. Mais aussi RO est à SD, comme RC à CD, donc RC sera double de CD. Et puisque BD est égale à RD, à cause que BS est égale à AS, si BR est divisée en 6 parties, RC en sera 2, CD 1 & BD 3, ou bien CB 4; & par conséquent RC sera à CB, comme 2 à 4 ou comme 1 à 2.

On démontrera de même que CO est double de CS. Et enfin si l'on menoit encore la troisiéme ligne AE qui divisât BO en deux également en E, on démontreroit de même qu'elle passeroit par le point C, & que CE seroit à CA comme 1 à 2; car elle rencontreroit BR en un point qui seroit necessairement le point C, puisqu'il la diviseroit dans la raison de 1 à 2.

PROPOSITION LI.

SI deux poids ſont ſuſpendus à un levier, ils y feront autant d'effort que ſi ils y étoient ſuſpendus par leur centre de gravité en les ſuppoſant joints enſemble par une ligne droite ſur laquelle ſoit leur centre de gravité, & les poids demeurant dans la même poſition que celle où ils étoient dans leur ſuſpenſion particuliere.

On ſuppoſe ordinairement cette propoſition dans la mécanique comme une choſe in-



conteſtable & qui eſt connuë naturellement.

Mais quoy-que le côté d'un triligne qui eſt ſuſpendu par ſon centre de gravité demeure dans la même poſition avec le bras du levier auquel il eſt ſuſpendu, que celle qu'il avoit quand il étoit appliqué à ce levier, ce n'eſt pas à dire pour cela que le triligne doive faire le même effort ſur le levier dans ces deux diſpoſitions différentes. Ce ſera auſſi la même choſe ſi on le ſuppoſe attaché au levier par les deux extrémités de ſon côté, & ſi on le conſidére en ſuite ſuſpendu à ce même levier par ſon centre de gravité.

Soit les deux poids conſiderés comme deux points peſans A & B, dont le centre commun de gravité ſoit le point C ſur la ligne ACB qui les joint tous deux: Je dis que ces deux poids feront autant d'effort ſur le levier HB par rapport à l'appui H, ſi on les imagine ſuſpendus ſéparément en A & en B dans la diſtance où ils ſont l'un de l'autre, que ſi ils étoient ſuſpendus à ce levier par le point C qui eſt leur centre commun de gravité ſur la ligne AB qui les joint enſemble.

De l'extrémité B du levier HB ayant élevé BM perpendiculaire & égale à HB ſoit mené HM, & ayant fait AD égale à BC, ſoit mené les lignes AG, DR, CK paralleles à BM ; & des points EKM les lignes EF, GIKL, RM paralleles à HB.

Puiſque le point C eſt le centre de gravité

des poids A & B, le poids A sera au poids B comme CB à CA par la troisiéme ou quatriéme proposition, & le point C sera chargé des deux poids. On peut donc considérer la ligne AD comme le poids A, & la ligne BD comme le poids B. Mais le rectangle ADEF représentera le moment du poids A suspendu en A par rapport à l'appui H, car AE est égale à AH, & le rectangle BDRM représentera le moment du poids B suspendu en B par rapport à l'appui H.

Mais si ces deux poids sont suspendus tous deux ensemble au point C sur le levier HB, ce qui est la même chose que de les considérer suspendus à ce levier par leur centre commun de gravité C, leurs momens seront représentés par le rectangle ABLG qui est fait par les deux lignes DA, DB ensemble & par CK égale à la distance CH de la suspension des poids à l'appui H du levier.

Je dis maintenant que le rectangle ABLG est égal aux deux rectangles ensemble ADFE, DBMR. Car le rectangle ILMR est fait de la ligne DB par la ligne LM égale à CB; & le rectangle EFIG est fait de la ligne EG égale à BD & de la ligne AD égale à CB, ces deux rectangles FG, IM étant donc égaux, le seul rectangle AL sera égal aux deux ensemble DM, DE; & par conséquent les momens des poids A & B suspendus séparément seront égaux

aux momens de ces mêmes poids ſuſpendus enſemble au point C, & leurs efforts ſeront égaux : ce qu'il falloit démontrer.

Ce ſera la même démonſtration ſi le point d'appui H eſt ſur AB d'un côté ou d'autre du point C.

Ce ſera auſſi la même choſe ſi les deux points peſans ſont O & P dont le point N ſur la ligne OP ſoit le centre commun de gravité ; car ces points peſants O & P peuvent être ſuppoſés en A & en B ſur leurs lignes de direction, & leur centre de gravité N ſe trouvera auſſi en C, car il y aura toûjours même raiſon de CB à CA, que de NP à NO, à cauſe des paralleles OA, NC, PB : & par conſéquent les poids O & P ſuſpendus au levier en A & en B y feront autant d'effort par rapport à l'appui H, que ſi ils y étoient ſuſpendus en C par leur centre de gravité N.

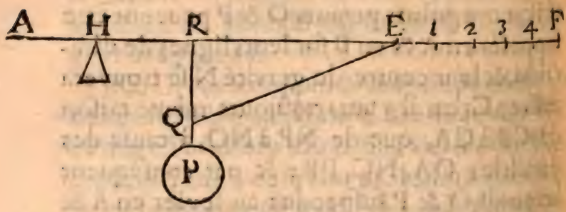
PROPOSITION LII.

SOIT le levier QEF ou droit ou angulaire & attaché par ſa partie EF en E & en F au levier droit AHF lequel eſt perpendiculaire à la direction des poids, & dont l'appui eſt en H :

Je dis que ſi l'on applique un poids P à l'extrémité Q du levier QEF, il ſera au-

tant d'effort sur le levier AHF, que si il y étoit appliqué immédiatement au point R où la ligne de direction du poids P le rencontre.

Puisque le levier QEF est arrêté en E & en F, nous pouvons considérer que son appui est au point E, & par la troisiéme ou quatriéme



proposition l'effort du poids P sur le point F sera à sa pesanteur absoluë, comme ER à EF; car ER sera la perpendiculaire menée de l'appui E sur la direction QR du poids P; & l'appui E portera ces deux efforts.

Mais maintenant au lieu du poids P suspendu au bras EQ de son levier, nous pouvons considérer seulement ses deux efforts en E & en F sur le levier AF, dont celuy qui se fait en F éleve ce point selon la direction des poids avec une puissance mesurée par ER, en posant EF pour la mesure du poids P, comme on vient de le démontrer. Mais aussi l'effort du même poids P au point E sera mesuré par

toute la ligne RF avec la même direction perpendiculaire à AF; & ces deux efforts agissant en sens contraire en F & en E sur le levier AF il faudra prendre leur différence.

C'est pourquoy le moment de l'effort du poids P au point E par rapport à l'appui H sera le produit ou le rectangle de HE longueur du bras par RF, & le moment de ce même poids au point F sera le rectangle de HF par ER, en supposant comme on a fait EF pour la mesure du poids P.

Mais le moment où le rectangle HE, RF est égal au rectangle HE, ER avec le rectangle HE, EF, & le rectangle où le moment HF, ER est égal au rectangle HE, ER avec le rectangle EF, ER; la différence de ces momens sera donc celle des rectangles HE, EF & EF, ER qui est le rectangle HR, EF, & qui sera aussi le moment du poids P mesuré par EF quand il sera appliqué en R ayant HR pour longueur de son bras: ce qu'il falloit démontrer.

Ce sera encore la même démonstration si le point R tombe au delà de H vers A.

On pourra pour rendre cette démonstration plus facile & plus simple appliquer des nombres aux parties EF, ER du levier, comme si l'on supposoit que EF fût le quart de ER.

Conſéquences.

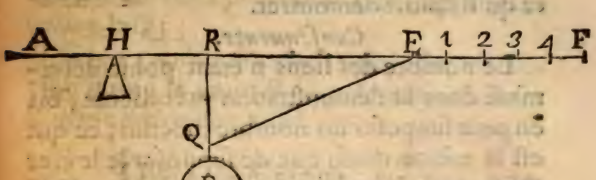
On voit par cette démonſtration que le point R du levier AF ſera toûjours chargé de la peſanteur abſoluë du poids P de quelle grandeur que ſoit EF; car quand EF ſeroit égale ou plus grande que ER, ce ſera toûjours la même choſe que ſi elle n'étoit que la miſême partie de ER.

PROPOSITION LIII.

SI l'on ſuppoſe maintenant que le bras EF du levier QEF eſt arrêté ou attaché par quel nombre de liens on voudra à la partie EF du levier AHF; le poids P ſuſpendu à l'extrémité Q du levier QEF fera toûjours le même effort ſur le levier AHF, que ſi il y étoit ſuſpendu en R dans ſa ligne de direction QR.

Que le bras EF du levier QEF ſoit attaché au levier AF par les points E & F, & dans toutes les diviſions 1, 2, 3, 4, &c. Puiſque le poids P agit ſur tous les points 1, 2, 3, 4, &c. F tout à la fois en s'appuiant ſur l'appui E, il doit y diſtribuer ſon effort par rapport à la diſtance de ces points juſqu'à l'appui E: ſi l'on diviſe donc le poids P également dans le nombre des parties de EF, ſoit qu'elles ſoient égales entr'elles ou non, il s'enſuit que ſi chacu-

ne de ces parties eſt multipliée par ER, qui eſt la diſtance depuis l'appui E du levier QEF juſqu'à la direction des poids QR, ces



produits étant égaux, leurs momens ſeront égaux puiſqu'ils ſont égaux aux produits.

Mais puiſque le poids P doit diſtribuer ſon effort à tous les liens qui l'attachent à EF par rapport à leur diſtance du point E, afin qu'ils luy réſiſtent également, il faut que les momens de tous ces liens, ou des puiſſances qu'on peut imaginer à leur place ſoient auſſi égaux aux momens des parties du poids par la diſtance ER : mais toutes les parties du poids P étant appliquées ou ſuſpenduës au point R du levier AHF, y auront des momens égaux à ceux des mêmes parties du poids ſuſpenduës en Q, & égaux auſſi aux momens des liens ou des puiſſances qu'on peut leur ſubſtituer, comme on l'a démontré dans la précédente propoſition : c'eſt pourquoy toutes les parties du poids P, ou tout le poids, ce qui eſt la même choſe, lequel eſt ſuſpendu en Q ſur

le levier QEF, qui tient par les liens E 1,2,3,4, &c. F au levier AHF, fera autant d'effort sur ce levier AHF que si il y étoit suspendu en R : ce qu'il falloit démontrer.

Conséquence.

Le nombre des liens n'étant point déterminé dans la démonstration précédente, on en peut supposer un nombre indéfini, ce qui est la même chose que de supposer le levier QEF joint immédiatement au levier AHF par sa partie EF.

Il s'ensuivra aussi la même chose si l'on considére un levier replié AHEQ dont l'angle HEQ ne peut pas changer. Car ce levier plié en E fait le même effet que les deux leviers HEF, QEF qui ont la partie EF commune, puisque cette partie commune peut être supposée si petite qu'on voudra, comme on l'a remarqué dans la précédente proposition. Il n'est pas necessaire non plus que ce levier replié fasse un angle, puisque la figure du pli ne fait rien à l'effet, pourvû que les deux parties soient jointes ensemble. On auroit pû supposer que du point H on a mené une ligne droite jusqu'au point Q qui feroit le bras du levier angulaire AHQ lequel porteroit à son extrémité le poids P, & alors il seroit évident que le poids P feroit le même effet que si il étoit suspendu en R au levier droit AHR. Mais comme cette supposition peut avoir

quelque difficulté à cauſe qu'on voit ſeulement que l'effort du poids P ſe fait en EF ſur le levier droit AHEF, j'ay crû que je devois démontrer cette propoſition ſans ſuppoſer le levier HQ.

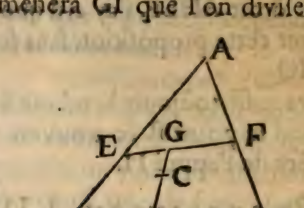
Ce ſera auſſi toûjours la même démonſtration quand le point R ſe trouvera vers A de l'autre côté de l'appui H.

PROPOSITION LIV.

COMMENT on peut trouver le centre de gravité des lignes, des ſuperficies, & des ſolides réguliers.

On ſuppoſe toûjours les lignes également peſantes dans toutes leurs parties; c'eſt pourquoy ſi elles ſont droites leur centre de gravité ſera au milieu, & ſi il y en a pluſieurs jointes enſemble ou ſéparées, on en trouvera le centre de gravité comme de différens point peſans en les ſuppoſant réduites chacune à part à leur centre de gravité. Par éxemple ſi l'on demande le centre de gravité de la circonférence du triangle ABD, on regardera chaque côté comme étant réduit à ſon centre de gravité EIF. Ayant donc tiré la ligne EF on la diviſera au point G dans la raiſon réciproque des grandeurs des lignes AB, AD qui eſt auſſi le rapport des peſanteurs des points E & F, & le point G ſera le centre de gravité des deux cô-

tés AB, AD, qu'on doit considérer comme étant chargé du poids de ces deux lignes. Ensuite on ménera GI que l'on divisera en C



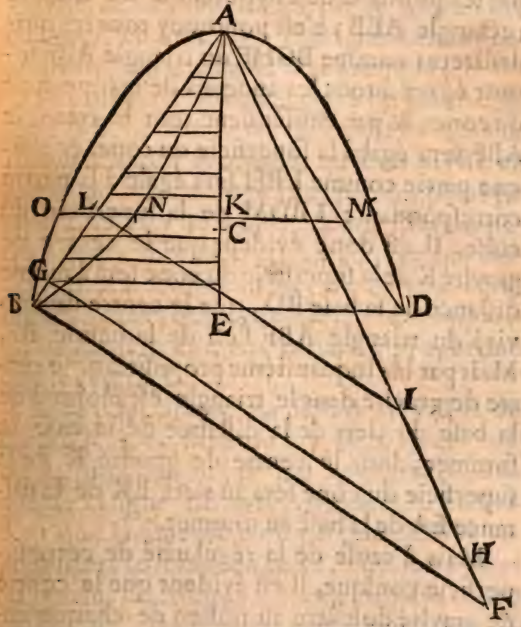
dans la raison réciproque de la pesanteur ou de la charge du point G, & de celle du point I, c'est-à-dire que GC sera à CI, comme la ligne BD à la somme des deux lignes AB, AD.

Pour les lignes courbes il faut chercher les momens de toutes leurs parties par rapport à quelque ligne droite qu'on considérera comme un levier, & prendre sur ce levier le point qui donnera des momens égaux des parties de la ligne d'un côté & d'autre ; & chercher encore la même chose sur la perpendiculaire menée par ce point du levier, & le point de cette ligne sera le centre de gravité.

Les superficies courbes qui sont régulieres ont toûjours leur centre de gravité dans la ligne qui passe au milieu ; c'est pourquoy il ne faut plus que trouver une autre ligne ou un plan qui divise également les momens des parties

parties de cette ſuperficie, & leur rencontre ſera le centre de gravité de la ſuperficie: par exemple,

Si l'on veut avoir le centre de gravité de la ſuperficie du cone droit ABD qui eſt formé



par le triangle rectangle ABE en tournant ſur ſon côté AE.

Il eſt premierement évident que ſi on élé-

ve ſur AB la ligne BF égale à la circonférence du cercle dont BE eſt le rayon, & qu'on tire AF, toutes les lignes comme GH menées des points G du côté AB du triangle ABE, & paralleles à BF, ſeront égales à tous les cercles qui ſeront formés ſur la ſuperficie du cone par les points G de l'hypoténuſe du triangle rectangle AEB ; c'eſt pourquoy tous les quadrilateres comme BGHF du triangle ABF ſeront égaux à tous les anneaux de la ſuperficie du cone ; & par conſéquent tout le triangle ABF ſera égal à la ſuperficie du cone, & chaque partie comme LBFI ſera égale à ſa partie correſpondante LBDM de la ſuperficie du cone. Il eſt donc évident que le centre de gravité K de la ſuperficie du cone ſera à même diſtance de ſa baſe BD, que le centre de gravité du triangle ABF l'eſt de la ſienne BF. Mais par la cinquantiéme propoſition, le centre de gravité dans le triangle eſt éloigné de la baſe du tiers de la diſtance de la baſe au ſommet ; donc le centre de gravité K de la ſuperficie du cône ſera au tiers EK de la diſtance EA de la baſe au ſommet.

Mais à cauſe de la régularité de cette ſuperficie conique, il eſt évident que le centre de gravité doit être au milieu de chaque anneau de ſa ſuperficie, c'eſt-à-dire dans l'axe AE du cone : c'eſt pourquoy le centre de gravité K de la ſuperficie conique ſera détermi-

né ſur l'axe AE au point K qui le diviſe dans la raiſon de 1 à 2, KE étant 1, & KA 2.

Maintenant pour trouver le centre de gravité des ſolides, il les faut réduire à des ſuperficies qui gardent le rapport des momens de leurs parties, & chercher en ſuite le centre de gravité de ces ſuperficies par le moyen des trilignes, comme on a enſeigné dans la propoſition cinquantiéme. Par exemple,

Si l'on veut avoir le centre de gravité du cone A B formé comme on l'a fait cy-devant. Il faut d'abord conſidérer qu'il eſt diviſé en parties indéfiniment petites par des plans paralleles au plan de ſa baſe, & que tous ces petits ſolides ſeront entr'eux comme les cercles qui les comprennent, c'eſt-à-dire comme les quarrés des rayons de ces cercles, puiſqu'ils gardent entr'eux la même proportion que les cercles.

Mais ſi ſur chaque diviſion comme LK on prend KN, en ſorte qu'il y ait toûjours même raiſon du quarré de BE au quarré de LK, que de la ligne BE à la ligne KN, il eſt évident que la ſuperficie du triligne AEBN repréſentera le ſolide du cone, puiſque toutes les parties du triligne auront entr'elles même raiſon que les parties du ſolide qui leurs répondent. Mais ce triligne eſt formé par la parabole AND qui a ſon ſommet en A, puiſqu'il y a même raiſon de AE à AK, que de BE à

LK, & que le quarré de AE ſera au quarré de AK, comme BE à KN.

Il ne faut donc plus que trouver le centre de gravité du triligne parabolique AEBN, ou bien ſeulement il faut trouver le point C ſur la ligne AE, qui étant conſidérée comme un levier, le point C ſera la ſuſpenſion du triligne par ſon centre de gravité. Mais nous avons vû dans la cinquantiéme propoſition, que le point C doit diviſer la ligne AE en ſorte que CE ſoit à CA comme 1 à 3. Et puiſque chaque partie du cone doit auſſi avoir ſon centre de gravité dans l'axe AE, à cauſe de la régularité de la figure, il s'enſuit que le centre de gravité du cone ſera ſur l'axe AE, & le diviſera dans la raiſon de 1 à 3.

Par la même methode ſi l'on veut avoir le centre de gravité du conoïde parabolique ABD qui eſt formé par la demi-parabole AOBE en tournant ſur ſon axe AE, on réduira toutes les parties ſolides de ce conoïde à des plans de même hauteur, qui doivent garder entr'eux la proportion des ordonnées dans le triangle ABE. Car dans la parabole le quarré d'une ordonnée BE étant au quarré d'une ordonnée OK, comme les parties de l'axe AE à AK, ou celles qui ont même raiſon BE & KL; & les parties du conoïde étant entr'elles comme les quarrés des diametres ou demi-diametres KO de leurs cercles, ces parties du co-

noïde seront entr'elles comme celles du triangle ABE qui leur répondent. Ainsi le centre de gravité des parties du triangle étant au tiers de sa hauteur, & le centre de gravité des parties du conoïde étant encore dans l'axe AE du conoïde, il s'ensuit que le centre de gravité du conoïde sera au point K de son axe qui le divise en sorte que KE soit à KA, comme 1 à 2.

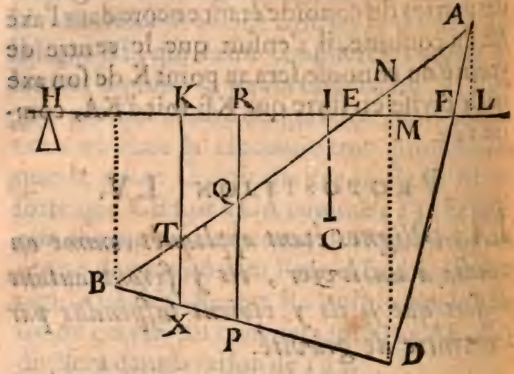
PROPOSITION LV.

LES trilignes étant appliqués comme on voudra à un levier, ils y feront autant d'effort que si ils y étoient suspendus par leur centre de gravité.

Soit le triligne ABD appliqué ou attaché par la ligne ou par les points EF, au levier HL, qu'on suppose perpendiculaire à la direction des poids : je dis que ce triligne fera autant d'effort sur ce levier par rapport à quelque appuy H, que si il y étoit suspendu en I par son centre de gravité C.

Tout le triligne ABD, étant divisé en parties indéfiniment petites par des lignes comme PQ paralleles à la direction des poids & à CI, qui est la ligne d'où le triligne est suspendu par son centre de gravité C, si l'on prolonge toutes les lignes de la division du

triligne jusqu'au levier HL, comme PQ en R, toutes ses parties comme PQ d'un côté de la ligne IC seront en équilibre avec toutes



les parties comme ND de l'autre côté. Mais si l'on compare deux parties de ce triligne PQ, TX telles qu'on voudra comme deux poids suspendus separément aux points RK du levier, par les cinquante-uniéme & cinquante-troisiéme propositions, ils y feront autant d'effort que si ils y étoient tous deux ensemble suspendus par leur centre commun de gravité.

Et si ce centre de gravité est considéré maintenant comme un poids pesant autant que les deux parties ensemble QP, TX, & qu'on le compare à une autre partie ND du

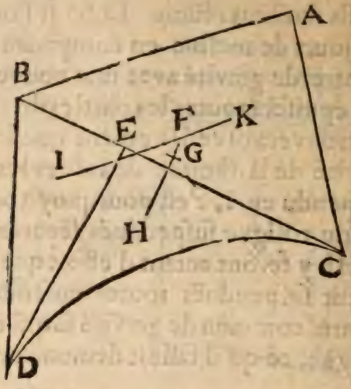
triligne ſuſpenduë auſſi au levier en M, ils feront autant d'effort ſur ce levier étant ſuſpendus ſéparément que ſi ils étoient ſuſpendus dans leur centre commun de gravité dans lequel ils ſeroient réünis. Enfin ſi l'on pourſuit toûjours de meſme en comparant le dernier centre de gravité avec une nouvelle partie, on épuiſera toutes les parties du triligne, & l'on trouvera néceſſairement que le centre de gravité de la ſomme de toutes les parties ſera ſuſpendu en I, c'eſt pourquoy toutes les parties du triligne ſuſpenduës ſéparément au levier HL y feront autant d'effort que ſi elles y étoient ſuſpenduës toutes enſemble dans leur centre commun de gravité C qui eſt celuy du triligne, ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION LVI.

COMMENT *on peut trouver le centre de gravité des figures irregulieres.*

On peut trouver le centre de gravité de toutes ſortes de figures en les ſéparant en d'autres figures dont on puiſſe connoître les centres de gravité en particulier, comme de la figure plane ABCD, de laquelle on retranchera le triligne mixte D E C dont on peut connoître le centre de gravité H par la 50e. propoſition, & l'on diviſera le reſte en triangles comme ABC, DBE dont on ſçait auſſi

les centres de gravité I & K. Car ayant joint deux de ces centres de gravité comme *I K* par la ligne I K, on la diviſera en F dans la



raiſon reciproque des triangles, & ce point F ſera le centre de gravité commun des deux triangles. Mais ces deux triangles faiſant autant d'effort étant ſuſpendus en I & en K ſur la ligne IK conſiderée comme un levier auquel ils ſont appliqués que ſi ils y étoient ſuſpendus par le point F par la précédente propoſition, on ménera HF que l'on diviſera en G dans la raiſon réciproque des deux triangles *ABC*, BED enſemble comme ſuſpendus en F & du triligne DCE ſuſpendu en H, & le point G ſera le centre de gravité de toute la figure.

Car on pourra considerer les deux triangles joints ensemble & appliqués au levier H F sur lequel ils doivent faire autant d'effort par rapport à l'appuy G que si ils y étoient suspendus par leur centre de gravité F; & de même le triligne EDC étant aussi considéré comme appliqué au même levier F H, il y fera autant d'effort par rapport à l'appuy G, que si il y étoit suspendu par son centre de gravité H: c'est pourquoy les trois parties de la figure feront autant d'effort sur la ligne ou levier HF auquel on peut les considerer comme appliquées par rapport au point G, que si elles étoient suspenduës au même levier HF. Mais nous avons démontré que lors qu'elles y sont suspenduës elles sont en équilibre sur le point G, elles seront donc en équilibre sur ce point G étant considerées comme appliquées au levier HF, c'est pourquoy le point G sera le centre de gravité de la figure.

Proposition LVII.

Les lignes, les surperficies & les solides étant appliqués comme on voudra à un levier, ils y feront autant d'effort que si ils y étoient suspendus par leur centre de gravité. (Voyez la figure page 186.)

Cette proposition est évidente par les cin-

quante-uniéme & cinquante-troiſiéme propoſitions, puiſque toutes les parties de la ligne, de la ſuperficie ou du ſolide propoſé étant chacune ſuſpenduë au levier par leur centre de gravité, doivent avoir leurs momens égaux étant pris tous enſemble, à celuy de ces mêmes parties jointes enſemble dans leur centre de gravité commun, ce qu'on démontre en comparant deux de ces parties l'une à l'autre, & enſuite leur centre de gravité avec une troiſiéme, & le centre de gravité de ces trois parties avec une quatriéme, & ainſi de ſuite juſqu'à la derniere, comme on l'a expliqué dans la propoſition précédente.

On a ſuppoſé dans la cinquante-cinquiéme propoſition, que les ſuperficies des trilignes étoient placées ſur un plan qui paſſant par le levier étoit étendu ſelon la direction des poids, & cela ne peut être autrement dans les ſuperficies planes quand leur centre de gravité n'eſt pas ſur le levier : car puiſqu'une partie du plan eſt appliquée au levier, c'eſt à dire que la ligne du levier eſt ſur le plan, & celle qui va d'un point du levier à ſon centre de gravité par où la ſuperficie eſt ſuſpenduë, ne ſçauroit être hors la ſuperficie. On doit entendre la même choſe des lignes droites.

Mais ſi leur centre de gravité eſt ſur le levier, & que le plan de la figure ne paſſe pas par une ligne de direction des poids qui vient

de quelque point du levier qu'on ſuppoſe toûjours perpendiculaire à la direction des poids, il faudra imaginer qu'il y a un plan qui paſſe par le levier & qui eſt ſelon la direction des poids; & puiſque toutes les parties de la figure étant ſuppoſées indéfiniment petites, doivent être en équilibre les unes à l'égard des autres des deux côtés de ce plan qui paſſe par le centre de gravité de la figure, il eſt évident que ſi l'on compare une des parties d'un côté de ce plan avec une autre partie de l'autre côté qui ait un moment égal à l'autre, leur centre commun de gravité ſera dans le plan, & l'on pourra conſiderer ce centre comme chargé des deux parties. Mais comme ce ſera la même choſe de toutes les parties de la figure d'un côté & d'autre de ce plan, toute la figure ſera reduite en points peſans qui ſeront dans ce plan qui paſſera par le levier, & qui ſera ſelon la direction des poids; c'eſt pourquoy par les cinquante-uniéme & cinquante-troiſiéme propoſitions en prenant tous ces points peſans deux à deux, ils doivent faire autant d'effort ſur le levier HF, que dans leurs centres commun de gravité, & prenant encore les centres de gravité comme des points peſans, on viendra à la fin au ſeul point C qui ſera ſur le levier le centre de gravité de toute la figure, ce qui fait voir que les parties de la figure priſes ſéparément &

considerées comme appliquées au levier, y feront autant d'effort par rapport à quelque appuy H, que si elles étoient toutes ensemble suspenduës dans le point C auquel on les a réduites, & qui est le centre de gravité commun de toutes les parties de la figure, & par consequent de la figure.

Il est facile à voir que cette démonstration peut convenir aux lignes droites qui sont appliquées ou attachées par leur centre de gravité au levier dans quelque inclinaison que ce soit, & aux lignes & aux superficies courbes, & enfin aux solides.

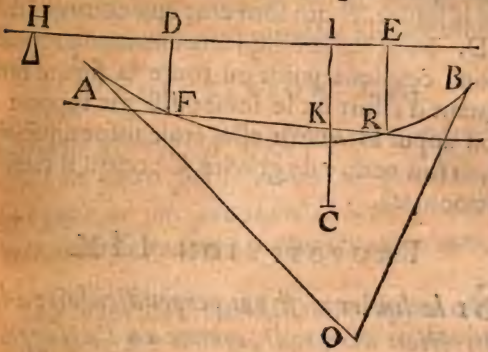
Proposition LVIII.

Si une ligne ou une figure ABO est suspenduë en D & en E à un levier HE, par deux de ses points FB tels qu'on voudra; Je dis qu'elle fera autant d'effort sur ce levier par rapport à l'appuy H du levier, que si elle y étoit suspenduë en I par son centre de gravité C.

On peut considerer la figure ABO, comme si elle étoit suspenduë & appliquée à un levier FR qui passe par les points F & R. Et par la cinquante-septiéme proposition toute la figure fera autant d'effort sur le levier FR par rapport à un point comme K, que si elle étoit

suspenduë

ſuſpenduë à ce levier par ſon centre de gravité C. Mais ſi le point K eſt la rencontre de la direction IC du centre de gravité C de la



figure, elle fera tout ſon effort au point K. Enfin le levier FR étant chargé à ſon point K de toute la figure, & ce levier étant ſoûtenu en F & en R par deux puiſſances D E, toute la peſanteur de la figure doit ſe partager à ces deux puiſſances ſelõ les diſtances KR, KF priſes reciproquement par la troiſiéme ou quatriéme propoſition, c'eſt-à-dire que la puiſſance E ſera à la puiſſance D, comme KF à KR, & les deux puiſſances enſemble doivent être égales à celle de la figure ou à ſa peſanteur.

Il s'enſuit donc de là que la figure étant ſuſpenduë au levier HE en D & en E, elle y partage ſa peſanteur ſelon les lignes KF, KR, ou ce qui eſt la même choſe dans la raiſon des

lignes I D, I E. On peut donc considerer les deux points D & E comme étant chargés de deux poids qui sont ensemble égaux à celuy de la figure, & qui sont entr'eux comme IE à I D. Mais par la cinquante-uniéme proposition, ces deux poids où toute la figure fera autant d'effort sur le levier HE par rapport à son appui H, que si elle étoit suspenduë en I par son centre de gravité C; ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION LIX.

SI le levier n'est pas perpendiculaire à la direction des poids, comme on l'a supposé dans les propositions précédentes qui regardent les centres de gravité, on pourra toûjours le réduire à un autre qui y sera perpendiculaire, & qui sera sur le même plan qui passant par le levier est posé selon la direction des poids.

Cette proposition est évidente, car tout ce qu'on a expliqué des leviers perpendiculaires à la direction des poids convient aussi aux autres, puisque les directions paralleles couperont de ces deux leviers des parties qui seront toutes entr'elles en même raison; & l'effort des poids étant supposé le même dans une même ligne de direction, il sera aussi

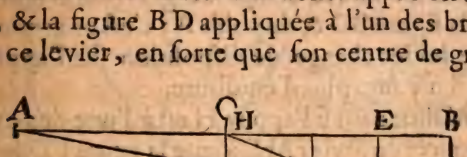
grand pour le levier incliné, que pour le levier perpendiculaire.

Il me reste maintenant à expliquer les effets des figures appliquées au levier quand leur centre de gravité n'est pas placé sur le levier.

Proposition LX.

Si une figure est appliquée à un levier droit en sorte que le centre de gravité de la figure ne soit pas dans le levier ; ce levier droit se reduit à un levier angulaire.

Soit le levier droit AHB dont l'appui est en H, & la figure B D appliquée à l'un des bras de ce levier, en sorte que son centre de gravité C ne soit pas sur le levier AHB ; Je dis que ce levier droit se reduit au levier angulaire AHC, & qu'il en a toutes les proprietés.

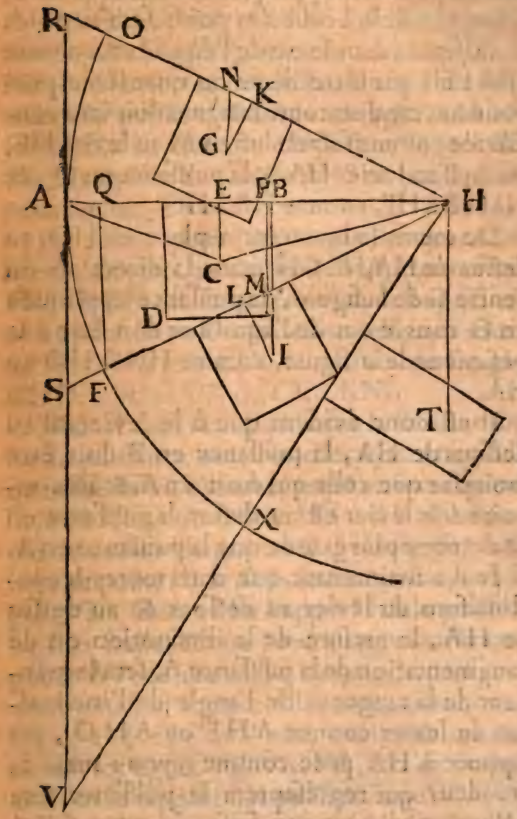


Car puisque le point C est le centre de gravité de la figure, on la peut considerer toute reduite dans ce point, dont la disposition ne peut pas changer à l'égard du levier auquel il

eſt appliqué par le moyen de l'étenduë de la figure. C'eſt pourquoy s'il y a équilibre entre un poids A & la figure BD ſur l'appui H, il faudra que la figure ſoit au poids comme la diſtance HA à la diſtance HE, le point E étant la rencontre de la ligne CE, qui eſt la direction du centre C comme un point peſant. Mais ſi ce levier change de poſition en tournant ſur ſon appuy H, il n'y aura plus d'équilibre entre la figure & le poids A : car par la vingtiéme propoſition ſi l'on méne AC, & que HF ſoit une ligne parallele à la direction des poids, laquelle ſoit menée par l'appuy H, le point F ſera le centre de gravité commun de la figure BD & du poids A ; c'eſt pourquoy ſi le levier change de diſpoſition ſur l'appui H, il n'y aura plus d'équilibre.

Maintenant ſi l'appuy H eſt à l'une des extremités du levier AH, & que la figure PD ſoit placée entre l'appui H & la puiſſance en A, dont on ſuppoſe la direction parallele à celle des poids, & que la figure ſoit au deſſous du levier, il eſt évident que ce levier droit AH pourra auſſi être reduit à un levier angulaire ACH. Mais dans la poſition AH du levier qui eſt perpendiculaire à la direction des poids, la puiſſance en A doit être au poids de la figure comme HE à HA, pour faire équilibre par la troiſiéme ou quatriéme propoſition, car CE eſt la direction du centre C.

Maintenant si le levier est au dessous de



HA, comme dans la position HF, & que IM

soit la direction du centre de gravité I de la figure, la puissance appliquée en F avec sa direction parallele à celle des poids, sera au poids de la figure dans le cas de l'équilibre, comme HM à HF par la troisiéme ou quatriéme proposition; car alors toute la figure doit être considerée comme suspenduë en M au levier HF, ou en B au levier HA, & la puissance en Q, & HM est à HF, comme HB à HQ.

De même le levier étant placé en HO au dessus de HA, & GN étant la direction du centre G de la figure, la puissance appliquée en O dans le cas de l'équilibre doit être à la pesanteur de la figure, comme HN à HO ou HA.

Il est donc évident que si le levier est au dessous de HA, la puissance en F doit être moindre que celle qui étoit en A, & au contraire si le levier est au dessus, la puissance en O doit être plus grande que la puissance en A.

Je dis maintenant que dans toutes les inclinaisons du levier au dessous & au dessus de HA, la mesure de la diminution ou de l'augmentation de la puissance A, sera la grandeur de la tangente de l'angle de l'inclinaison du levier comme AHF ou AHO, par rapport à HA prise comme rayon: mais la grandeur qui représentera la puissance sera AV qu'on trouvera en faisant comme CE à EH, ainsi HA à AV.

Par éxemple, le levier étant en HF, la puissance appliquée en F pour soûtenir le centre de gravité du poids placé en I, sera à la puissance qui est appliquée en A, comme HM à HE ou HL son égale, & la diminution sera marquée par LM. Mais le triangle ILM est semblable au triangle HAS dans lequel AS est la tangente de l'angle AHS en posant HA pour rayon.

De même pour l'augmentation quand le levier est placé au dessus de HA, comme en HO où KN est l'augmentation de la puissance appliquée en O par dessus celle qui étoit en A; & HA sera à AR touchante de l'angle AHO, comme GK ou CE à KN.

Mais il faut remarquer que la diminution de la puissance ne peut aller que jusqu'à la quantité de la puissance, ce qui arrivera quand le levier sera comme en HX où la direction par le centre de gravité T de la figure tombera au point H, & alors tout le poids de la figure sera soutenu sur l'appui H & la puissance sera nulle, & l'on pourra regarder la tangente AV de cet angle comme la puissance en A pour luy comparer les autres, ou bien si l'on prend le point V pour un terme on aura toutes les lignes VS, VA, VR, &c. qui exprimeront le rapport des puissances qui doivent être appliquées aux extrémités du levier dans ses différentes positions au dessous ou au des-

ſus de HA, en poſant VA pour la grandeur de la puiſſance qui doit être appliquée en A : ce qui eſt facile à voir.

Il s'enſuit auſſi de là, que lorſque le levier ſera dans la ligne de direction des poids qui paſſe par l'appui H, il ſera parallele aux touchantes VR, & il ne rencontrera plus la ligne VA, c'eſt pourquoy dans ce cas la puiſſance devroit être infinie pour ſoûtenir le poids de la figure, quelque petit qu'il fût.

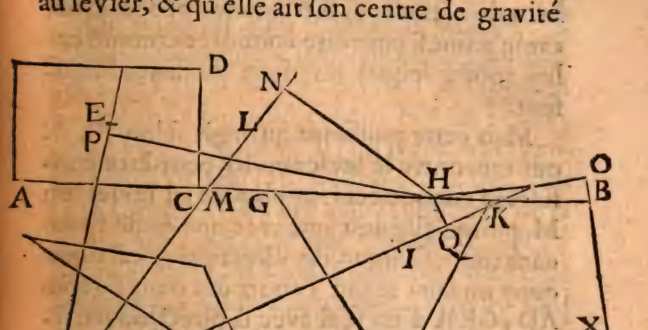
Ce que l'on vient d'expliquer pour la figure PD quand elle a ſon centre de gravité au deſſous du levier AH, ſe doit entendre de même quand il eſt au deſſus, en remarquant ſeulement que le point V qui eſt le terme de la grandeur des puiſſances ſera placé au deſſus du levier AH perpendiculaire à la direction des poids, & que les parties VS, VA, VR juſqu'à l'infini iront de haut en bas, ce qui n'a pas beſoin de plus grande explication, puiſque c'eſt la même choſe que dans le cas précédent.

PROPOSITION LXI.

PLUSIEURS *figures étant appliquées comme on voudra à un levier avec des directions données, trouver la puiſſance qui faſſe équilibre avec les figures, & qui ſoit ap-*

pliquée à un point donné de ce levier avec une direction donnée.

Soit le levier droit AB qui a ſon appui en H ; & que la figure AD ſoit appliquée en AC au levier, & qu'elle ait ſon centre de gravité



en E au deſſus de ce levier avec la direction donnée EF. De plus ſoit auſſi donné la figure G K R appliquée au même levier en GK, laquelle ait ſon centre de gravité en I, & dont la direction ſoit IF. Enfin ſoit donné le point B auquel il faut appliquer la puiſſance X avec la direction XB en ſorte qu'il y ait équilibre entre cette puiſſance & les figures appliquées au levier.

Puiſque les points E & I ſont les centres de gravité des figures, & qu'elles ſont jointes

enſemble par le levier, on les peut conſidérer comme une ſeule figure dont on trouvera la direction de ſon centre de gravité, c'eſt-à-dire la ligne FL qui ſera la direction d'une puiſſance qui ſoutiendra les deux figures avec leurs directions par la trentiéme propoſition; car le point F peut être conſidéré comme celuy contre lequel les deux puiſſances agiſſent.

Mais cette puiſſance qui agit ſelon FL & qui rencontre le levier en M, peut-être conſidérée comme étant appliquée au levier en M, puiſqu'elle doit agir avec une égale force dans toute ſa ligne de direction; c'eſt pourquoy on aura réduit l'effort des deux figures AD, GKR à un ſeul avec ſa direction particuliere FM, LN.

Maintenant ſi de l'appui H on méne les perpendiculaires HN, HO ſur les directions données FMN, XBO, & ſi l'on fait comme HO à HN, ainſi la puiſſance trouvée qui ſoutient les deux figures, à la puiſſance X, il eſt certain par la neuviéme propoſition que la puiſſance X fera équilibre avec celle qui ſoutient les deux figures, c'eſt-à-dire avec les deux figures qui agiſſent ſuivant leurs directions: ce qu'il falloit faire.

On doit remarquer que ces figures ne doivent être conſidérées que par rapport à leur grandeur pour déterminer celuy de leur puiſ-

ſance, ce qui revient à la même choſe que ſi l'on donnoit les deux points E I arrêtés au levier dans une poſition immuable, leſquels ſeroient tirés par deux puiſſances qui garderoient entr'elles le rapport des figures AD, GKR, & ſuivant les directions EF, IF.

On pourroit auſſi trouver la puiſſance X d'une autre maniere ſans réduire les puiſſances E & I à une moyenne. Car ſi de l'appui H on méne la perpendiculaire HP ſur la direction FE; & de même ſi l'on méne la perpendiculaire HQ ſur la direction FI; & que l'on faſſe comme HO à HP ainſi la puiſſance de la figure AD à une autre que j'appelle Z; & de même comme HO à HQ ainſi la puiſſance de la figure GKR à une autre que j'appelle Y; il eſt évident que ces deux puiſſances Z & Y priſes enſemble ſi les perpendiculaires HP, HQ ſont d'un même côté de H doivent être égales à X; mais que ce ſera leur difference ſi elles ſont des deux côtés de H. Et ſi la puiſſance Z étoit égale à la puiſſance Y, & que les perpendiculaires fuſſent des deux côtés de H, la puiſſance X ſeroit nulle, c'eſt-à-dire que les deux puiſſances en E & I avec leurs directions ſeroient équilibre ſur l'appui H, ſans qu'il fût beſoin d'une autre puiſſance X.

Ce que je viens d'expliquer des deux ſeules puiſſances appliquées en E & I doit s'entendre de même de quelle quantité que ce

soit de puissances & appliquées de quelle maniere & en quels endroits on voudra du levier, soit du même côté ou des deux côtés de l'appui ; car l'on trouvera toûjours la puissance X par les deux manieres que je viens d'expliquer ; en obſervant que par la premiere il faudra réduire toutes ces puissances à une seule, en les prenant deux à deux jusqu'à la derniere.

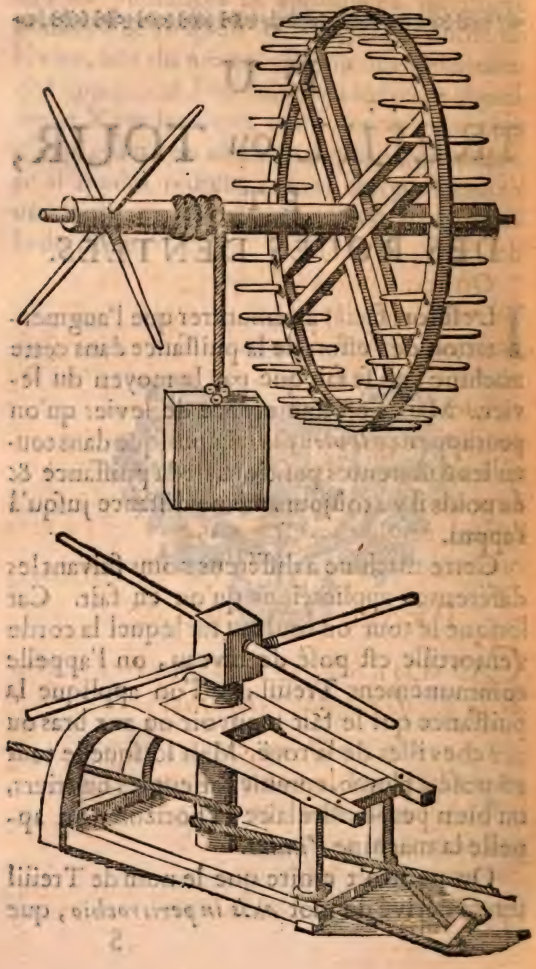
DU

DU TREÜIL ou TOUR, ET DES ROUËS DENTE'ES.

IL eſt fort facile à démontrer que l'augmentation de l'effort de la puiſſance dans cette machine, ne ſe fait que par le moyen du levier. Mais c'eſt une eſpece de levier qu'on peut appeller *levier ſans fin*, puiſque dans toutes les différentes poſitions de la puiſſance & du poids il y a toûjours même diſtance juſqu'à l'appui.

Cette machine a différens noms ſuivant les différentes applications qu'on en fait. Car lorſque le tour ou rouleau ſur lequel la corde s'entortille eſt poſé de niveau, on l'appelle communément Treüil, & l'on applique la puiſſance qui le fait mouvoir ou aux bras ou aux chevilles de la rouë. Mais lorſque le tour eſt poſé à plomb, comme parlent les ouvriers, ou bien perpendiculaire à l'horizon, on appelle la machine *Vindas*.

On pourroit croire que le nom de Treüil ſeroit dérivé du mot *axis in peritrochio*, que



les Latins avoient tiré du Grec. Mais pour la machine où le rouleau est horizontal, nous trouvons dans Vitruve que les Latins l'appelloient *Sucula*, & celle où il est à plomb *Ergata*.

Les figures font assés connoître la construction de cette machine, & de quelle maniere on doit s'en servir pour élever ou pour traîner des fardeaux.

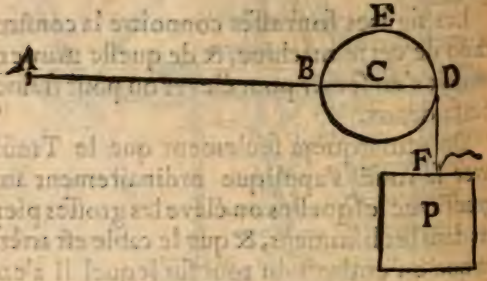
On remarquera seulement que le Treüil avec sa rouë s'applique ordinairement aux grues avec lesquelles on éléve les grosses pierres dans les bâtimens, & que le cable est arrêté en quelqu'endroit du tour sur lequel il s'entortille : mais que ce cable est seulement tortillé un tour ou deux sur le tour du vindas en sorte qu'il n'y puisse pas glisser quand on le retient un peu ferme par l'une de ses extrémités.

PROPOSITION LXII.

COMMENT *on doit mesurer l'effort de la puissance dans cette machine.*

Le cercle B E D représente la grosseur du tour sur lequel la corde s'entortille, & AB la longueur du bras qui est attaché au tour, & qui sert à le mouvoir, ou bien la distance depuis ce tour jusqu'aux chevilles. Le tour est ordinairement soutenu sur une cheville

de fer que l'on considére comme son appuy & sur lequel il tourne, & si l'on n'a point d'égard à la grosseur de cette cheville ny à la grosseur du cable DF qui passe sur le tour &



qui soutient le poids P, & qu'on ne les considére que comme des lignes, il est évident que la corde FD touchant le cercle en un point D, & le bras AB passant par le centre & rencontrant la circonférence du cercle en D, dans le cas de l'équilibre la puissance appliquée en A avec une direction perpendiculaire à AC doit être au poids P, comme le dem diametre CD du tour ou rouleau BED à la longueur AC du bras depuis le centre C du rouleau jusqu'à l'endroit A où agit la puissance par la troisiéme ou quatriéme proposition : car l'aissieu représenté par le point C sera l'appuy du levier dont les bras seront CD, CA.

Mais si la puissance appliquée au bras du

rouleau n'eſt pas perpendiculaire au bras, il eſt facile à voir que la puiſſance doit être plus grande pour ſoutenir le poids P. Car puiſque la diſtance perpendiculaire depuis l'appui C juſqu'à la direction du poids P qui eſt la ligne FD, & qui doit toucher le cercle en D, demeurera toûjours la même CD, il faudroit que la longueur de l'autre bras CA fût auſſi toûjours la même, ce qui ne peut être que lorſque la direction de la puiſſance ſera perpendiculaire à CA, car ſi elle luy eſt inclinée de quelque maniére que ce ſoit, cette perpendiculaire ſera toûjours plus courte que CA, & par conſéquent il faudroit une puiſſance plus grande pour ſoutenir le poids P.

PROPOSITION LXIII.

IL faut voir maintenant ce qui doit arriver ſi l'on a égard à la groſſeur de la cheville ſur laquelle le rouleau ou le tour ſe meut en tournant.

Si l'ouverture ou le trou dans lequel la cheville ſe meut étoit rond, & ſeulement d'un diametre un peu plus grand que celuy de la cheville, il eſt évident que la circonférence de la cheville touchera en beaucoup d'endroits celle du trou, & par conſéquent les frotemens ſeront grands & le mouvement

difficile. Mais si cette ouverture est quarrée ou même si elle est faite de portions de cercle, dont la convexité soit tournée au con-

traire de celle de la cheville, comme on le voit dans la figure, le frotement sera tres-petit; car la circonférence de la cheville qui ne touchera quasi qu'en un point R celle de l'ouverture, s'échapera facilement.

La ligne CR menée du centre C au point touchant R étant perpendiculaire à ACD, il est évident que tout le frotement sera au seul point R, puisque le poids P & la puissance A demeurent en équilibre sur ce point comme sur le centre C; car si du point R comme appui on menoit des perpendiculaires sur les lignes de direction par A & par D qui sont perpendiculaires à ACD, elles seroient aussi égales à CA & à CD.

PROPOSITION LXIV.

PLUS *le cable sera gros & le tour ou le rouleau petit, plus il faudra de force pour mouvoir, ou même pour soûtenir le fardeau.* (Voyez la Fig. précédente.)

Si l'on a seulement égard à la grosseur du cable qui soit D M, il faudra le considérer comme un corps qui soutient le poids P, & qui est appliqué au levier CD prolongé en M. Mais comme ce corps soutient le poids P, on peut le considérer comme pesant luy-même autant que ce poids sans avoir égard à sa pesanteur particuliére qui doit diminuer à mesure que le poids monte. Et comme sa pesanteur ou sa charge se doit distribuer également dans toutes ses parties, il fera autant d'effort sur le levier auquel il est appliqué, que s'il étoit suspendu par son centre de gravité O qui est au milieu de DM, par la cinquante-septiéme proposition. Ainsi le bras CD devient plus long de la moitié du diametre de la corde, qu'on ne l'avoit supposé dans les propositions précédentes ; & par conséquent plus la corde sera grosse & plus ce bras sera grand ; c'est pourquoy il faudra une puissance plus grande en A pour soutenir le fardeau P.

Je dis aussi que si le diametre du rouleau

eſt petit, il faudra plus de force pour élever le poids que s'il étoit plus gros. Car lorſque le poids s'éleve la corde s'entortille autour du rouleau, & il eſt certain qu'elle ne peut s'appliquer autour du rouleau ſans que toutes ſes parties ſe ploient, & la difficulté à ſe ploier ſera d'autant plus grande que les plis ſeront plus grands; mais ils ſont plus grands, c'eſt-à-dire, que les angles ſont plus aigus ſur un petit rouleau que ſur un grand; il y aura donc plus de difficulté à élever le fardeau avec le petit tour ou rouleau qu'avec le grand, ſuppoſé que la proportion ſoit gardée entre la longueur du bras & le rayon ou demidiametre du rouleau.

C'eſt une difficulté dans l'exécution des machines à laquelle il faut avoir égard auſſi-bien qu'aux frotemens.

Il faut auſſi prendre garde que ſi la corde ou le cable fait pluſieurs tours l'un ſur l'autre, elle s'éloigne d'autant plus de l'appui, ce qui augmente encore la difficulté.

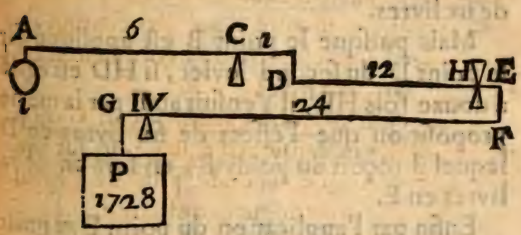
PROPOSITION LXV.

L'EFFORT *des machines qui ſont compoſées de rouës dentées, peut ſe meſurer par des leviers qui ſe communiquent les uns aux autres.*

Je ſuppoſe icy que les rouës dentées ſont

toûjours un même effort les unes sur les autres en se rencontrant avec leurs dents, ce qu'on peut exécuter comme je l'ay démontré dans le traité des Epicycloïdes, & de leur usage dans les Mécaniques que j'ay fait imprimer depuis peu ; & quoique les dents ne se rencontrent pas toûjours à égale distance de l'axe de la rouë ou du pignon, on peut toûjours le supposer puisqu'elles font le même effort l'une sur l'autre que si elles s'y rencontroient effectivement.

Soit donc AB un levier dont l'appui est en C que l'on peut considérer comme le diametre d'une rouë, en sorte que CA soit la



distance depuis l'aissieu marqué par l'appui C jusqu'aux dents, & CB celle depuis le même aissieu jusqu'aux dents du pignon de cette rouë. Et semblablement que DE represente le diametre d'une autre rouë dont l'appui soit en H, & FG aussi celuy de la derniere rouë dont l'appui en V.

Si ces rouës ſe communiquent en ſe rencontrant en B & D, & en E & F, ce ſera la même choſe que ſi les leviers s'appuyoient par les mêmes points l'un ſur l'autre.

Maintenant que la puiſſance ſoit appliquée en A, & que le poids P qu'elle doit élever ſoit ſoutenu par la corde G P qui eſt tortillée ſur le tour de la derniere, lequel a pour demi-diametre V G.

Si la longueur C A eſt égale à ſix fois CB, il eſt évident par la troiſiéme propoſition que le poids d'une livre en A ſoutiendra le poids de ſix livres en B, ou ce qui eſt la même choſe qu'il fera en ce point B un effort égal à celuy de ſix livres.

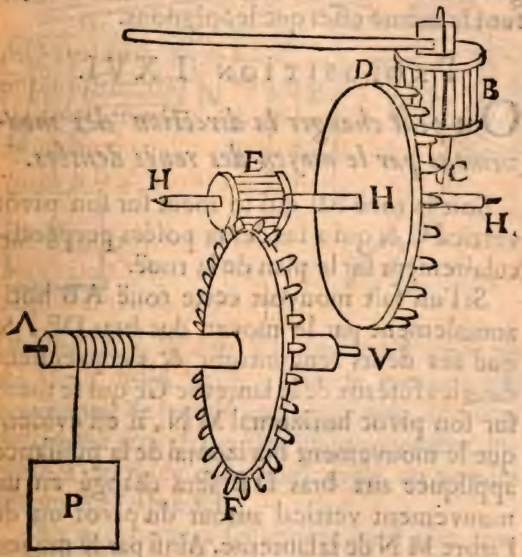
Mais puiſque le point B eſt appliqué ſur le point D du ſecond levier, ſi HD eſt égale à douze fois HE, il s'enſuit auſſi par la même propoſition que l'effort de ſix livres en D lequel il reçoit du poids B, en fera un de 72 livres en E.

Enfin par l'application du point E au point F du troiſiéme levier, ſi VF eſt égal à 24 fois VG, l'effort de 72 livres en F en produira un en G de 1728 livres.

Ainſi l'effort d'une livre en A peut ſoutenir en G un poids de 1728 livres.

On n'a point d'égard aux frotemens, & il n'eſt pas auſſi néceſſaire de les conſidérer dans l'état de l'équilibre, puiſqu'ils doivent plû-

tôt aider à soutenir les poids en équilibre qu'à détruire l'équilibre, car il est certain dans cet exemple que le poids d'une livre en A en pourroit soutenir un en G bien plus grand que de 1728 livres, à cause que celuy-cy auroit besoin d'une augmentation considérable pour vaincre les frotemens des dents des



rouës l'une contre l'autre & des pivots dans leurs trous. De même le poids de plusieurs livres en A resteroit encore en équilibre avec le poids de 1728 en G. C'est pourquoy il

faudroit une force beaucoup plus grande que celle d'une livre en A pour élever 1728 en G, puisqu'il faudroit qu'elle pût surmonter tous les frotemens. On peut voir dans cette figure l'assemblage de plusieurs rouës les unes avec les autres pour connoître comment les dents des rouës s'engrennent dans celles des pignons, ou dans les fuseaux des lanternes qui font le même effet que les pignons.

Proposition LXVI.

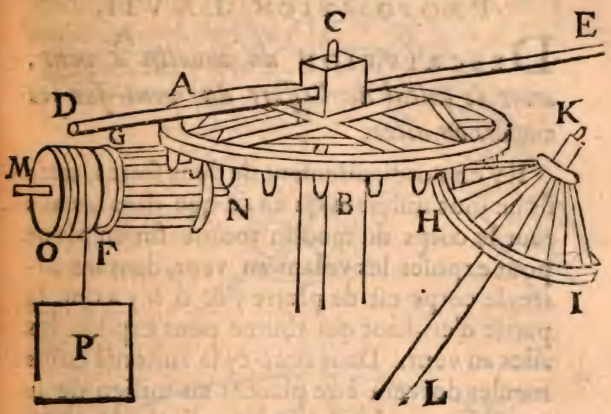
On peut changer la direction des mouvemens par le moyen des rouës dentées.

Soit la rouë AB qui se meut sur son pivot vertical C & qui a ses dents posées perpendiculairement sur le plan de la rouë.

Si l'on fait mouvoir cette rouë AB horizontalement par le moyen des bras DE, & que ses dents rencontrent & s'engrennent dans les fuseaux de la lanterne GF qui se meut sur son pivot horizontal M N, il est évident que le mouvement horizontal de la puissance appliquée aux bras DE sera changé en un mouvement vertical autour du pivot ou de l'arbre M N de la lanterne. Ainsi par le moyen d'un mouvement horizontal on élevera le poids P dont la corde s'entortillera sur le rouleau O, qui a son aissieu MN commun avec celuy de la lanterne FG.

Mais

Mais ſi au lieu de la lanterne FG dont les fuſeaux ſont paralleles à l'aiſſieu, on en conſtruit une autre comme HI dont les fuſeaux



ſont inclinés à l'abre KL dans quel angle on voudra, il eſt évident que le mouvement horizontal de la puiſſance appliquée aux bras de la rouë ſera changé en un mouvement incliné à celuy-cy dans quel angle on voudra autour de l'arbre KL.

On remarquera ſeulement qu'il faut que les fuſeaux de la lanterne HI, leſquels rencontrent les dents de la rouë ou rouët AB, ſe trouvent placés horizontalement dans cette rencontre, afin qu'ils s'y appliquent de la même maniere que ſi cette lanterne étoit ſem-

blable à l'autre GF. Ces changemens de directions dans les mouvemens peuvent avoir de tres-grands usages dans les machines.

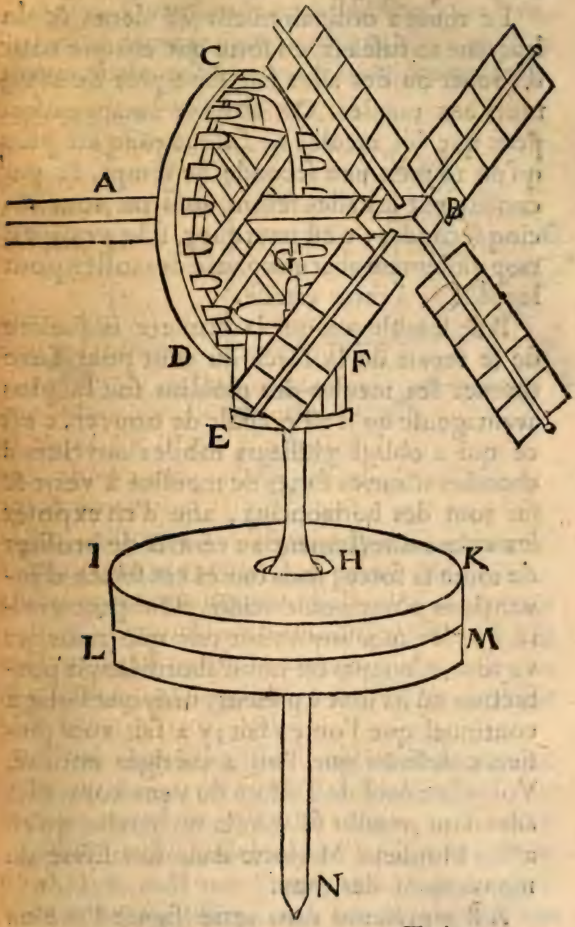
PROPOSITION LXVII.

DESCRIPTION *du moulin à vent, avec le calcul de l'effort du vent sur les volans ou aîles.*

Il y en a ordinairement de deux sortes, mais ils ne sont différens qu'en ce que dans les uns tout le corps du moulin tourne sur un pivot pour exposer les volans au vent, dans les autres le corps est de pierre, & il n'y a que la partie d'en-haut qui tourne pour exposer les aîles au vent. Dans ceux-cy la lanterne & les meules doivent être placées au milieu de la tour, afin que les dents du rouët dans toutes ses positions différentes rencontrent toûjours également les fuseaux de la lanterne.

AB est le gros arbre à l'extrémité duquel les ailes sont attachées, & qui sert d'aissieu à la rouë ou rouët CD. Les dents du rouët CD s'engrennent dans les fuseaux de la lanterne EF dont l'aissieu GHN est vertical, & qui étant arrêté à la meule de dessus IK la fait tourner sur celle de dessous L M qui est immobile.

Ainsi le mouvement vertical des aîles & du rouët est converti en un mouvement horizontal des meules.

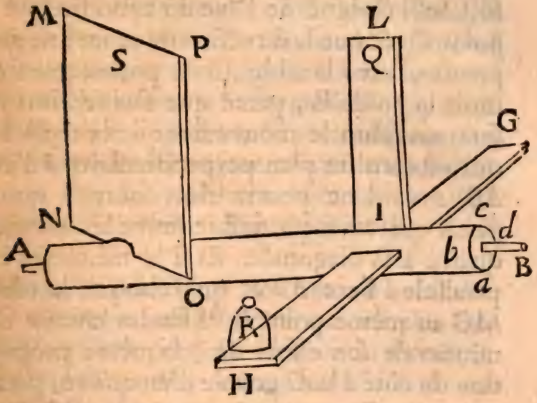

C
A
B
G
D
F
E
I
H
K
L
M
N

Le rouët a ordinairement 48 dents & la lanterne 10 fuſeaux, en ſorte que chaque tour du rouët ou des aîles fait faire prés de cinq tours aux meules. On obſerve autant qu'on peut que les meules ne faſſent tout au plus qu'un tour en une ſeconde de temps, & par conſéquent les aîles feront auſſi un tour en cinq ſecondes : c'eſt pourquoy ſi le vent eſt trop violent on abat une partie des toiles pour les réduire à cette viteſſe.

Il ne ſemble pas que la maniere ordinaire de ſe ſervir de la force du vent pour faire tourner les meules des moulins ſoit la plus avantageuſe qu'il eſt poſſible de trouver, c'eſt ce qui a obligé pluſieurs habiles ouvriers à chercher d'autres ſortes de moulins à vent & ſur tout des horizontaux, afin d'en expoſer les volans directement au vent & de profiter de toute ſa force ; mais toutes ces ſortes d'inventions n'ont point réüſſi. On peut croire que les moulins à vent tels que nous les voyons, n'ont pas été mis d'abord dans la perfection où ils ſont à préſent, mais que l'uſage continuel que l'on en fait, y a fait voir pluſieurs deffauts que l'on a corrigés enſuite. Voicy le calcul de l'effort du vent contre les aîles d'un moulin ſuivant la recherche qu'en a fait Monſieur Mariotte dans ſon Livre du mouvement des eaux.

A B repréſente dans cette figure l'axe ou

l'aiſſieu d'un tourniquet cylindrique que la régle GH traverſe à angles droits ; & IL eſt une autre régle poſée perpendiculairement ſur la



premiere GH & arrêtée auſſi dans le tourniquet. M N O P eſt une petite table mince comme les régles précédentes, qui eſt auſſi poſée perpendiculairement ſur l'axe AB, & de biais, en telle ſorte qu'elle fait avec luy un angle de 45 degrés & à l'égard de la régle G H.

Si nous ſuppoſons maintenant qu'un jet d'eau choque directement la régle I L vers le point Q, & qu'il faſſe tourner le cylindre ſelon l'ordre des lettres *a b c d* ; mais que le poids R poſé vers l'extrémité H de la régle G H faſſe équilibre avec la force du jet d'eau

Q, c'eſt-à-dire qu'il empêche le cylindre de tourner. Il eſt certain que ſi le même jet d'eau choque auſſi la table MO dans le point S qui ſoit auſſi éloigné de l'axe du cylindre que le point Q, & que la direction de ce jet ſoit perpendiculaire à la table, il ne pourra pas ſoûtenir le poids R, parce que ſa direction ne ſera pas ſelon le mouvement de la régle IL qui eſt dans un plan perpendiculaire à l'axe AB; mais il ne pourra alors ſoutenir qu'un poids qui ſera au poids R, comme le côté d'un quarré à ſa diagonale. Et ſi le même jet eſt parallele à l'axe AB & qu'il choque la table MO au même point S, il faudra encore diminuer de ſon effort dans la même proportion du côté à la diagonale d'un quarré, parce que ce jet choque obliquement la table ſous un angle de 45 degrés.

Il eſt donc évident que cette double raiſon de diminution doit réduire le poids R à ſa moitié, comme il eſt démontré dans le traité de la percuſſion à la fin de la treiziéme propoſition de la ſeconde partie.

Or le vent qui choque les aîles d'un moulin à vent les choque obliquement, & s'il rencontroit chaque aîle ſous un angle de 45 degrés, il s'enſuit par ce qui vient d'être expliqué qu'il n'auroit que la moitié de la force qu'il auroit s'il la rencontroit directement, & ſi l'aîle étoit placée ſur l'arbre comme la régle

IL ſur l'axe A B. Si l'on poſe donc que la force totale du vent ſoit 80, elle ſe réduira à 40 par ces deux cauſes.

Mais il y a encore une cauſe de diminution de force qui vient de la même obliquité ; car il y aura une moindre largeur de vent qui rencontrera la ſurface de l'aîle que ſi elle luy étoit directement oppoſée, & cette diminution ſera encore dans la même raiſon du côté d'un quarré à ſa diagonale, ce qui réduit enfin toute la force du vent meſurée par 80 à 28 $\frac{1}{4}$.

Mais ſi l'obliquité de l'aîle eſt moindre que 45 degrés, c'eſt à dire ſi elle eſt plus expoſée au vent dont on ſuppoſe la direction parallele à l'axe AB, & que l'angle ſoit de 60 degrés d'un côté & 30 par l'oppoſé, alors la premiere cauſe de diminution réduit la force de 80 à la moitié 40, mais les deux autres enſemble ne la réduiront que de 40 à 31 à peu prés. Ce qui fait connoître qu'il vaut mieux que les aîles des moulins à vent ayent cette obliquité que celle de 45 degrés.

Par les ſuppoſitions de M. Mariotte, ſi la viteſſe d'un vent médiocre eſt de 24 pieds par chaque ſeconde de temps, comme on le connoît par l'expérience, une aîle ou une voile oppoſée directement au vent, & qui a 144 pieds en ſuperficie ſoutiendra un poids de 210 livres, ſi la diſtance de l'appui ou le cen-

tre du mouvement, comme l'axe AB dans le tourniquet précédent jusqu'à l'endroit comme R où est posé le poids, est de 12 pieds de même que la distance du centre de la voile. Mais si la voile avoit seulement 6 pieds de large & 24 pieds de long, elle aura la même superficie de 144 pieds, & son centre sera aussi à 12 pieds de l'axe; c'est pourquoy elle soutiendra encore les 210 livres à 12 pieds de distance de l'axe. Mais si la distance depuis l'axe jusqu'au centre de la voile est de 15 pieds, elle soutiendra 262 $\frac{1}{2}$ livres.

Mais par les trois causes de diminution supposant l'angle des aîles de 60 degrés avec l'abre où elles sont attachées, la force du vent se réduira à soutenir 101 $\frac{3}{4}$ de livre à 15 pieds de distance de l'arbre. Et à cause des quatre aîles, la force du vent pourra soutenir 407 livres à la distance de 15 pieds de l'axe des aîles.

Mais le demi-diametre du rouët étant supposé de 4 pieds si l'on fait comme 4 à 15, ainsi 407 à 1526, ce nombre sera celuy des livres qui mesurent l'effort du vent contre les fuseaux de la lanterne, dans la supposition qu'il fait 24 pieds en une seconde. On n'a point d'égard aux frotemens dans tous ces calculs.

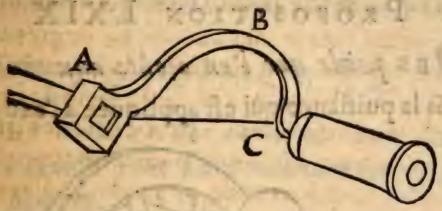
Dans les moulins horizontaux il ne peut y avoir environ qu'une aîle contre laquelle le

vent agit directement, & il faudroit qu'elle fût d'une grandeur extraordinaire pour faire autant d'effet que les quatre aîles verticales des moulins ordinaires, comme il eſt facile de le calculer par les ſuppoſitions précédentes.

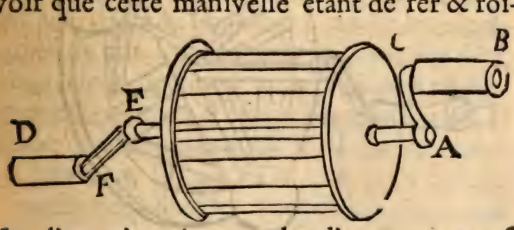
PROPOSITION LXVIII.

DES *manivelles courbes & droites.*

Les ouvriers ont accoutumé de mettre une manivelle courbe ABC aux axes des rouës, & ils croient que par ce moyen la puiſſance



agit avec plus de force. Mais il eſt facile à voir que cette manivelle étant de fer & roi-



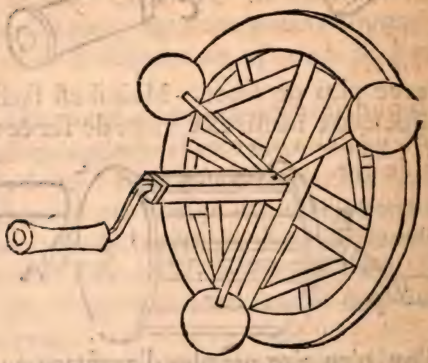
de, l'on n'en tire pas plus d'avantage que ſi elle étoit droite depuis A juſqu'en C.

On remarquera seulement, que si l'on applique deux manivelles ACB, EFD aux extrémités de l'axe d'une rouë, il ne faut pas qu'elles soient opposées l'une à l'autre ; mais il faut quelles fassent un angle droit entr'elles comme CA, EF, afin que quand un des ouvriers tire à luy ou repousse le manche de la manivelle, l'autre l'éleve ou l'abbaisse. Car les forces étant différentes dans ces différentes manieres d'agir, elles seront toûjours opposées l'une à l'autre, & le mouvement de la rouë sera uniforme.

PROPOSITION LXIX

DES *poids que l'on ajoûte aux rouës.*

Si la puissance qui est appliquée à l'axe d'u-



ne rouë pour la faire mouvoir n'agit pas éga-

lement par tout, il sera à propos de donner assez de pesanteur à la rouë, afin qu'étant mise en branle elle puisse réduire à l'égalité le mouvement inégal de la puissance; & si l'on ne peut pas rendre la rouë plus pesante, on ajoûtera à l'axe trois masses de plomb qui y seront attachées avec des verges de fer. Mais il ne faut pas croire, comme quelques-uns, que ces masses de plomb puissent augmenter la force de la puissance, au contraire leur pesanteur augmentant les frotemens de l'axe de la rouë, la puissance y perdra toûjours beaucoup de sa force.

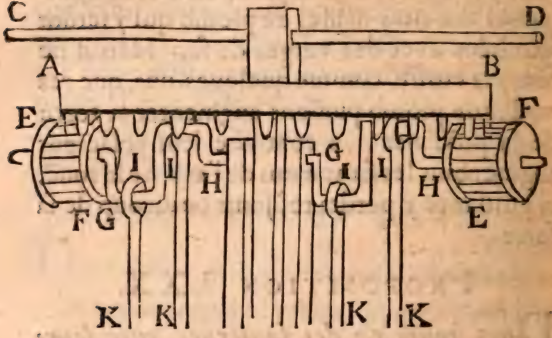
Proposition LXX.

Des rouës & des lanternes avec leurs axes coudés pour faire mouvoir les pistons des pompes.

Si la puissance fait tourner la rouë verticalement, il faudra seulement couder les extrémités de son axe, comme on voit icy GH. Mais si le mouvement de la puissance est horizontal, comme s'il est appliqué aux bras CD d'une rouë horizontale AB, il faudra ajuster les lanternes EF en sorte que leurs fuseaux s'engrennent dans les dents de la roüe, & que leurs axes coudés puissent faire l'effet que l'on demande.

Dans chaque coude de l'axe on y passe une

espéce d'anneau I qui tient à la queuë du pis-ton K, en sorte que dans le mouvement de la lanterne les coudes des axes s'élevant & s'abbaissant alternativement, ils élevent & ab-



baissent les pistons dans les corps de pompe, ce qui fait donner un coup de piston à chaque tour des lanternes.

On peut faire le diamétre des lanternes de la cinquiéme partie, à peu prés de celuy de la grande rouë, afin qu'à chaque tour de la grande rouë les lanternes en fassent cinq. Mais quoy-que cette proportion soit commode, on n'en peut pas faire une régle, à cause qu'il faut avoir égard à la viteſſe de la puiſſance, qui pourroit être trop grande pour cette proportion, & qui feroit mouvoir les pistons trop promptement.

Proposition LXXI.

Que dans les rouës dentées il ne faut pas que le nombre des dents contienne éxactement un nombre de fois les dents des pignons où les fuseaux des lanternes auſquels elles s'appliquent.

Cette régle ne regarde ſeulement que l'éxécution, & l'on y doit avoir égard pour faire que les dents des rouës ne rencontrent pas toûjours les mêmes dents des pignons : car lorſqu'elles en rencontrent de différentes elles ſe perfectionnent en ſe frotant & en s'uſant l'une contre l'autre, & elles prennent enfin à peu prés la figure qui leur convient pour agir également dans leurs différentes rencontres & dans les différens éloignemens de leurs axes, ce que j'ay éxaminé dans le traité des *Epicycloïdes*.

Il faudroit pour pratiquer cette régle à la rigueur, que les nombres des dents des rouës & des pignons fuſſent premiers entr'eux, c'eſt-à-dire qu'ils n'euſſent point d'autre commune meſure que l'unité, & ainſi une même dent de la petite rouë ou du pignon ne rencontreroit la même dent de la grande rouë qu'aprés que la petite auroit fait autant de révolutions qu'il y auroit de dents dans la grande. Mais à

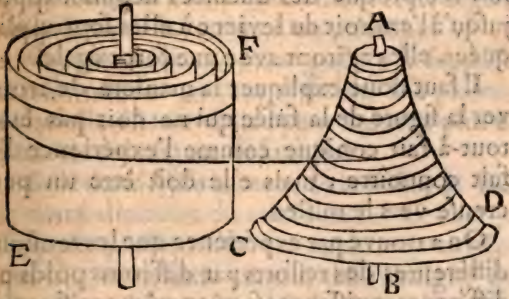
cauſe qu'il y a un peu de difficulté à faire une diviſion de deux nombres premiers, on fait le nombre des dents de la grande rouë, par éxemple de 48 ou de 60, & celuy des pignons de 6 ou de 8, & dans les moulins le rouët a 48 dents & la lanterne 10 fuſeaux, afin que les mêmes dents ſe rencontrent le moins ſouvent qu'il ſera poſſible ; car ſi la rouë a 60 & le pignon 6, les moindres nombres qui gardent la même proportion ſeront 10 & 1, c'eſt pourquoy les mêmes dents du pignon de 6 ne rencontreront celles de la rouë qu'aprés 10 révolutions ; & ſi la grande rouë avoit 60 & le pignon 8, les dents du pignon ne rencontreroient les mêmes dents de la rouë qu'aprés 15 révolutions, à cauſe que 15 & 2 ſont les nombres premiers entr'eux qui expriment le rapport de 60 & de 8. Enfin ſi la rouë a 48 dents & le pignon ou la lanterne 10, les dents de la lanterne ne rencontreront les mêmes dents du rouët qu'aprés 24 révolutions, car les nombres 24 & 5 ſont les deux nombres premiers qui expriment le rapport de 48 & de 10, & c'eſt ce qui fait voir qu'on ne pouvoit pas trouver des nombres de dents qui fuſſent plus propres pour le rouët & pour la lanterne des moulins, car la diviſion en 48 parties eſt tres-facile & ſe peut faire fort éxactement, & celle de 10 eſt commode puiſqu'elle ſe réduit à celle de 5.

PROPOSITION LXXII.

DE la figure qu'on doit donner à la fusée des horloges qui ont un ressort pour principe de mouvement.

Quoy-que les ressorts tirent avec beaucoup plus de force quand ils sont fortement bandés, que quand ils ne le sont que médiocrement, on n'a pas laissé de se servir de cette puissance inégale pour le mouvement égal des horloges, en corrigeant les inégalités de la puissance par les différentes longueurs des bras du levier auſquels elle est appliquée successivement.

On s'est servi pour cet effet d'une fusée ACD qui a la figure d'une espece de cone, sur



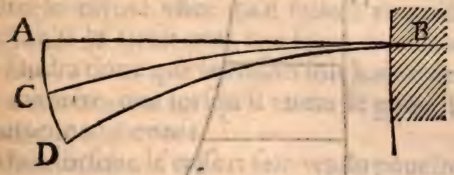
laquelle la corde est entortillée quand le ressort du *tambour* ou *barillet* est tendu. Ainsi

quand le reſſort tire avec plus de force la corde avec laquelle il agit ſur la fuſée pour la faire tourner, il eſt appliqué au ſommet A de la fuſée où la diſtance depuis ſa ſuperficie où la corde la rencontre, juſqu'à l'axe AB eſt fort petite. Au contraire quand le reſſort eſt vers la fin de ſa tenſion, la corde ſe trouve appliquée ſur la plus grande circonférence de la fuſée vers ſa baſe CD où elle la tire fort loin de l'axe. Et ſi quand elle tire la fuſée vers le ſommet la force du reſſort peut ſoutenir quatre livres, & vers la baſe une livre ſeulement, ce qu'on peut connoître par expérience, il faudra que le diamétre de la fuſée par ſa baſe à l'endroit où s'applique la corde ſoit quadruple du diamétre du ſommet. Car par ce moyen les puiſſances étant en raiſon réciproque des diſtances depuis l'appui juſqu'à l'endroit du levier où elles ſont appliquées, elles agiront avec une force égale.

Il faut donc expliquer la maniere de trouver la figure de la fuſée qui ne doit pas être tout-à-fait conique comme l'expérience l'a fait connoître ; mais elle doit être un peu creuſe vers le milieu.

On a trouvé par expérience que les tenſions différentes des reſſorts par différens poids ou différentes puiſſances ſont en même raiſon que ces poids ou que ces puiſſances, c'eſt-à-dire que ſi le reſſort AB eſt arrêté ferme par ſon ex-

trémité B, & que sans être chargé il ait la position BA, lorsqu'on le chargera du poids d'une once, par exemple il prendra la position BC, & quand on le chargera du poids de deux

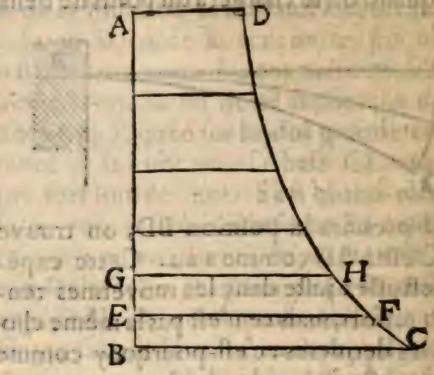


onces il prendra la position BD, on trouve que AC est à AD comme 1 à 2. Cette expérience est assez juste dans les moyennes tensions du ressort, mais ce n'est pas la même chose dans les dernieres : c'est-pourquoy comme dans la construction des horloges on ne se sert que d'une partie de la tension du ressort qui peut garder assez éxactement cette régle, on la suppose icy comme un principe.

Cette expérience étant posée, je suppose que la corde n'a aucune difficulté à se ploier, & qu'elle est trés-deliée pour trouver plus éxactement la figure de la fusée.

Soit donc AB la hauteur de la fusée, & BC le demi-diamétre du cercle de sa base ; car je suppose qu'elle n'est formée que de cercles qui ont tous leurs centres dans la ligne ou dans l'axe AB ; & soit AD le demi-diamétre du cercle d'en haut. Soit enfin la force du ressort capable de soutenir 4 onces à quelque

distance de l'axe AB, comme BC, quand la corde tire la fusée par le point C à la même



distance BC, ce que l'on peut connoître par expérience.

Maintenant ayant divisé BC en un nombre tel qu'on voudra de parties égales, comme en 25 que l'on peut supposer égales au diamétre de la corde, on aura le nombre 100 pour moment de l'effort du ressort qui tire en C le bras du levier BC avec une puissance de 4 onces.

Mais si AD contient 10 parties de celles dont BC en contient 25, & qu'on veüille que le ressort étant appliqué au point D pour le tirer y agisse avec un effort égal à celuy qu'il avoit en C, il faudra diviser le moment qu'il

avoit en C qui étoit 100 par la distance AD depuis l'axe AB jusqu'au point D où il est appliqué, & l'on aura 10 qui sera la force de 10 onces qu'il doit soutenir en ce point D pour faire le même effet qu'il faisoit au point C lorsqu'il le tiroit avec une force de 4 onces. Il faudra donc que le ressort soit bandé de telle maniére, que lorsqu'il tirera le point D il soutienne 10 onces.

Mais lorsque le ressort sera tendu pour soutenir 5 onces à l'extrémité F du bras d'un levier EF, si l'on veut qu'il y fasse autant d'effort qu'il en faisoit en C, il faudra diviser le moment 100 par 5, & l'on aura $\frac{100}{5}$ ou 20 des parties de BC pour la longueur du bras EF. De même si le ressort est tendu pour soutenir un poids de 6 onces, la longueur du bras GH sera $\frac{100}{6}$, & ainsi de suite en prenant toûjours une once d'augmentation on aura $\frac{100}{7}$, $\frac{100}{8}$ $\frac{100}{9}$ & $\frac{100}{10}$ ou 10 pour AD.

Mais par le principe puisque les augmentations de l'effort du ressort sont égales étant chacune d'une once, il faut que les longueurs de la corde qui bande le ressort aïent des différences égales entr'elles, & par conséquent ces longueurs égales de cordes occuperont des espaces égaux sur la fusée. Mais on ne doit pas mesurer ces espaces par les segmens de la superficie de la fusée, mais par les segmens de triangles comme BCEF, EFGH qui

ſont entr'eux dans la même raiſon que les circonférences des cercles que forme la corde entre chaque diviſion, car on ſuppoſe qu'elle tourne en cercle ſur la fuſée qui doit être formée par la longueur de la corde, puiſque ces ſegmens de triangles ſont compoſés des diamétres de chaque cercle.

Il ne reſte donc plus qu'à déterminer la hauteur des ſegmens de triangles comme BCÊF, EFGH & les autres qui doivent tous être égaux entr'eux. Ayant ſuppoſé que la différence des longueurs de la corde dans les deux tenſions du reſſort en C & en D ſoit de 405 parties des 25 de BC, on la diviſera par le nombre des ſéparations de la fuſée qui ſont icy 6, ce qui donnera $67\frac{1}{2}$, & l'on diviſera en ſuite ce nombre par la longueur moyenne arithmetique entre les deux extrêmes BC, EF qui ſont connuës & qui eſt de 22 parties $\frac{1}{2}$, ce qui donnera 3 pour la hauteur du premier ſegment qui aura ſa ſuperficie de 67 parties $\frac{1}{2}$; & cette ſuperficie étant égale pour tous les autres ſegmens, il ſera facile d'en déterminer la hauteur.

Car pour le ſecond ſegment ayant trouvé la moyenne arithmetique entre EF & GH qui ſera $18\frac{1}{3}$, on diviſera la ſuperficie du premier qui eſt $67\frac{1}{2}$ par ce terme $18\frac{1}{3}$, & il viendra $3\frac{15}{22}$ pour la hauteur EG du ſecond ſegment.

Pour le troisiéme, la moyenne proportionnelle sera 15 $\frac{10}{21}$, & sa hauteur sera 4 $\frac{47}{130}$.

Pour le quatriéme, la moyenne proportionnelle sera 13 $\frac{11}{28}$, & sa hauteur 5 $\frac{1}{25}$.

Pour le cinquiéme, la moyenne proportionnelle sera 11 $\frac{29}{36}$, & sa hauteur sera 5 $\frac{67}{85}$.

Pour le sixiéme & dernier segment dans cet éxemple, la moyenne sera 10 $\frac{5}{9}$, & sa hauteur 6 $\frac{25}{38}$.

Cette figure ne sera composée que de lignes droites CF, FH, &c. Et si on veut en avoir une qui soit plus parfaite & qui approche plus de la courbe, au lieu que l'on a supposé que les tensions du ressort différoient d'une once dans les points CFH, on pourra prendre des demi onces ou quarts d'once.

La grosseur des cordes ou des chainettes dont on se sert dans les horloges par rapport à la petitesse de la fusée & l'entortillement en spirale au lieu d'être en cercle comme on l'a supposé, fait assés voir qu'on ne doit pas attendre que l'éxécution puisse répondre justement aux régles qu'on vient de donner.

DE LA POULIE, ET DES MOUFLES.

LA *poulie* est une machine composée d'une *roue* ou roulette enchassée dans son *écharpe* ou *chappe*, & arrêtée par son aissieu qu'on appelle *goujon*, avec une corde qui passe par dessus la roulette.

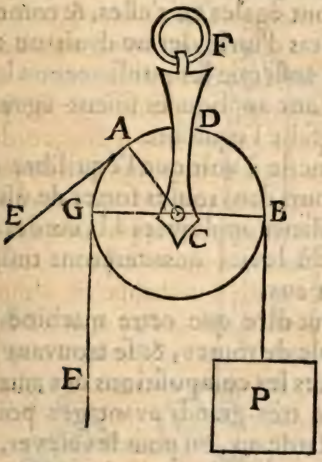
La *mousle* est un assemblage de plusieurs poulies qui n'ont qu'une même corde.

Dans la poulie une des extrémités de la corde est attachée au poids qu'on veut lever, & l'autre extrémité est appliquée à la puissance. Mais dans la mousle le poids qu'on veut élever est attaché à la chappe de la mousle, & l'une des extrémités de la corde est aussi arrêtée à la chappe ou en quelqu'autre endroit immobile, & l'autre extrémité est appliquée à la puissance.

PROPOSITION LXXIII.

LA poulie n'augmente ny ne diminuë la force de la puissance pour mouvoir ou pour élever un poids, & elle sert seulement à changer la direction des puissances ou des poids.

Soit la poulie ABGFC dont la roulette est ABG qui a son centre en C, & la chappe FDC qui retient la roulette par le moyen du gou-



jon C qui luy sert d'essieu, avec la corde EGDBP qui passe par dessus la roulette & qui

soutient le poids P à l'une de ses extrémités, & qui a la puissance appliquée en E à l'autre extrémité.

Il est évident que si la puissance E & le poids P sont égaux, il y aura équilibre entr'eux. Car la roulette étant circulaire, si de son centre C où est l'appui sur le goujon, on méne des perpendiculaires CB, CA ou CG sur les directions du poids EA ou EG, ces perpendiculaires rencontreront les directions sur la circonférence de la roulette où elles la touchent; & par conséquent ces perpendiculaires seront égales entr'elles, & comme elles sont les bras d'un levier ou droit ou angulaire, il faut aussi que les puissances ou les poids qui leur sont appliquées soient égaux entr'eux pour faire l'équilibre.

Il est facile à voir que l'équilibre demeurera toûjours dans toutes sortes de directions de la puissance appliquées à la corde, puisque les bras du levier demeureront toûjours égaux entr'eux.

On peut dire que cette machine étant la plus simple de toutes, & se trouvant presque dans toutes les compositions des autres, elle donne de tres-grands avantages pour mouvoir des fardeaux, ou pour les élever, car elle fait l'office d'un levier qu'on peut appeller perpétuel, à cause que ses bras demeurent toûjours égaux, quoy-que le poids s'éléve;

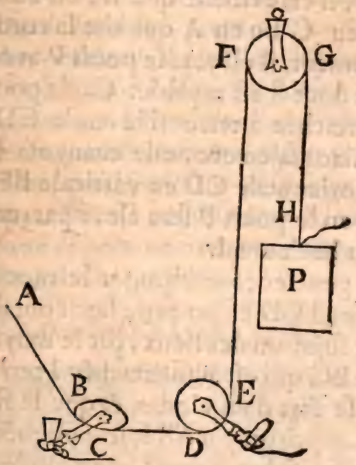
&

& que les différentes diréctions de la puiſſance ou du poids ne peuvent augmenter l'effort de l'un ny de l'autre.

PROPOSITION LXXIV.

SI les efforts d'une puiſſance ſont différens ſuivant ſes différentes applications, on pourra profiter du plus grand par le moyen de la poulie.

On ſçait que la plus grande force de l'homme eſt d'élever un poids qui ſera à ſes pieds,



ou de tirer de haut en bas, & que la moindre eſt de tirer ou de pouſſer horizontalement;

& qu'au contraire dans la plusparт des animaux, comme les chevaux & les bœufs, c'est de tirer dans ce même sens.

On peut donc par le moyen des poulies se servir du plus grand effort d'un animal dans quelque direction que ce soit, comme d'élever un poids en se servant des chevaux. Car soit la poulie FG arrêtée ferme en quelqu'endroit élevé, & une ou deux autres poulies DE, BC arrêtées en bas par leurs chappes, si la corde ABCDEFGH passe par dessus ces poulies, & qu'à son extrémité H soit suspendu le poids P, il est évident que si l'on attache un cheval en C ou en A qui tire la corde horizontalement, il élévera le poids P avec toute la force dont il est capable. Car la poulie DE étant attachée à terre, si la corde CD est tirée horizontalement, elle changera la direction horizontale CD en verticale EF, & par ce moyen le poids P sera élevé par un mouvement horizontal.

On peut encore changer le mouvement horizontal CD en un autre horizontal AB suivant la sujetion des lieux, par le moyen de la poulie BC qui est aussi attachée à terre. Mais si l'on se sert d'un vindas, & que la force du cheval qui tiroit par AB soit appliquée au bras du vindas, sa force étant augmentée dans la raison du demi-diamétre du rouleau au bras du vindas, un seul cheval en tirant pourra éle-

ver un tres-grand poids, & le calcul en sera facile à faire sur la supposition de la force du cheval en tirant, & sur les mesures du vindas; car pour les poulies elles ne sont pas contées, puisqu'elles n'augmentent ny ne diminuent la force; il faut pourtant prendre garde que les frotemens font une grande diminution à l'effort de la puissance.

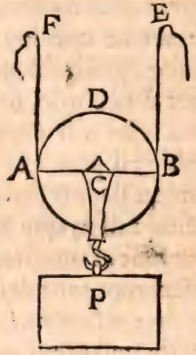
Un homme peut assés facilement élever un poids qui pése autant que luy par le moyen d'une seule poulie, puisqu'il peut se suspendre entierement à la corde, & s'il étoit attaché au pavé, ou bien s'il étoit chargé d'un poids considérable, il pourroit élever un fardeau plus pesant qu'il n'est luy-même. C'est aussi pour la même raison que lorsqu'on veut que les chevaux fassent un grand effort pour tirer, les charetiers montent dessus pour augmenter leur poids, car sans ce secours ils n'auroient pas assez de pesanteur pour s'attacher sur le pavé & pour exercer en tirant toute la force dont ils sont capables.

Proposition LXXV.

Une puissance double sa force si elle soutient un poids qui soit suspendu à la chappe d'une poulie, une des extrémités de la corde étant arrêtée ferme en quelqu'endroit, & la puissance étant appliquée à l'autre ex-

trémité, pourvû que les parties de la corde qui paſſent par deſſus la poulie ſoient paralleles entr'elles.

Soit la poulie ADB ſuſpenduë ſur la corde EBAF, & que de la chappe qui eſt mobile ſur l'aiſſieu ou goujon C ſoit ſuſpendu le poids P. Il eſt évident par la vingtiéme propoſition



que le centre de gravité du poids P ſe mettra dans la ligne de direction des poids, laquelle paſſera par l'axe C de la poulie. Mais comme par l'hypotheſe les parties EB, FA de la corde ſont paralleles entr'elles, & qu'elles ſoutiennent le poids P avec la poulie, elles doivent auſſi être paralleles à la direction des poids: c'eſt-pourquoy ſi l'on méne par le centre C de la poulie, la ligne ACB perpendiculaire à la direction des poids, elle rencontrera la corde

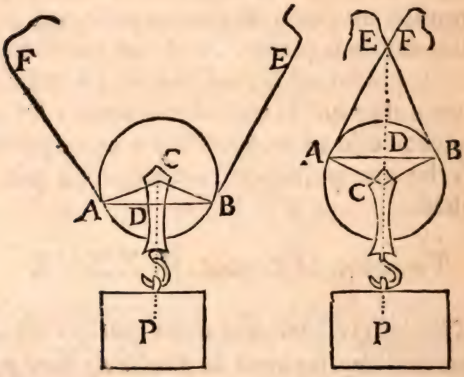
dans l'endroit où elle touche la circonférence de la poulie ; & par conſéquent la ligne ACB pourra être conſidérée comme un levier qui a ſes bras égaux, & qui étant perpendiculaire à la direction des poids ou des puiſſances, celle du milieu qui fait l'effet de l'appui doit ſoutenir les deux autres, ou ce qui eſt la même choſe l'effort du poids du milieu ſe diſtribuë également à chacune des deux puiſſances qui le ſoutiennent, c'eſt-pourquoy la puiſſance F & la puiſſance E ne ſoutiendront chacune que la moitié du poids P ſans avoir égard à la peſanteur de la poulie. Ainſi ne conſidérant point la puiſſance E où la corde eſt arrêtée, on peut dire que la puiſſance F double ſa force, puiſqu'elle eſt en équilibre avec un poids, ou avec une puiſſance dont elle n'eſt que la moitié.

PROPOSITION LXXVI.

SI *les directions des deux parties de la corde qui ſoutiennent la poulie ne ſont pas paralleles entr'elles comme dans la précédente propoſition, mais qu'elles concourent au deſſus & au deſſous de la poulie, la puiſſance F doit être plus grande que la moitié du poids P pour faire équilibre avec luy, & elle ſera toûjours à tout le poids dans la rai-*

ſon du rayon de la poulie CA à la corde AB de l'arc de la poulie compris entre les points touchans A & B des parties de la corde FA, EB.

On peut conſidérer comme dans la précédente propoſition, que cette machine eſt réduite à un levier ADB dont les extrémités A & B ſont tirées par les puiſſances F & E avec les directions FA, EB, & qu'au point D le



poids P eſt ſoutenu. Mais AB étant la corde de l'arc de la poulie compris entre les points touchans A & B, le triangle ACB ſera iſoſcelle, & la ligne CDP qui eſt la direction des poids, ſera perpendiculaire à AB par la vingtiéme propoſition, car le poids peut être con-

ſideré ſur la ligne AB au point D dans ſa direction.

Maintenant par la vingt-troiſiéme propoſition les lignes CA, CB & AB étant perpendiculaires aux trois directions FA, EB, CP, elles ſeront entr'elles dans le cas de l'équilibre, comme les puiſſances FEP qui leurs ſont appliquées; & par conſéquent la puiſſance F ſera au poids P, ſans avoir égard à la peſanteur de la poulie, comme CA à AB, c'eſt-à-dire comme le rayon de la poulie à la corde de l'arc compris entre les touchantes FA, EB; ce qu'il falloit démontrer.

Conſéquence.

Il s'enſuit de là, que ſi l'angle que font les cordes au deſſus de la poulie eſt égal à l'angle qu'elles font au deſſous, il faudra une même puiſſance F pour faire équilibre avec le poids.

PROPOSITION LXXVII.

LES poulies des mouffles étant faites de telle maniére que les portions de la corde qui paſſe par deſſus les poulies ſoient toutes paralleles entr'elles, & l'une des extrémités de la corde étant attachée en haut; la puiſſance qui ſera appliquée à l'autre extrémité ſera au poids qui eſt ſuſpendu à la chappe de la mouffle inférieure dans le cas de l'équili-

bre, comme l'unité au nombre des portions de la corde qui soutiennent le poids.

Soit la mouffle d'en haut composée des deux poulies AB, CD qui tournent sur leurs aissieux particuliers, & la mouffle d'en bas composée des trois poulies FE, HG, KI qui tournent aussi sur leurs aissieux particuliers dans la même chappe, & que l'une des extrémités de la corde soit arrêtée en haut à l'endroit S, laquelle passe en suite sur les poulies de la mouffle inférieure & de la supérieure, en sorte que toutes les parties de la corde, comme BI, AH, DG entre les deux mouffles soient paralleles entr'elles, & enfin que l'autre extrémité de la corde soit soutenuë par la puissance R : Je dis que la puissance R sera au poids P qui est suspendu à la chappe de la mouffle inférieure dans l'état de l'équilibre, comme l'unité au nombre des parties de la corde qui soutiennent la mouffle inférieure avec le poids P, qui sont au nombre de six dans cet exemple.

Dans toutes ces démonstrations on peut n'avoir aucun égard à la pesanteur de la mouffle, ou bien supposer que son poids est joint au poids P.

Premierement il est évident par la précédente proposition, que s'il n'y avoit qu'une seule poulie EF, & que la corde étant attachée d'un côté en S fût soutenuë par la puis-

A
B
R
C
D
S
V
F
E
H
X
G
K
Y
I
P

ſance en C, cette puiſſance feroit un effort du double de ce qu'elle eſt pour ſoutenir un poids attaché en V à la chappe, c'eſt-à-dire que ſi le poids V étoit de deux livres, il ne faudroit en C qu'une puiſſance d'une livre pour le ſoutenir.

Mais la corde paſſant par deſſus la poulie CD, la puiſſance appliquée en D ou en G pour tirer la corde du haut en bas ne fera pas plus d'effort que ſi elle la ſoutenoit en C; car la poulie CD ne fait que changer la direction de la puiſſance par la ſoixante-onziéme propoſition.

Maintenant ſi l'on ſuppoſe qu'il y a une autre poulie GH qui ne ſoit point jointe à la prémiere FE, & que la corde DG paſſe par deſſous cette poulie pour la ſoutenir en A, il eſt évident par la précédente propoſition, que ſi l'on ſuſpend à la chappe de cette poulie HG un poids de 2 livres en X, il fera un effort pour tirer en bas le poids de 1 livre appliqué en A, & de 1 livre en D; & par conſéquent la ſeule puiſſance de 1 livre en A ſoutiendra le poids de 2 livres en X, & de deux livres en V: car nous avons vû que le poids de 2 livres en V faiſoit un effort de 1 livre pour tirer la corde DG de bas en haut, & l'effort de 2 livres en X en fait un contraire pour tirer la corde DG de haut en bas, & ces deux efforts ſe ſoutenant l'un l'autre il ne reſte plus que la puiſſan-

ce A de 1 livre qui ſoutient les deux poids V & X.

Enfin ſi la corde HA paſſe par deſſus la poulie AB qui eſt arrêtée à la mouſle d'en haut, il eſt évident, comme on a dit cy-devant, que la puiſſance qui étoit appliquée en A pour tirer vers le haut la corde HA, pourra être appliquée en B ou en I pour la tirer vers le bas, ſans qu'il arrive aucun changement ny à la puiſſance ny au poids qu'elle ſoutient, puiſque la poulie d'en haut AB ne fait que changer la direction de la puiſſance. Mais ſi l'on ajoûte encore une poulie IK qui ſoit ſoutenuë par la corde comme les autres HG, FE avec un poids Y égal au poids X ou V, & qui ſoit ſuſpendu à la chappe, ce poids Y de 2 livres fera auſſi un effort de 1 livre ſur chacune des deux parties de la corde IB & KR pour les tirer en bas; c'eſt-pourquoy il fera le même effet que faiſoit la puiſſance appliquée en I pour tirer cette corde en bas; il faudra donc ſeulement appliquer en R une puiſſance de 1 livre pour tirer la corde KR en haut, & pour réſiſter à l'effort que fait le poids Y pour la tirer en bas.

Il eſt donc évident que la ſeule puiſſance de 1 livre en R pour tirer la corde en haut ſoutient toute ſeule les trois poids V X & Y chacun de 2 livres, c'eſt-à-dire qu'elle ſoutient 6 livres, qui eſt en raiſon de l'unité aux ſix

portions de la corde qui soutiennent les trois poulies inférieures.

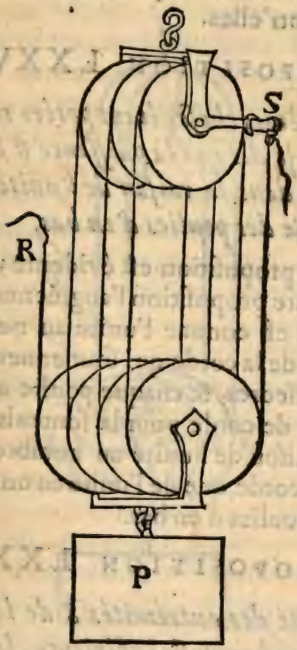
Mais si au lieu des trois poids V X & Y qui sont attachés à chacune des trois poulies, on ne met qu'une chappe commune pour ces trois poulies, & qu'à l'extrémité de la chappe on attache le poids P égal aux trois autres ensemble, il se fera toûjours un même effort sur chaque poulie; car le poids se distribuera également sur les axes des trois poulies, à cause de la fléxibilité des cordes, & par conséquent le poids P de 6 livres sera soutenu par le poids de 1 livre en R: ce qu'il falloit démontrer.

Conséquence.

Il est évident que ce sera la même augmentation de la puissance si les poulies sont soutenuës par un axe commun dans chaque mouffle; car chaque poulie en particulier de la mouffle d'en bas portant un poids double de la puissance appliquée à l'extrémité de la corde R, si l'on ne donne en suite aux poulies qu'un même axe & qu'une chappe commune à laquelle le poids P égal à tous les poids ensemble de chaque poulie soit suspendu, l'effort du seul poids P se distribuera également sur chaque poulie, & il y fera autant d'effort que chacun des poids y faisoient auparavant en particulier.

On remarquera seulement que dans cette construction de mouffle toutes les poulies doivent

vent être égales afin que les parties de la corde soient paralleles entr'elles, & il faudra aussi que l'extrémité de la corde S qui est attachée



à la mouffle d'en haut, soit suspenduë à l'extrémité d'un petit bras qui soit autant éloigné de l'axe des poulies, que le demi-diamétre des poulies; & de plus il faudra que les pou-

lies d'en bas ayent leur diamétre un peu plus grand que celuy des poulies d'en haut, à cauſe qu'elles ſeront un peu obliques par rapport à celles d'en haut, afin que les cordes ſoient paralleles entr'elles.

PROPOSITION LXXVIII.

LES *mêmes choſes étant poſées comme cy-devant, je dis que la puiſſance R augmente ſon effort dans la raiſon de l'unité au nombre double des poulies d'en bas.*

Cette propoſition eſt évidente ; car par la précédente propoſition l'augmentation de la puiſſance eſt comme l'unité au nombre des portions de la corde qui ſoutiennent les poulies inférieures, & chaque poulie ayant deux portions de corde pour la ſoutenir, il y aura même raiſon de l'unité au nombre des portions de corde, que de l'unité au nombre doublé des poulies d'en bas.

PROPOSITION LXXIX.

SI *l'une des extrémités S de la corde eſt attachée à la mouſle inférieure, la puiſſance R ſera augmentée dans le nombre des parties de la corde qui ſoutiennent la mouſle inférieure, c'eſt-à-dire dans le nombre double des poulies de cette mouſle plus l'unité.*

Si l'on suppose qu'il y ait un poids suspendu à l'extrémité de la corde en S, & qui soit égal à la puissance R, ce poids S tirant la corde SA de haut en bas, il fera équilibre avec

un poids égal attaché à la corde en B ou I de l'autre côté de la poulie AB : car la poulie AB est considérée comme un levier à bras égaux. Ce poids S fera donc un effort pour tirer la corde BI de bas en haut. Mais si l'on appli-

que à la corde la poulie IK, & qu'on ſuſpende à ſa chappe un poids double du poids S, c'eſt-à-dire de 2 livres ſi le poids S eſt de 1 livre, & qu'en quelqu'endroit K ou C de la corde KC, on applique une puiſſance de 1 livre égale à S qui tire de bas en haut, il s'enſuit de ce qui a été dit cy-devant, qu'une puiſſance de 1 livre en C ſoutiendra le poids S de 1 livre, & le poids de 2 livres attaché à la chappe de la poulie IK. Mais ſi la corde paſſe par deſſus la poulie CD, la puiſſance de 1 livre appliquée en D ou en G à la corde pour la tirer en bas, fera le même effort qu'elle faiſoit en C pour la tirer en haut. Et ſi la corde paſſe encore par deſſous la poulie GH qui ſoutienne auſſi à ſa chappe un poids de 2 livres, ce poids faiſant un effort de 1 livre ſur chaque partie de la corde en D & en R pour la tirer en bas, il eſt évident qu'il ſuppléra à la puiſſance de 1 livre appliquée en G ou en D pour tirer la corde en bas, & qu'il faudra ſeulement une puiſſance R de 1 livre qui tire la partie RH de la corde de bas en haut pour réſiſter à l'effort du poids de 2 livres appliqué à la poulie HG. Ce ſera toûjours la même choſe pour quelqu'autre nombre de poulies que ce ſoit.

Enfin ſi les poulies inférieures ſont jointes dans une même chappe & qu'elles ayent un même axe ou différens, le poids P qui ſera ſuſpendu à cette chappe, & qui ſera égal au

poids S qui eſt attaché à la chappe & aux poids qui avoient été ſuſpendus aux poulies, fera le même effort pour tirer les parties de la corde SA, BI, KC, DG, HR que les poids faiſoient auparavant étant ſeparés, puiſque la corde eſt fléxible & qu'elle peut ſe charger également. Ainſi le ſeul poids R de 1 livre ſoutiendra un poids P de 5 livres s'il y a deux poulies à la mouffle inférieure, & que la corde ſoit attachée en S à la chappe de cette mouffle.

Il faut que l'extrémité S de la corde ſoit attachée à un bras qui tienne à la chappe & qui ſoit éloignée de l'axe de la poulie de la diſtance de ſon demi-diamétre, afin que les parties de la corde ſoient paralleles entr'elles, il faut auſſi que les poulies d'en bas ſoient un peu plus grandes que celles d'en haut, comme j'ay dit cy-devant.

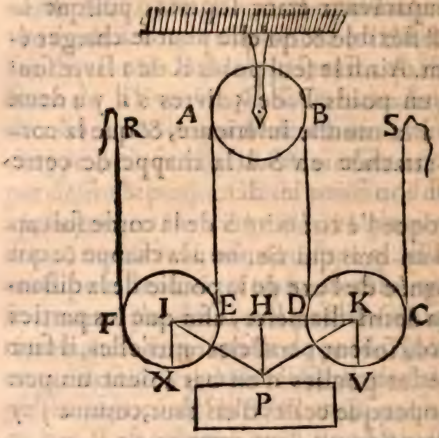
On ajoûte ordinairement une poulie dans toutes les mouffles qui ne ſert qu'à changer la direction de la puiſſance quand on veut qu'elle tire de haut en bas.

PROPOSITION LXXX.

ON peut encore démontrer d'une autre façon l'augmentation de l'effort d'une puiſſance en l'appliquant à la mouffle.

Soit la poulie d'en haut AB ſur laquelle paſ-

se la corde qui est arrêtée par son extrémité S, & qui soutient d'un côté la poulie CD, & de l'autre la poulie EF, & qui est soutenuë à



son extrémité R par la puissance R, & toutes les parties de la corde étant paralleles.

Il est évident par la soixante-treiziéme proposition, que si l'on suspend à la chappe de la poulie CD un poids V de 2 livres, la puissance B de 1 livre qui soutiendra la corde DB, soutiendra aussi le poids V de 2 livres. Mais la corde passant par dessus la poulie AB, & soutenant ensuite la poulie EF, si l'on suspend aussi à la chappe de la poulie EF un poids X de 2 livres, il fera un effort de 1 livre de cha-

que côté pour tirer en bas les deux parties de la corde EA, FR : il fera donc le même effet que la puiſſance de 1 livre en B ou en A qui ſoutenoit le poids V de 2 livres. Il ne reſte donc plus qu'à appliquer à la corde la puiſſance R de 1 livre pour ſoutenir l'effort que fait le poids X de 2 livres ſur la partie de la corde FR. Ainſi le ſeul poids R de 1 livre ſoutient les poids V & X qui font enſemble 4 livres, comme on a vû cy-devant.

Mais ſi l'on joint les deux poulies enſemble par la ligne IK, & que l'on ſuſpende au milieu H de la ligne IK, le poids P de 4 livres au lieu des deux poids X & V, ce poids P fera autant d'effort ſur les poulies que les poids V & X; & par conſéquent la ſeule puiſſance R de 1 livre ſoutiendra le poids de 4 livres P ſuſpendu au milieu H de la ligne IK.

Il eſt facile à voir dans cette diſpoſition de poulies, que ſi la puiſſance R élevoit la corde RF, & qu'elle fît monter la poulie EF, la ligne IK s'éléveroit par ſon extrémité I, & l'autre poulie demeureroit dans le même état qu'elle étoit auparavant, car le poids P ſeroit toûjours ſuſpendu au milieu H entre I & K, ſuppoſant que les cordes puſſent demeurer paralleles.

Mais comme la chappe de la mouſle qui joint les deux poulies enſemble, eſt une plaque qu'on peut conſidérer comme le triangle

IPK qui tient aux poulies en I & en K, & que le poids ne peut être ſuſpendu qu'à ſon angle P, ſi l'on éleve la poulie EF alors la ligne de direction du poids ſuſpendu en P ne coupera plus la ligne IK dans ſon milieu comme elle faiſoit en H quand les deux poulies étoient de même hauteur; mais elle paſſera plus proche du point I que du point K; c'eſt-pourquoy le point I étant plus chargé que le point K, auſſi la corde EA ſera tirée plus fortement que la corde DB qui n'eſt chargée que de la moitié de l'effort que le poids P fait au point K, & qui eſt moindre que celuy qu'il fait au point I, & ces deux parties de la corde ſe communiquant par la poulie AB, la plus forte emportera la plus foible, & fera monter la poulie CD tant que les points K & I ſoient

à même hauteur, ou que la direction du poids P paſſe par H comme auparavant.

Ce sera la même chose si les poulies ont un axe commun, comme on le peut voir dans cette figure qui les représente par le profil ; car le point H qui est le milieu de l'axe commun IK des deux poulies sera la rencontre de la direction du poids P dans l'état d'équilibre ou de repos des poulies. Mais si l'on éleve la poulie I, aussitôt la direction du poids P attaché à la chappe commune des poulies sera plus proche de I que de K, & l'effort étant plus grand en I qu'en K, la poulie K pourra monter, comme on l'a expliqué cy-devant.

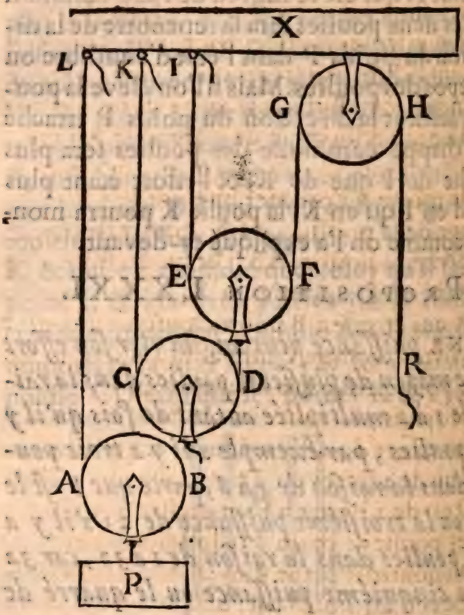
Proposition LXXXI.

Une puissance peut augmenter son effort par le moyen de plusieurs poulies dans la raison de 1 à 2 multipliée autant de fois qu'il y a de poulies, par exemple s'il y a trois poulies dans la raison de 1 à 8, parce que 8 est le cube ou la troisiéme puissance de 2 ; s'il y a cinq poulies dans la raison de 1 à 32, car 32 est la cinquiéme puissance ou le quarré de cube de 2, &c.

Soit une puissance R appliquée à l'extrémité R d'une corde RHGF qui passe par dessus la poulie GH arrêtée ferme au sommier X ; cette puissance R qui tire de haut en bas sera la même que si elle étoit appliquée en G, en

tirant la corde GF de bas en haut; car la poulie GH ne fait que changer sa direction.

Mais si la corde GF passe par dessous la



poulie EF pour la soutenir, & qu'elle aille ensuite s'attacher au sommier X en I, il est évident par la soixante-treiziéme proposition que la puissance supposée de 1 livre pourra soutenir un poids de 2 livres qui sera suspendu en D à la chappe de la poulie EF.

Mais si au lieu du poids D on attache à la chappe de cette poulie la corde DCK qui soutient la poulie CD, & qui va s'attacher ensuite en K au sommier X, il est évident que l'on pourra suspendre en B à la chappe de cette poulie un poids double de celuy qui étoit en D, c'est-à-dire de 4 livres qui sera soutenu par le poids R de 1 livre, car ce poids de 4 livres en B ne fait effort que de 1 livre en G ou en R.

De même si l'on met une corde BAL à la chappe de la poulie CD & que cette corde soutienne la poulie AB, & qu'en suite elle s'attache en L au sommier X, la puissance de 4 liv. qui étoit en B pourra soutenir un poids de 8 livres comme P suspendu à la chappe de cette poulie AB par la même soixante-treiziéme proposition; car ce poids de 8 livres en P fait un effort de 4 livres en B, celuy de 4 liv. en B un de 2 livres en D, & enfin un de 2 liv. en D un de 1 livre en F ou en R, & ainsi des autres poulies : ce qu'il falloit démontrer.

On pourroit par le moyen de cette machine élever un poids fort pesant avec peu de poulies, mais on ne pourroit élever le poids P que de la huitiéme partie de la longueur de la corde IE, & s'il y avoit cinq poulies que de la 32 partie, & ainsi du reste; & par conséquent cette machine ne peut avoir que tres-peu d'utilité, puisqu'il faudroit que le som-

mier fut extrémement élevé pour élever le poids à une hauteur médiocre.

PROPOSITION LXXXII.

De l'utilité des mouffles pour élever de tres-grands fardeaux.

Les mouffles ont de tres-grands avantages pour élever de grands fardeaux ; car la machine n'occupe que fort peu de place, & il ne faut qu'une petite puiſſance pour faire un grand effort ; mais le temps ſera toûjours proportionné à l'effort. Car il eſt certain que s'il faut à une puiſſance une ſeconde de temps pour élever un poids de 10 livres à un pied de hauteur, cette même puiſſance ne pourra élever ce même poids à 100 pieds qu'en 100 ſecondes, & ſi la même puiſſance par le ſecours de la machine peut élever un poids de 100 livres à un pied, elle ne le peut faire que dans 10 ſecondes de temps, car on ſuppoſe qu'elle ne peut pas aller plus vîte en élevant le poids de 100 livres que celuy de 10 livres ; car tout ſon effort ne vient que de la longueur du bras du levier auquel elle eſt appliquée, & ce levier agit ſeul ou par le moyen de pluſieurs leviers contigus, comme j'ay expliqué dans la ſoixante-troiſiéme propoſition, ce qui ſe confirme auſſi dans la mouffle où l'effort de la puiſſance n'eſt augmenté que par le nombre

des

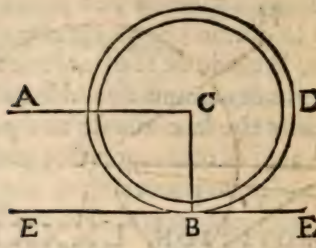
des cordes qui soutiennent le poids. Et si une puissance éleve le poids d'un pied, en élevant à un pied la corde où elle est appliquée, elle n'augmentera point sa force. Mais si elle éleve seulement le poids à 10 pouce de hauteur dans le même temps qu'elle éleve ou qu'elle tire la corde de 100 pouces, elle décuplera sa force, & comme il faudra qu'elle éleve ou qu'elle tire la corde de 100 pouces, il luy faudra aussi dix fois autant de temps que pour l'élever de 10 pouces.

Proposition LXXXIII.

De l'avantage qu'on peut tirer des rouës quand elles sont appliquées aux charettes & aux chariots, & on examine si les grandes rouës sont meilleures que les petites.

On ne sçauroit douter que si les rouës étoient parfaitement circulaires & unies par leur circonférence où elles touchent le terrein qui fut aussi un plan parfait & de niveau, & qu'il n'y eut point de frottement sur l'aissieu de la rouë, la moindre force pourroit faire mouvoir la machine à laquelle les rouës seroient appliquées. Car la puissance A qui seroit appliquée à l'aissieu C pour tirer la rouë BD, de quelque pesanteur que la rouë fut chargée, n'auroit pas plus de peine à la faire avancer en roulant ou en frottant que si elle

éroit appliquée à l'extrémité C de la verge CB, qui étant posée selon la direction des poids & perpendiculaire au plan BE, seroit

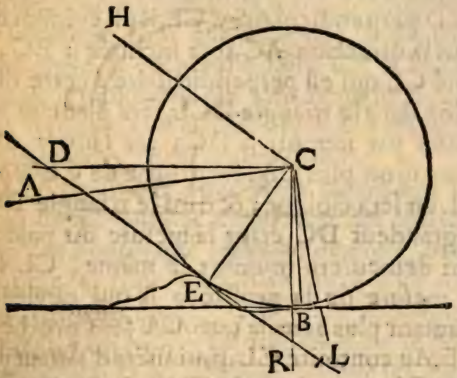


chargée à son extrémité C de quel poids on veu.lroit, puisque la circonférence de la rouë ne devroit toucher le plan BE que dans le seul point B, qu'on peut considérer comme l'extrémité de la verge.

Il n'y a donc que les inégalités du plan & de la circonférence de la rouë avec les frotemens sur l'aissieu dont il faut vaincre la résistance.

S'il se rencontre des inégalités dans la circonférence de la rouë & dans le plan tout ensemble, ou dans l'un des deux seulement, ce sera la même chose par rapport à la difficulté de faire marcher la rouë. Car si la rouë rencontre le plan aux deux points B & E, il n'importe pas qu'elle soit bien circulaire entre ces deux points, ou qu'elle soit irréguliere puis-

qu'on ne doit en considérer que ces deux points, ou bien les deux rayons CB, CE qui font un angle immuable BCE.



Soit donc maintenant la puissance A qui tire le centre C de la roue selon quelque direction AC, & que la charge de la roue au point C sur l'aissieu soit le poids R qui agit selon la direction CR. On a donc les directions CA, CR de deux puissances A & R dont R est donnée, lesquelles tirent l'extrémité C de la verge EC qui est appuyée sur le plan au point E; & on trouvera par la vingt-troisiéme proposition quelle doit être la puissance A pour faire équilibre avec la charge R de la roue, & pour peu qu'on ajoûte à cette puissance trouvée elle surmontera l'obstacle E.

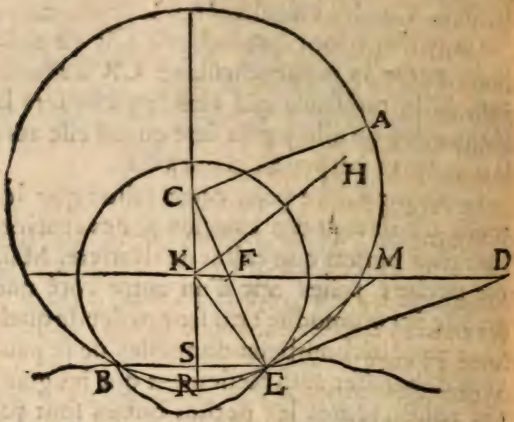
Mais cette puissance A étant à la charge R dans l'état de l'équilibre comme le côté CL du triangle DCL au côté DC, ces côtés étant perpendiculaires aux directions CA, CR, & LED perpendiculaire à CE, il est évident que plus la direction AC sera inclinée à EC, le côté CL qui est perpendiculaire à cette direction dans le triangle DCL, sera d'autant plus grand par rapport à DC; car l'angle ACL étant droit, plus CA sera proche de CE & plus CL en sera éloigné; & dans le triangle DCL la grandeur DC étant la mesure du poids R qui demeurera toûjours la même, CL sera la mesure de la puissance A qui deviendra d'autant plus grande que CA sera proche de CE. Au contraire CL diminuëra d'autant plus que CA approchera de CH qui est perpendiculaire à CE. Car lorsque la puissance A aura sa direction en CH perpendiculaire à CE, la ligne CL qui mesure la puissance A sera jointe à CE qui étant la plus courte ligne de toutes celles qu'on peut mener du point C à la ligne DEL, fait voir que ce sera dans la direction CH que la puissance A doit être la plus petite pour faire équilibre avec le poids R. Enfin si la direction passoit au delà de CH, CL passeroit aussi au delà de CE vers D, & devenant plus grande que CE, on voit que la puissance A devroit être plus grande pour soutenir le poids R.

On connoît donc par cette démonſtration que la puiſſance qu'on doit appliquer pour tirer une charette ou un chariot doit être toûjours plus élevée ſur l'horizon que l'aiſſieu de la roüe. Car les inégalités qui ſe rencontrent ſur le terrein font que la ligne CE eſt toûjours entre la perpendiculaire CR à l'horizon, & la puiſſance qui tire, laquelle ſera la plus petite qu'elle puiſſe être quand elle aura ſa direction perpendiculaire à CE.

C'eſt peut-être pour cette raiſon que les roüës de devant des caroſſes & des chariots ſont plus petites que celles de derriere. Mais ces petites roües ont d'un autre côté une grande incommodité : car ſans parler de quelques terreins bourbeux dont elles ne ſe peuvent débaraſſer auſſi facilement que les grandes roüës, toutes les petites buttes ſont par rapport à une petite roüe comme un plan incliné ſur lequel elle doit monter, au lieu que la grande roüe les touche ſeulement ſur la partie la plus élevée, & qu'elle peut paſſer facilement par deſſus toutes les petites inégalités du terrein.

Mais quand on n'auroit aucun égard à ces plans inclinés, & qu'on conſidéreroit ſeulement deux pointes E & B dans le même niveau ſur leſquels une petite & une grande roüe ſeroient appuiées, on peut démontrer que les forces qu'il faudra pour les faire mou-

voir ſeront en raiſon réciproque des diamétres ou des rayons des rouës, quoi-qu'on y employe la moindre force qu'il ſera poſſible.



Car les points E & B étant dans un même niveau la direction du poids R qui paſſera par l'aiſſieu ou centre C d'une des rouës paſſera auſſi par l'autre K ; & la ligne DK étant perpendiculaire à la direction CR, & les lignes DE, ME auſſi perpendiculaires aux rayons CE, KE de la grande & de la petite rouë, & les puiſſances A & H appliquées à ces rouës pour les mouvoir étant auſſi perpendiculaires à ces rayons quand elles ſont les moindres qu'elles puiſſent être, il s'enſuit que les deux triangles FED, KEM auront leurs côtés en

méme raiſon que les puiſſances & les poids, ou charges ſur l'appui E, ou bien les deux autres triangles qui leurs ſont ſemblables & rectangles CES, KES, ayant mené ES perpendiculaire ſur le rayon CR.

Maintenant la puiſſance A ſera au poids R comme EF à FD par la vingt-troiſiéme propoſition, ou bien comme ES à EC ; & ſemblablement le poids R ſera à la puiſſance H, comme KM à KE, ou bien KE à ES : la puiſſance A ſera donc à la puiſſance H dans la raiſon compoſée de ES à EC, & de KE à ES qui eſt celle de KE à EC à cauſe de la hauteur commune ES ; mais KE & EC ſont les rayons des rouës ; donc la puiſſance A ſera à la puiſſance H comme KE à EC qui eſt la raiſon des rayons des rouës auſquelles les puiſſances ſont appliquées mais dans une ordre réciproque.

On peut dire que les petites rouës ſont d'un tres-grand avantage pour les caroſſes dont l'extrémité de la fléche eſt en arc, car elles paſſent par deſſous l'arc, & le caroſſe peut tourner fort court, mais les petites rouës auront un tres-grand deſavantage pour faire tourner le caroſſe dans des terreins mous ou irréguliers puiſqu'elles y ſeront toûjours beaucoup plus engagées que les grandes rouës.

PROPOSITION LXXXIV.

COMMENT *on peut remédier en partie aux frotemens qui se trouvent dans les poulies & dans les rouës.*

Pour ce qui est des poulies il sera facile d'ôter la plus grande partie du frotement qui se fait sur le goujon; car au lieu que le goujon est ordinairement arrêté avec la chappe, & que la poulie roule sur le goujon dans toute sa longueur où il se fait un frotement considérable, on peut arréter le goujon à la poulie en sorte que le goujon roule sur l'ouverture de la chappe : mais la chappe étant ordinairement une bande de fer plat, le frotement n'y sera pas considérable. On pourra encore le diminuer si l'on fait l'ouverture de la chappe de figure quarrée, car par ce moyen il n'y aura qu'un peu de frotement en deux petits endroits, l'un au dessous où la poulie s'appuye, & l'autre à côté quand on la fait mouvoir.

Pour ce qui est du frotement de l'aissieu des charettes & des chariots dans le moyeu de la rouë, il est assés difficile d'y trouver quelque remede, & il faut croire que s'il y en avoit, le grand usage qu'on en fait l'auroit fait découvrir. Car l'aissieu ne peut pas être arrêté commodément à la rouë pour différens accidens qui arrivent assés souvent aux rouës, &

pour plusieurs difficultés qui se rencontreroient à faire rouler l'aissieu sous le corps de la charette. Il n'y a donc que l'ouverture du moyeu qu'on pourroit faire quarrée, mais elle seroit bientôt arrondie par le violent frotement de l'aissieu dans ce trou qui s'agrandiroit par trop en peu de temps. Il est aussi nécessaire que l'aissieu porte dans toute la longueur du moyeu de la rouë, à cause qu'un corps plat & de peu d'épaisseur ne pourroit pas résister aux fréquentes secousses & cahots qui surviennent dans le mouvement.

DU COIN.

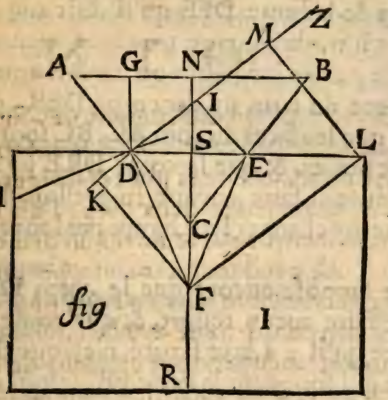
LE coin eſt un inſtrument tres-ſimple & d'une tres-grande utilité pour fendre le bois, pour détacher des pierres de leur lit naturel, & pour ſerrer deux corps l'un contre l'autre, & même pour ſoulever un peu des fardeaux d'une peſanteur immenſe. Les pieux ou pilotis doivent être faits en coin pour entrer facilement dans le terrein. Mais quoi-que l'action du coin dépende ſeulement de la percuſſion dont il eſt difficile de donner le rapport avec la peſanteur, nous ne laiſſerons pas de conſidérer l'effort qui le pouſſe, comme celuy d'une puiſſance ſans avoir égard à la percuſſion; & enfin nous tâcherons d'apporter quelques éclairciſſemens ſur la force de la percuſſion.

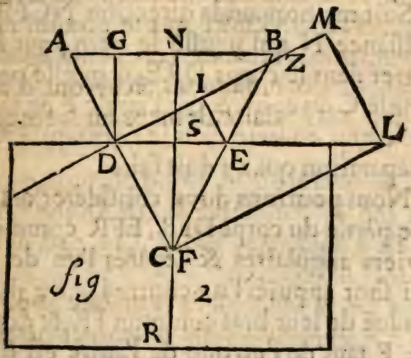
PROPOSITION LXXXV.

EXAMEN *de l'effort du coin.*

Les faces du coin peuvent être appliquées de deux maniéres différentes aux parties du corps qu'elles doivent ſéparer. Car ces faces AC, BC rencontreront ſeulement le corps

qu'elles doivent fendre en deux points D & E comme dans la premiere figure, ou bien el-





les luy seront appliquées dans toute leur lon-

gueur comme dans la seconde figure.

Je suppose d'abord que les faces du coin AC, BC rencontrant en D & en E les extrémités de la fente DFE qu'il doit augmenter en s'y introduisant, ne trouvent aucune résistance par les inégalités ou par la nature de la matiere du coin ny du corps DER, c'est-à-dire que les faces du coin AC, BC sont infiniment polies, & que le corps DRE ny le coin ne peuvent faire aucune impression l'un sur l'autre, ny changer leur figure par leur rencontre.

Je suppose encore que le corps DRE ne peut faire aucun ressort, & que toute la résistance qu'il a à être séparé, n'est que dans les liens qui sont dans la ligne FR, selon laquelle il doit être séparé par l'effort du coin.

Soit maintenant la direction NCFR de la puissance N qui pousse le coin pour le faire entrer dans le corps DRE, laquelle passe par l'angle C du coin, & par l'angle F de la fente, & s'étend en suite dans le corps en FR selon la séparation qui s'y doit faire.

Nous pourrons donc considérer aussi chaque partie du corps DFR, EFR comme deux leviers angulaires & séparés l'un de l'autre qui sont appuïés l'un contre l'autre dans l'étenduë de leur bras commun FR, & dont l'angle F tant de l'un que de l'autre est soutenu par un appui, & qu'aux extrémités DE des

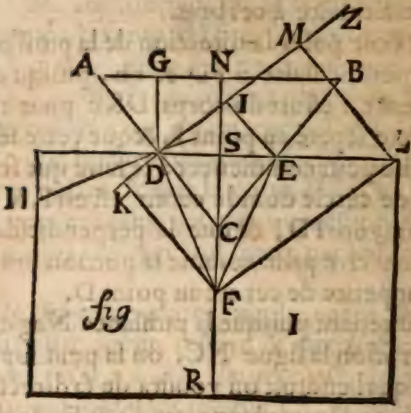
bras

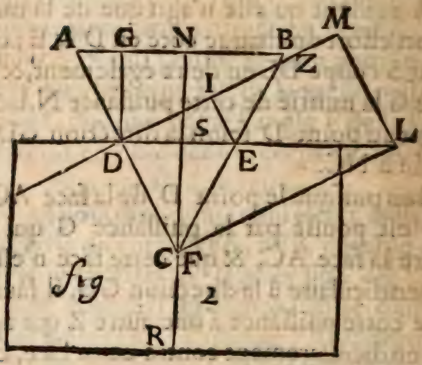
bras FD, FE qu'on poſe égaux, il y a des puiſſances H appliquées ſelon la direction HD perpendiculaire à ces bras.

On doit poſer la direction de la puiſſance H perpendiculaire à FD & FE, puiſqu'elle repréſente l'effort du corps DRE pour réſiſter à être ſéparé au point F, & que cette ſéparation ne peut commencer à ſe faire que ſelon un arc de cercle dont le centre eſt en F, & qui a pour rayon FD, & que la perpendiculaire HD doit être priſe comme la portion indéfiniment petite de cet arc au point D.

Maintenant puiſque la puiſſance N agit ſur le coin ſelon la ligne NC, on la peut ſuppoſer en quel endroit on voudra de ſa direction comme en S entre les points D & E, & alors il eſt évident qu'elle n'agit que de la moitié de ſon effort de chaque côté en D & E; car le point S coupe DE en deux également, & j'appelle G la moitié de cette puiſſance N, laquelle agit au point D ſelon la direction GD parallele à NC.

Mais puiſque le point D de la face AC du coin eſt pouſſé par la puiſſance G qui agit contre la face AC, & que cette face n'eſt pas perpendiculaire à la direction GD, il faut réduire cette puiſſance à une autre Z qui agiſſe perpendiculairement contre cette face, c'eſt-à-dire ſelon ZD. On prendra donc pour cet effet dans la ligne DE qui eſt perpendiculai-


M
Z
A
G
N
B
I
S
L
D
E
H
K
C
F
R
fig I


A
G
N
B
M
Z
I
S
L
D
E
C
F
R
fig 2

re à GD un point tel qu'on voudra comme E, qu'on supposera l'appui d'un levier ou verge ED, à l'extrémité D de laquelle deux puissances G & Z sont appliquées selon les directions GD, ZD ; & si de ce point E on méne les perpendiculaires ED, EI à ces directions, par la quinziéme proposition la puissance G sera à la puissance Z dans l'état de l'équilibre comme EI à ED.

Maintenant si l'on suppose un autre levier ou verge FD perpendiculaire à la direction HD, & de quelle longueur on voudra, puisqu'il est perpendiculaire à HD, & que de son extrémité F on méne la perpendiculaire FK à la direction IDK de la puissance Z, on aura dans l'état de l'équilibre la puissance Z à la puissance H, comme FK à FD, qui sont les perpendiculaires aux directions de ces puissances.

Mais la puissance G étant à la puissance Z comme EI à ED ; & la puissance Z à la puissance H, comme FD à FK, la puissance G sera à la puissance H dans la raison composée de EI à ED, & de FD à FK. Mais si par le point F on méne la ligne FL parallele à DI, laquelle rencontre en L la ligne DE, & que par le point L on méne la ligne LM parallele à FK ; LM sera égale à FK, & il y aura même raison de LM ou bien FK à LD, que de EI à ED. La raison composée de EI à ED, & de FD à FK se

réduira donc à celle de FK à LD, & de FD à FK : mais à cauſe de la grandeur commune FK, cette raiſon ſera celle de FD à LD ; la puiſſance G ſera donc à la puiſſance H, comme FD à LD dans l'état de l'équilibre.

Ce ſera la même choſe de l'autre côté au point E. Ainſi le poids N fera un effort en D & en E pour ſéparer le corps DRE, ou bien contre deux puiſſances tout enſemble, dont chacune eſt égale à H, puiſque ces deux puiſſances luy réſiſtent enſemble, comme FD à LD.

Il eſt facile à voir que dans la ſeconde figure la raiſon de FD à LD ſera comme celle de NA à AC, en ſuppoſant comme on fait ordinairement que la figure du coin eſt iſoſcelle : car les deux triangles LDF, CAN ſont ſemblables.

On trouvera auſſi la même choſe ſi l'on cherche par la vingt-troiſiéme propoſition le rapport des deux puiſſances GZ ſuivant leurs directions données, avec celle de l'appui ED dont on a auſſi la direction, & en ſuite ſur l'appui FD qui eſt une direction donnée le rapport des deux puiſſances Z & H dont les directions ſont auſſi données ; car celle de G à H ſera compoſée des mêmes qu'on a trouvées cy-devant.

Si l'on pouſſe la tête du coin AB que j'ay ſuppoſée perpendiculaire à la direction de la

puiſſance, par quelqu'autre point que N entre G & N, il eſt évident que l'effort de la puiſſance ſe diſtribuant inégalement en D & en E & dans la raiſon réciproque des diſtances juſqu'à ces deux points D & E, le coin gliſſera dans la fente, & ſes faces prendront une poſition telle que la force s'appliquera également ſur les points D & E, ce qui réduit le coin iſoſcelle à un ſcalene où la puiſſance eſt perpendiculaire à la tête du coin. Il ne ſera pas non plus difficile de déterminer l'effort du coin ſi la direction eſt oblique à la ligne DE, par la méthode que j'ay donnée cy-deſſus en réduiſant la direction oblique de la puiſſance à une autre perpendiculaire à la face du coin. Ce ſera auſſi la même choſe ſi la puiſſance agit obliquement contre la tête du coin AB, ou bien ſi l'on ſuppoſe que la figure du coin n'eſt pas iſoſcelle, ou enfin ſi FD & FE ne ſont pas égales, car il faudra toûjours réduire l'effort de la puiſſance à un autre effort perpendiculaire aux faces AC & BC, ou par une ſeule réduction ou par pluſieurs, & chercher l'effort de la puiſſance diſtribuée en D & E ſéparément. Mais toutes ces recherches n'ont aucune utilité, elles apportent ſeulement quelquefois un peu plus de compoſition dans le calcul qui ſe fait toûjours par la même méthode. Il me ſemble que c'eſt aſſés dans les machines de faire con-

noître tout l'avantage qu'on peut tirer d'une puiſſance, ſans éxaminer tous les deffauts qui s'y peuvent rencontrer, qui ſont quelquefois en tres-grand nombre. On doit ſeulement remarquer icy qu'on ne peut donner preſque aucun coup ſur la tête d'un coin ſans qu'il porte à faux.

PROPOSITION LXXXVI.

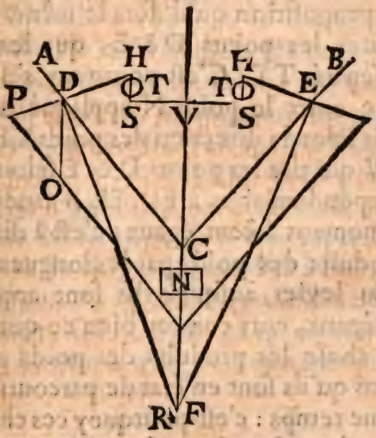
LA puiſſance qui eſt appliquée à pouſſer le coin, a d'autant plus de force que le coin eſt plus aigu.

Cette propoſition eſt évidente par ce qui a été démontré dans la précédente : car puiſque la ligne FL doit être perpendiculaire à la face du coin AC, plus l'angle ACB ſera aigu, & plus le point L ſera éloigné du point D : c'eſt-pourquoy la raiſon de la puiſſance N qui pouſſe le coin étant toûjours à la réſiſtance du corps, comme FD à LD, ſi le coin eſt plus aigu LD ſera plus grande, & la puiſſance N ſera moindre, puiſque la réſiſtance du corps demeure toûjours la même, & qu'elle a plus grande raiſon à la puiſſance N.

PROPOSITION LXXXVII.

ON peut encore démontrer l'effort du coin sur les corps qu'il faut fendre, de la maniére suivante.

Les mêmes choſes que dans la propoſition quatre-vingt-cinquiéme étant poſées, ſi l'on ſuppoſe que le coin ABC eſt tiré par l'angle C avec un poids N égal à la puiſſance N qui



le pouſſoit auparavant, il eſt évident qu'il s'enſuivra le même effet puiſque ce poids doit agir ſur le coin de même maniére que la puiſſance, ſuivant les ſuppoſitions.

Mais ſi aux points D & E du corps DRE

où le coin le rencontre, on attache deux fils ou cordes DHS, EHS qui faſſent des angles droits FDH, FEH avec les côtés FD, FE de la fente du corps; & ces cordes étant pliées en H ſi on y ſuſpend deux poids égaux TT de chaque côté, ou bien le ſeul poids SS qui ait ſon centre de gravité V dans la direction des poids qui paſſent par CF, & que ce corps SS ſoit égal en peſanteur aux deux poids enſemble TT; il eſt évident par la troiſiéme ou quatriéme propoſition qu'il fera le même effort pour tirer les points D & E, que les deux poids ſéparés TT. C'eſt-pourquoy s'il y a équilibre entre le poids N appliqué au coin qui agit ſelon la direction des poids CF, & le poids V qui tire les points D & E ſelon DH, EH perpendiculaires à FD, FE il faudra que leurs momens ſoient égaux; c'eſt à dire que les produits des poids par les longueurs des bras du levier auſquels ils ſont appliqués ſoient égaux, entr'eux, ou bien ce qui eſt la même choſe les produits des poids par les chemins qu'ils ſont en état de parcourir dans le même temps: c'eſt-pourquoy ces chemins doivent être dans la raiſon réciproque des poids, & ſi les uns ſont donnés, comme icy les chemins par les figures du coin & de la fente, on aura les autres.

Car ſi l'on ſuppoſe que le coin deſcende par l'eſpace DO qui ſera auſſi le chemin du

poids N ; la face du coin demeurant toûjours parallele à elle-même en descendant, & se trouvant comme en PO quand le poids N est descendu de la hauteur DO, le point D sera parvenu en P suivant la ligne DP qui est perpendiculaire à FD, ou bien ce qui est la même chose le poids V sera remonté de la hauteur PD, il faut donc que dans l'équilibre il y ait même raison entre le poids N & le poids V, qu'entre PD & DO.

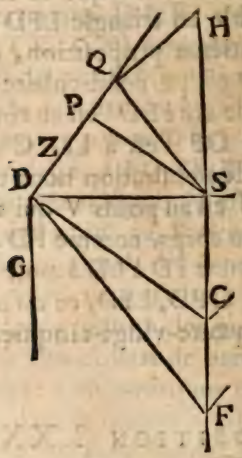
Il est facile à voir que le triangle OPD est semblable au triangle LFD de la quatre-vingt-cinquiéme proposition, car dans l'un le côté DO est perpendiculaire au côté DL de l'autre, le côté PD l'est au côté FD, & enfin le côté OP l'est à LF. C'est-pourquoy par cette démonstration nous trouvons que le poids N est au poids V qui représente la résistance du corps, comme PD à DO, ce qui est aussi comme FD à LD à cause des triangles semblables OPD, LFD, ce qu'on avoit conclu de la quatre-vingt-cinquiéme proposition.

Proposition LXXXVIII.

Voicy de quelle maniére on peut construire un levier dont les extrémités seront tirées par deux puissances qui repréſente-

ront les efforts du coin & du corps qui doit être fendu.

Soit comme dans la quatre-vingt-cinquiéme proposition la face du coin DC, & FD le côté de la fente du corps. Du point S ayant mené la ligne SQ parallele à FD, laquelle rencontre en Q la ligne DZQ perpendiculaire à la face CD; je dis que DSQ est un levier angulaire qui a son appui en S, & dont



l'extrémité D étant tirée suivant la direction GD perpendiculaire à SD par la puissance G; & l'autre extrémité Q par la puissance H suivant la direction QH perpendiculaire à SQ.

la puissance G représentera celle qui pousse le coin en D, & qui est la moitié de la puissance N, & la puissance H représentera l'effort du corps pour résister à être fendu d'un côté seulement : & c'est une troisiéme maniére de démontrer l'effort du coin.

Il est évident que dans l'état de l'équilibre la puissance G doit être à la puissance H, comme SQ à SD qui sont perpendiculaires aux directions, par la dixiéme proposition.

Mais pour voir plus clairement le rapport de l'effort de la puissance à la résistance du corps, ayant mené SP perpendiculaire sur DQ, l'effort de la puissance G sera à l'effort d'une puissance Z, qui agit selon la direction DQ, & qui est celle de la face du coin sur le point D, comme SP à SD ; & la puissance Z étant à la puissance H qui agit selon la direction QH perpendiculaire à FD, qui est celle du point D du corps à fendre, comme SQ à SP ; on aura la raison de la puissance G à la puissance H composée de G à Z & de Z à H, qui est aussi celle de SP à SD & de SQ à SP, laquelle se réduit à celle de SQ à SD à cause de la grandeur commune SP.

Cette raison de SQ à SD est la même que celle de FD à LD dans la figure de la quatre-vingt-cinquiéme proposition ; car elle est composée de raisons semblables, puisque dans la quatre-vingt-cinquiéme proposition EI est

à ED, comme SP à SD dans celle-cy, & dans la quatre-vingt-cinquiéme FD eſt à FK, comme SQ à SP dans celle-cy.

Enfin ſi la puiſſance G eſt à la puiſſance H comme SQ à SD, il eſt évident que les momens de ces puiſſances ſeront égaux, puiſqu'elles ſont entr'elles en raiſon réciproque des bras du levier par la ſixiéme propoſition; & il s'enſuit auſſi de là que l'extrémité D du bras du levier SD ne ſçauroit parcourir un eſpace ſans que l'extrémité Q de l'autre bras SQ du même levier ne parcoure un autre eſpace qui ſera au premier dans la raiſon du bras SQ au bras SD, qui ſont auſſi ceux que doivent parcourir les poids qu'on a ſubſtitués aux puiſſances dans la quatre-vingt-ſeptiéme propoſition, ce qui montre le rapport de ces trois différentes démonſtrations pour l'effort du coin ſur le corps qu'il doit fendre.

Remarque.

J'ay donné ces trois différentes démonſtrations de l'effort du coin, parce que la pluſpart de ceux qui ont écrit de Mécanique n'ont point apporté de raiſons éxactes ou convaincantes de ſon effort. Quelques-uns l'ont comparé à un levier dont ils n'ont pû déterminer certainement le point d'appui; d'autres l'ont regardé comme un plan incliné, & l'ont enſuite rapporté au levier d'une maniére qui ne convient pas au corps qu'on doit fendre avec le

le coin; enfin il y en a qui l'ont examiné par son mouvement & par celles des parties du corps qu'il doit fendre, mais ils n'ont pas pris garde avec assez d'attention aux chemins que doivent parcourir les deux corps dans le même temps.

PROPOSITION LXXXIX.

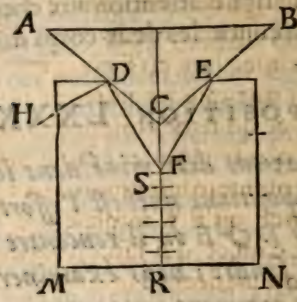
NOUS *avons déterminé dans les précédentes propositions quel est l'effort du coin aux points D & E où il rencontre le corps qu'il doit fendre; nous examinerons présentement comment on peut comparer cet effort avec la difficulté de fendre le corps.*

On doit considérer que toutes les parties du corps qu'on doit fendre sont jointes les unes avec les autres par des liens qu'il faut rompre pour séparer ces parties.

Par exemple on peut regarder le corps DEMN composé des deux parties DFRM, EFRN qui sont jointes ensemble par leur partie commune FR avec de petits liens qui tiennent à chaque partie, & dont le premier est en F.

Mais la puissance qui pousse le coin étant donnée, on sçait par les précédentes propositions quel doit être la puissance H qui luy résiste selon la direction HD perpendiculaire à FD. C'est cette même puissance H qui doit

être la mesure de la force dont le premier lien placé en F doit être rompu. Si ces liens étoient d'une nature à ne pouvoir s'étendre,



& que le corps fût infiniment dur, il est évident qu'une tres-petite force en H pourroit rompre le premier lien quoy-qu'il fût tres-fort: car l'angle DFR pourroit être considéré comme un levier qui auroit son appui en F, ou qui seroit retenu par le lien en cet endroit, & dont l'appui seroit au premier lien S au dessous vers R, l'extrémité D de ce levier étant tirée avec la puissance H selon la direction HD. Mais par la troisiéme ou quatriéme proposition il doit y avoir même raison de SF à SD que de la puissance H à la puissance du lien en F, n'ayant pas d'égard à l'angle SFD; d'où il suit que si la distance FS entre deux liens est fort petite, comme elle le doit être dans les corps, il faudra que le lien soit

tres-fort pour réſiſter à la puiſſance H. Par exemple ſi la puiſſance H étoit d'une livre, & que SD fût de 100 lignes, & SF de la dixiéme partie d'une ligne, le lien devroit avoir une force pour réſiſter à 1000 livres.

Si le premier lien en F étoit rompu, il eſt facile à voir que tous les autres ne pourroient pas réſiſter, & qu'ils devroient ſe rompre plus facilement que le premier ; car le bras SD du levier s'augmenteroit toûjours à tres-peu prés de la diſtance qu'il y auroit entre les liens rompus, & c'eſt ce qui fait en partie que les corps qui commencent à ſe fendre s'éclattent fort avant ſans beaucoup de peine.

Mais ſi le corps eſt d'une nature molaſſe & ſpongieuſe dont les liens peuvent s'étendre & les pores s'entr'ouvrir, il arrivera que l'appui S ſe trouvera fort éloigné du point F, & que par conſéquent les liens qui ſeront vers F feront une grande réſiſtance, car dans ce cas il y en aura pluſieurs qui ſoutiendront enſemble l'effort de la puiſſance H.

PROPOSITION XC.

EXAMEN *de la percuſſion.*

On ne doute point que la percuſſion ne ſoit d'autant plus grande & ne faſſe d'autant plus d'effort que le corps qui frappe eſt plus peſant & qu'il a plus de viteſſe, puiſque ce n'eſt

que par la pesanteur & par la viteſſe du corps jointes enſemble que ſe fait l'effort de la percuſſion. C'eſt-pourquoy il n'eſt pas poſſible de comparer l'effort de la percuſſion avec celuy de la peſanteur ſeule d'un corps : car ce ſeroit faire la même choſe que ſi l'on vouloit comparer une ſuperficie formée par une ligne qu'on auroit fait mouvoir par un eſpace avec une ligne toute ſeule.

On peut pourtant faire quelques comparaiſons particuliéres des efforts de la percuſſion avec ceux de la peſanteur, comme d'un poids qui peut avec une viteſſe déterminée rompre une piéce de bois arrêtée horizontalement dans un mur en la rencontrant à une certaine diſtance du mur, avec un poids qui la peut rompre y étant appliqué dans le même endroit ſans aucun mouvement, & n'agiſſant que par ſa ſeule peſanteur. De même que ſi l'on attache un poids à une corde, & qu'en le laiſſant tomber il bande la corde lorſqu'il ſera parvenu à une certaine diſtance depuis ſon repos & qu'il puiſſe la rompre, on pourra faire enſuite la comparaiſon de ce poids à celuy qui rompra la même corde y étant ſeulement ſuſpendu & ſans aucun mouvement.

Ces ſortes d'effets qui ſont ſemblables pour les poids qui ont du mouvement, & pour ceux qui n'en ont pas, ne font point connoître en général quel eſt l'effort de la percuſſion,

mais on sçait seulement par là, que l'effort d'un corps pesant qui se meut avec viteſſe, peut rompre les liens qui tiennent de certaines parties jointes ensemble, de même que l'effort d'un corps pesant sans aucune viteſſe.

Ce qui a fort embaraſſé ceux qui ont voulu faire quelque comparaiſon d'un corps pesant qui se meut avec viteſſe avec un corps pesant qui n'a point de mouvement, c'eſt par exemple l'effort avec lequel un marteau qui frappe un clou avec une médiocre force, le fait entrer dans un morceau de bois, ce qu'un poids immenſe ne pourroit pas faire étant poſé ſur le clou; de même que les coups du mouton avec lequel on enfonce les pilotis, ce qui ſeroit impoſſible de faire par l'effort de la ſeule peſanteur. Mais ſi l'on conſidére ce qui doit arriver aux parties du bois quand on y enfonce un clou avec un marteau, on verra bien que la ſeule peſanteur ne ſçauroit faire le même effet qu'avec une tres-grande peine. Car lorſque le clou eſt chaſſé dans le bois avec violence il en romp les premiers liens qui ne peuvent pas préter tout d'un coup à l'effort qui leur eſt fait, & ceux-cy étant rompus les autres ne réſiſtent pas, comme je l'ay démontré dans la propoſition précédente; mais quand tous les liens & toutes les parties peuvent ployer les unes aprés les autres, & ſe mettre

en ressort pour soutenir chacune une partie de l'effort, le clou ne peut les rompre quoyqu'il soit chargé d'un tres-grand poids. On peut appuïer cette raison par quelques expériences, comme si l'on pose un bâton sur le bord de deux verres & en frappant un tres-grand coup sur le milieu du bâton on le romp sans que les verres se cassent. De même que si l'on met dans la main un os d'éclanche de mouton, & qu'on l'y soutienne par les extrémités, lors qu'on donnera un coup assez fort sur le milieu de l'os il se cassera sans faire aucune impression sensible sur la main; mais si le coup n'est que médiocre l'os ne se cassera pas & la main portera tout le coup. C'est encore ce qui fait que lorsqu'on tire un peu obliquement un boulet de canon sur la surface de l'eau il n'y sçauroit entrer & il se réfléchit; car quoy-que l'effort qu'il fait sur l'eau soit tres-violent, il ne peut en séparer que peu de parties, tout d'un coup les autres luy résistant & ne pouvant se déranger si promptement; c'est-pourquoy il est contraint de se détourner.

On pourroit encore rapporter plusieurs éxemples semblables, mais j'ajoûteray seulement que le coup du mouton ne fait enfoncer le pilotis dans la terre, ou dans le sable, qu'en secoüant tous les petits grains qui sont autour de la pointe du pilotis, & en leur fai-

ſant occuper moins de place qu'ils ne faiſoient auparavant, ce qui donne lieu à la pointe du pilotis de s'enfoncer, de la même maniére que ſi l'on poſoit un poids conſidérable & qui eut une aſſiéte plate, ſur un vaſe qu'on auroit rempli de ſablon, mais le plus légerement qu'il auroit été poſſible; car ce poids ne feroit pas enfoncer ſenſiblement le ſablon, & pour peu que l'on frapât contre le vaſe le ſablon ſe taſſeroit & occupant bien moins de place qu'auparavant, auſſitôt le corps deſcenderoit. Il eſt facile à voir que ce ſecouëment du vaſe fait gliſſer la plupart des grains de ſable les uns contre les autres & les arrange en appliquant par les faces ceux qui ne ſe touchoient auparavant que par les angles, & qui pouvoient ſoutenir un tres-grand poids dans cette diſpoſition.

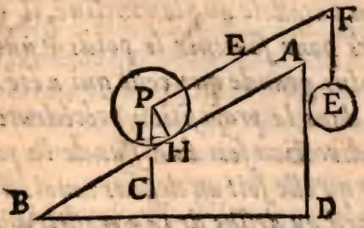
DU PLAN INCLINE', ET DE LA VIS.

PROPOSITION XCI.

SI un poids sphérique P est posé sur un plan AB incliné à l'horizon BD, & qu'il y soit soutenu par une puissance ou par un poids E dont la direction soit parallele au plan incliné AB ; je dis que dans l'état de l'équilibre le poids P sera au poids ou à la puissance E, comme la longueur AB du plan incliné à sa hauteur ou à son élévation AD sur l'horizon BD.

On peut considérer tout le corps sphérique P réduit dans son centre de gravité P qui péſera autant que tout le corps. Mais la sphére rencontre le plan AB dans le point H, en sorte que la ligne PH menée du centre de la sphére à ce point touchant H est perpendiculaire sur ce plan incliné AB. On peut donc re-

garder le corps ſphérique comme un point P peſant appliqué à l'extrémité P de la verge HP, & dont la direction ſera PC qui eſt celle

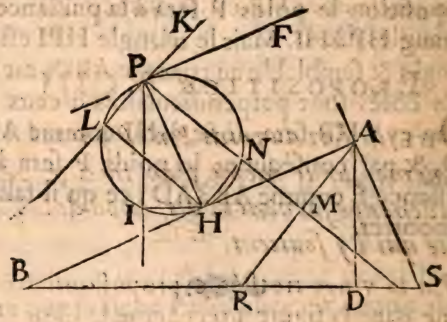


des poids, & que l'on ſuppoſe perpendiculaire à BD. D'un autre côté l'extrémité P de cette verge eſt auſſi retenuë par la puiſſance E ſelon la direction FP parallele à AB. Si l'on méne donc du point d'appui H les perpendiculaires HI, HP aux directions par la quinziéme propoſition le poids P ſera à la puiſſance E comme HP à HI. Mais le triangle HPI eſt rectangle & ſemblable au triangle ABD, car ſes trois côtés ſont perpendiculaires à ceux de celuy-cy ; HP ſera donc à HI comme AB à AD, & par conſéquent le poids P ſera à la puiſſance E comme AB à AD : ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XCII.

MAIS si la direction de la puissance E n'est pas parallele au plan incliné, il faudra toûjours pour soutenir le poids P une puissance plus grande que celle qui a été déterminée dans la proposition précédente, soit que la direction soit au dessus de la parallele, soit qu'elle soit au dessous : mais si la direction est au dessus de la parallele à AB, la puissance ne pourra tout au plus que devenir égale au poids P, & si elle est au dessous elle pourra aller jusqu'à l'infini.

Si la direction de la puissance K qui soutient le poids P est au dessus de PF comme



en PK, ayant mené HL perpendiculaire à PK, le poids P sera à la puissance K comme HL

perpendiculaire à PK à HI : mais à mesure que la direction s'élevera au dessus de PF les perpendiculaires comme HL, à ces directions diminueront jusqu'à ce qu'elles viennent égales à HI, & alors la direction de la puissance sera la même que celle des poids, & la puissance portera tout le poids P. Mais si la direction PM est au dessous de PF, les perpendiculaires comme HN qui mesurent le rapport du poids à la puissance qui est représentée par HI, diminuent depuis HP jusqu'à ce qu'elles deviennent égales à HI ; & alors le poids & la puissance doivent être égaux. Mais HN diminuant à l'infini jusqu'au point H, donnera un rapport du poids à la puissance qui augmentera à l'infini. Il est évident que tous les points HPLIN seront dans la circonférence d'un cercle dont HP est le diamétre, à cause des angles droits

PROPOSITION XCIII.

QUE *l'effort du poids P n'est pas toûjours le même sur le même plan incliné, mais qu'il change suivant la direction de la puissance qui l'y soutient.*

Par la vingt-troisiéme proposition si l'on méne dans la figure précédente la ligne AR perpendiculaire à la direction PM de la puissance qui soutient le poids, le triangle ABR

ayant ſes trois côtés perpendiculaires aux directions de la puiſſance, du poids & de l'appui, ces mêmes côtés donneront les rapports que doivent avoir la puiſſance, le poids & l'appui; & par conſéquent BR repréſentant toûjours le poids, & AR la puiſſance, AB ſera l'effort qui ſe fait ſur l'appui. Mais BR change ſuivant les différentes inclinaiſons de la direction PM de la puiſſance; c'eſt-pourquoy les rapports de la puiſſance à l'appui changeront auſſi ſuivant les différentes inclinaiſons de la puiſſance.

Il eſt évident que ſi la direction PM de la puiſſance étoit parallele à l'horizon BD, les trois côtés du triangle ABD exprimeroient les rapports de la puiſſance, du poids & de l'appui, de même que ſi la direction PF de la puiſſance eſt parallele au plan incliné: car la ligne AS étant perpendiculaire à PF ou à ſa parallele AB, le triangle ABS dont les côtés donnent les trois rapports que l'on cherche ſera ſemblable au triangle BAD: mais dans celuy-là le rapport du poids à l'appui ſera comme le côté BD à l'hypotenuſe BA, au lieu que dans celuy-cy ce ſera comme l'hypotenuſe BA au côté BD, ou bien ce qui eſt la même choſe comme BS à BA.

Enfin ſi la direction de la puiſſance fait avec le plan incliné au deſſus du poids un angle égal à la moitié de l'angle de l'élévation ABD

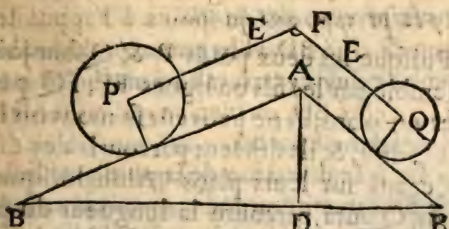
du

du plan sur l'horizon, la pesanteur du poids sera égale à l'effort qu'il fait sur l'appui; car dans ce cas la ligne AR coupera BR égale à BA, ce qui est facile à connoître. Et si l'angle IPN de la perpendiculaire à l'horizon & de la direction de la puissance est double de celuy de l'élévation du plan, la puissance doit être égale au poids; car BR & AR seront alors égales entr'elles.

Proposition XCIV.

Si deux poids sphériques P & Q sont placés sur deux plans AB, AR inclinés à l'horizon BDR & qu'ils se soutiennent l'un l'autre, c'est-à-dire qu'ils soient en équilibre, avec des directions FP, FQ paralleles aux inclinaisons des plans; je dis que ces poids seront entr'eux comme les longueurs des plans AB, AR.

Par la quatre-vingt-dixiéme proposition



le poids P sera à la puissance E qui le soutient

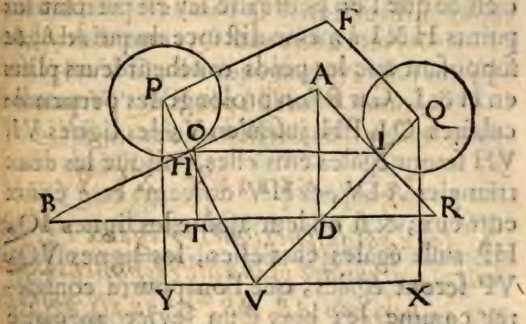
ſelon la direction PF parallele à AB, comme la longueur du plan AB à ſa hauteur AD. Mais auſſi la puiſſance E qui ſoutient le poids Q ſelon la direction FQ parallele au plan incliné AR, ſera à ce poids Q, comme AD hauteur du plan à ſa longueur AR; donc en raiſon égale le poids P ſera au poids Q, comme AB à AR : ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XCV.

SI deux poids ſphériques & égaux P & Q ſont placés ſur des plans différemment inclinés à l'horizon AB, AR, & qu'ils agiſſent l'un ſur l'autre avec des directions FP, FQ paralleles aux plans ; je dis que le moment du poids P ſera au moment du poids Q, comme la longueur AR du plan qui ſoutient le poids Q à la longueur AB du plan qui ſoutient le poids P, c'eſt-à-dire que les momens des poids ſont entr'eux dans la raiſon réciproque des plans.

Puiſque les deux poids P & Q ſont joints enſemble par les fils ou lignes FP, FQ paralleles aux plans, ils ne peuvent ſe mouvoir l'un ſur l'autre, & ils doivent parcourir des eſpaces égaux ſur leurs plans. Ainſi lorſque le poids Q aura parcouru la longueur du plan AR, le poids P aura parcouru ſur ſon plan AB

un espace BO égal à AR. C'est-pourquoy le poids Q sera descendu de la hauteur AD perpendiculaire à l'horizon BR, & le poids P ne



sera monté que de la hauteur OT sur le même horizon. Mais le moment du poids Q sera le produit de son poids par son chemin AD, & le moment du poids P sera le produit de son poids par son chemin OT ; & les poids étant égaux ces momens seront entr'eux comme les lignes AD, OT. Enfin à cause des triangles semblables BAD, BOT il y aura même raison de AD à OT, c'est-à-dire du moment du poids Q au moment du poids P, que de BA à BO égale à AR : ce qu'il falloit démontrer.

J'ay dit que les momens étoient les produits des poids par les chemins, ce qui est la même chose que les produits des poids par les bras du levier ; car les chemins seront toû-

jours en même raiſon que les longueurs des bras, comme je l'ay démontré dans la quatre-vingt-ſeptiéme propoſition ſur le Coin, & c'eſt ce que l'on peut faire icy en prenant les points H & I à même diſtance du point A, & ſuppoſant que les poids touchent leurs plans en H & I. Car ſi l'on prolonge les perpendiculaires QI, PH juſqu'en V; les lignes VI, VH ſeront égales entr'elles, puiſque les deux triangles AIV, AHV doivent être égaux entr'eux; & ſi on leur ajoûte les lignes IQ, HP auſſi égales entr'elles, les lignes VQ, VP ſeront égales, que l'on pourra conſidérer comme les bras d'un levier angulaire PVQ qui a ſon appui en V & qui eſt chargé de deux poids égaux en P & en Q. Il eſt évident que ces poids P & Q ainſi appliqués au levier PVQ y feront le même effet que lorſqu'ils étoient ſoutenus comme auparavant ſur les plans inclinés AB, AR. Mais ces poids peſent ſuivant leur direction naturelle qui eſt par les lignes PY, QX perpendiculaires à BR, en ſorte que ce levier angulaire PVQ qui a les bras égaux ſe réduit à un levier droit YVX parallele à BR, & qui a ſes bras VY, VX inégaux. Mais auſſi ces poids P & Q peuvent être ſuppoſés aux points Y & X de leurs lignes de direction; & puiſqu'ils ſont égaux, le moment du poids P placé en Y ſera au moment du poids Q placé en X, com-

mé le bras VY au bras VX.

Maintenant à cauſe que les côtés du triangle VXQ ſont perpendiculaires aux côtés du triangle ADR, ces deux triangles ſeront ſemblables; & par la même raiſon les deux autres VYP & ABD; c'eſt-pourquoy AB ſera à AD comme VP à VY; & AD à AR comme VX à VQ. AB ſera donc à AR dans la raiſon compoſée de VP à VY, & de VX à VQ; mais VP & VQ ſont égales; c'eſt-pourquoy cette raiſon compoſée ſe réduit à celle de VX à VY; donc le moment du poids Q ſera au moment du poids P ſon égal dans la poſition où ils ſont, comme AB à AR, qui eſt comme VX à VY.

PROPOSITION XCVI.

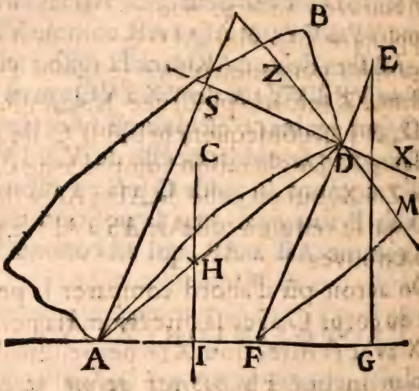
SOIT *un corps ABD tel qu'on voudra qui s'appuie par ſon angle D contre le plan incliné EF.*

Il faut déterminer le rapport de la peſanteur abſoluë du corps ABD à la puiſſance X qui ſoutient l'effort du corps en D ſur le plan incliné avec une direction XD perpendiculaire au plan incliné EF.

Soit le corps ABD de quelle figure on voudra qui étant ſoutenu & arrêté en A ſur le plan horizontal AG s'appuïe en D contre le

plan incliné EF, & soit le centre de gravité du corps au point C.

On peut supposer toute la pesanteur du corps réduite dans son point C, & enfin ce



poids C placé où l'on voudra dans sa ligne de direction CI perpendiculaire à AG. Ayant mené la ligne AD par les deux points où le corps est soutenu, l'un sur le plan horizontal AG, & l'autre contre le plan incliné en D, & la ligne AD coupant la ligne CI au point H; on pourra supposer le poids du corps suspendu au point H du levier AD, lequel est soutenu à son extrémité D par une puissance Z selon la direction ZD perpendiculaire à AD. Il est donc évident par la neuviéme proposition que le poids C sera à la puissance Z,

comme AD à AI qui ſont les perpendiculaires menées aux directions ZD, CI. Mais auſſi à cauſe que le corps qui s'appuïe ſelon la direction ZD contre le plan incliné EF qui luy réſiſte ſuivant XD qui luy eſt perpendiculaire, il faut réduire la puiſſance Z à la puiſſance X appliquée au levier AD, ce qui ſe fait en menant AS perpendiculaire ſur XD. Car la puiſſance Z ſera à la puiſſance X, comme AS à AD; & par conſéquent le poids C ſera à la puiſſance X dans la raiſon compoſée de C à Z & de Z à X, qui eſt celle de AD à AI & de AS à AD, qui ſe réduit à celle de AS à AI : ce qu'il falloit trouver.

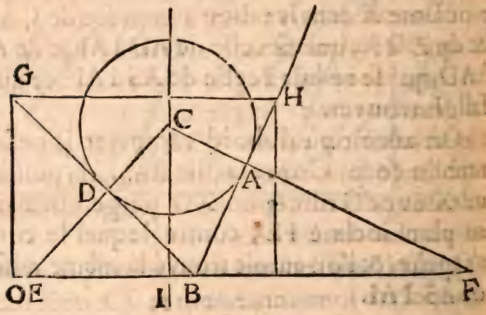
On auroit pû d'abord comparer la peſanteur du corps C avec ſa direction, à la puiſſance X avec ſa direction XD perpendiculaire au plan incliné FE, contre lequel le corps s'appuïe, & l'on auroit trouvé la même raiſon de AS à AI.

PROPOSITION XCVII.

UN corps peſant de figure ſphérique AD étant ſoutenu par deux plans AB, DB inclinés à l'horizon EF; je dis que ſi l'on mene la ligne GH parallele à EF qui forme avec les deux plans AB, DB le triangle GBH, les côtés GB, HB de ce triangle repréſenteront

l'effort que le corps pesant fait contre ces mêmes plans, par rapport à la base GH de ce triangle, laquelle représentera la pesanteur absoluë du corps.

Ce corps pesant peut être considéré comme réduit à son centre de gravité C où il pése selon sa direction naturelle CI perpendiculaire à EF. Mais ayant mené de ce centre C



les lignes CA, CD perpendiculaires sur les plans AB, DB, elles les rencontreront aux points AD où le corps sphérique les touche; c'est-pourquoy le corps sphérique s'appuiant sur les plans dans ces mêmes points, on peut considérer le poids C comme un seul point retenu par trois directions CA, CD, CI, & par la vingt-troisiéme proposition le triangle GBH ayant ses côtés perpendiculaires à ces

directions représentera les puissances qui leur seront appliquées, qui sont les deux plans qui soutiennent le poids & sa pesanteur absoluë : ce qu'il falloit démontrer.

Conséquence.

On voit par là que la pesanteur relative du poids sur les deux plans est toûjours plus grande que sa pesanteur absoluë, puisque les deux côtés d'un triangle pris ensemble sont toûjours plus grands que le troisiéme ; & que cette pesanteur relative sera d'autant plus grande, que les plans feront ensemble un angle plus aigu, quoy-que le plan horizontal ne soit chargé ou ne porte simplement que la pesanteur absoluë du poids. C'est ce qui montre combien se sont trompés ceux qui ont voulu seulement distribuer la pesanteur absoluë du poids à chacun des deux plans.

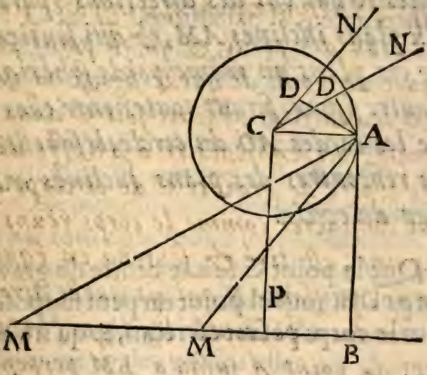
On doit aussi remarquer que les deux plans doivent être joints ensemble & se retenir l'un l'autre, ou par le moyen d'un lien particulier, ou par le moyen du plan horizontal auquel ils seront attachés, car sans cela ils s'écarteroient l'un de l'autre en glissant sur le plan horizontal ; & que ce lien soutient l'effort que fait le poids sur les plans inclinés.

PROPOSITION XCVIII.

SOIT *la ligne droite AB disposée selon la direction des poids, & qu'au point A soit appuïé un poids de quelle figure on voudra dont le centre de gravité soit C dans la ligne AC perpendiculaire à AB ; Je dis que si le centre de gravité C de ce corps qu'on peut considérer comme le corps réüni dans ce point, est tiré & soutenu en équilibre par une puissance N qui ait quelle direction on voudra CN, toutes les lignes AM menées du point A jusqu'à BM perpendiculaire à AB, lesquelles seront paralleles aux différentes directions CN de la puissance N, représenteront les différentes puissances N qui peuvent soutenir le corps suivant ces directions par rapport à la pesanteur absoluë du corps qui est représentée par la ligne AB.*

Par l'hypothese la direction CP du poids C sera parallele à AB; & si du point A on méne les perpendiculaires AD sur les directions CN, il est évident par la neuviéme proposition qu'il y aura même raison de AD à AC que de la pesanteur absoluë du poids à la puissance N. Mais aussi tous les triangles ADC

étant ſemblables aux triangles ABM, car ils ſont rectangles, & les lignes AC, BM & NC,



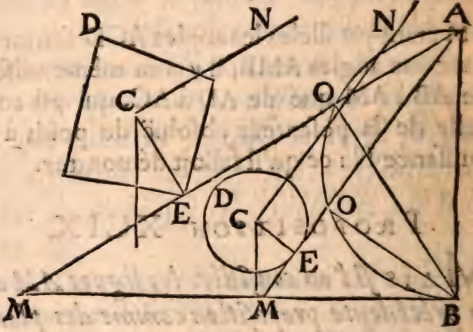
AM étant paralleles les angles ACD ſeront égaux aux angles AMB, il y aura même raiſon de AB à AM que de AD à AC, qui eſt auſſi celle de la peſanteur abſoluë du poids à la puiſſance N : ce qu'il falloit démontrer.

Proposition XCIX.

Mais *ſi l'on conſidére les lignes AM de la précédente propoſition comme des plans différemment inclinés, & qui ont tous une même hauteur AB au deſſus de BM perpendiculaire à la direction des poids AB ; & qu'on décrive un demi-cercle AOB ſur AB*

pour diamétre, & ſur un plan perpendiculaire aux plans inclinés; Je dis que les puiſſances N qui ont des directions paralleles aux plans inclinés AM, & qui ſoutiennent ſur ces plans un même poids ſphérique ou d'autre figure, ſeront toutes entr'elles comme les cordes AO du cercle, leſquelles ſont les rencontres des plans inclinés avec le plan du cercle.

Que le point C ſoit le centre de gravité du corps DE, auquel point on peut ſuppoſer que tout le corps peſant eſt réüni, & qu'il s'appuïe



au point E ſur le plan incliné AM par le moyen de la ligne CE perpendiculaire à AM; & que les directions CN des puiſſances N qui ſoutiennent le poids C, ſoient paralleles à AM

à AM qui eſt la rencontre des plans inclinés & de celuy du cercle.

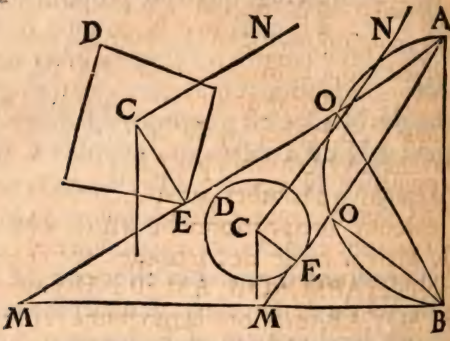
Par la quatre-vingt-onziéme propoſition le poids C ſera à la puiſſance N, comme AM à AB. Mais les triangles rectangles BAO dans le demi-cercle ſont ſemblables aux triangles rectangles MAB; c'eſt pourquoy AB eſt à AO, comme AM eſt à AB: donc le poids C ſera à la puiſſance N comme AB eſt à AO; & le poids C demeurant toûjours le même ou bien étant par tout égal, toutes les puiſſances N qui le ſoutiendront ſeront entr'elles comme les cordes AO du demi-cercle. Il n'eſt pas néceſſaire que les longueurs CE des appuis des poids ſoient égales puiſqu'elles ne changent rien à la puiſſance N.

Proposition C.

Un corps peſant qui deſcend ſur des plans différemment inclinés, y parcourt des eſpaces dans un même temps depuis le commencement de ſa chute, qui ſont égaux aux cordes du demi-cercle, leſquelles ont même inclinaiſon que les plans, le diamétre du demi-cercle étant placé ſelon la direction des poids.

Soit le demi-cercle AOB qui a ſon diamétre AB ſelon la direction des poids. Je dis

qu'un corps C placé en A parcourra dans un même temps ſur des plans inclinés comme



AO, des eſpaces égaux aux cordes AO du demi-cercle.

Galilée trouva par expérience que les temps qu'un corps employoit à deſcendre ſur des plans, comme AM, différemment inclinés à l'horizon, & également élevés ſur l'horizon, comme de la hauteur AB, étoient entr'eux comme la longueur des plans qu'ils parcourroient. Et ſi les eſpaces que parcourt le corps ſur ces plans inclinés ſont en raiſon doublée du temps, ou bien les temps en raiſon ſoudoublée des eſpaces, voicy comme on peut démontrer cette propoſition.

Le temps que le corps employe à tomber par la perpendiculaire AB ſur l'horizon BM, ſera au temps qu'il employe à tomber au long

du plan incliné AM, comme AB à AM par l'expérience de Galilée : mais auſſi le temps qu'il employe à tomber par AM, ſera au temps qu'il employe à tomber par AO, comme AM à la moyenne proportionnelle entre AM & AO, qui eſt la raiſon ſoudoublée des eſpaces ; c'eſt-pourquoy en raiſon égale le temps que le corps employe à tomber par AB, ſera au temps qu'il employe à tomber par AO, comme AB à la moyenne proportionnelle entre AM & AO. Mais à cauſe des triangles rectangles ſemblables ABM, AOB ; AM eſt à AB comme AB à AO ; AB ſera donc la moyenne proportionnelle entre AM & AO ; & par conſéquent le temps de la chute du corps par AB eſt au temps de la chute par AO, comme AB à AB, c'eſt-à-dire qu'il eſt égal.

Il s'enſuit de là que les temps de la chute par toutes les parties AO des plans AM différemment inclinés ſeront entr'elles dans la même raiſon de AB à AB qui eſt celle d'égalité : & c'eſt ce qu'il falloit démontrer.

Je démontreray à la fin de ce traité l'expérience que fit Galilée des temps de la chute d'un corps par des plans différemment inclinés, & que les viteſſes de ce corps ſont égales, quand il eſt parvenu à l'horizon ſur des plans différemment inclinés, ce qui eſt le principe dont il s'eſt ſervi pour démontrer l'expérience qu'il avoit faite.

PROPOSITION CI.

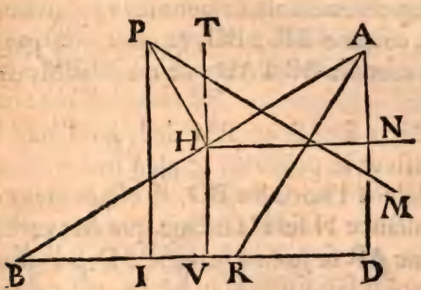
ON a déterminé dans la quatre-vingt-tréziéme propoſition l'effort que fait un poids P ſur un plan incliné AB ſuivant une direction PH perpendiculaire à ce plan, le poids P étant donné avec la direction PM de la puiſſance qui le ſoutient ſur le plan incliné.

Je dis maintenant que ſi l'on ſuppoſe que le plan incliné AB eſt l'hypotenuſe d'un triangle rectangle ABD, & que ſon côté BD qui touche le plan horizontal puiſſe gliſſer ſur ce plan ſans aucune difficulté, l'effort du poids ſur le plan horizontal par une ligne THV perpendiculaire à l'horizon BD ſera à ſon effort ſur le plan incliné comme le côté BD du triangle à ſon côté ou hypotenuſe AB; & ſon effort ſuivant une ligne HN perpendiculaire au côté AD ſera repréſenté par la ligne AD.

Par la propoſition quatre-vingt-tréziéme la ligne AR étant menée perpendiculaire à la direction PM telle qu'on voudra de la puiſſance, dans le triangle ABR, le côté BR repréſente la peſanteur abſoluë du poids P, la ligne

AR représente la puissance qui le soutient sur le plan incliné AB, & la ligne AB l'effort que ce poids fait sur le plan incliné AB par la direction PH perpendiculaire à AB.

Maintenant si au lieu du plan incliné AB



qui soutient le poids P au point H, on le soutient avec une puissance V ou T dont la direction THV soit parallele à la direction des poids PI ou perpendiculaire à l'horizon BD, & avec une autre puissance N suivant la direction NH parallele à BD ; il est évident que la puissance V ou T sera l'effort que le poids fait sur le plan horizontal avec sa direction naturelle, & que la puissance N est celle qui empêche que le triangle ABD ne glisse sur ce même plan. Mais les trois directions PH, NH, THV étant données avec l'effort que fait le poids P selon PH, le triangle ABD dont les trois côtés sont perpendiculaires à ces trois directions, donneront les rapports de

ces trois puiſſances : c'eſt-pourquoy BD & AD par rapport à AB repréſenteront les puiſſances V & N par rapport à la puiſſance du poids P ſur le plan incliné AB, on aura donc la peſanteur abſoluë du poids à l'effort qu'il fait perpendiculairement ſur le plan horizontal, comme BR à BD, & contre la puiſſance N, comme BR à AD : ce qu'il falloit démontrer.

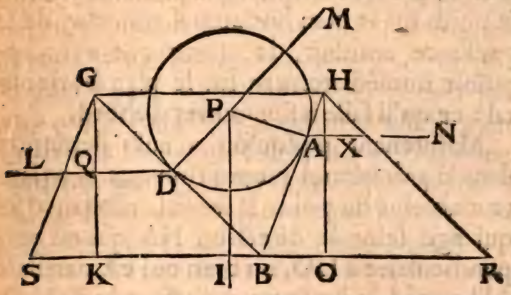
Si la direction PM de la puiſſance M qui ſoutient le poids ſur le plan incliné étoit parallele à l'horizon BD, il eſt évident que la puiſſance N ſera la même que M ; car alors la ligne AR ſe joint à la ligne AD, & l'effort que le poids fait ſur le plan horizontal par ſa direction naturelle, ſera égal à ſa peſanteur abſoluë, puiſqu'elle ſera comme BR ou BD à BD.

Proposition CII.

Les mêmes choſes étant poſées comme dans la quatre-vingt-dix-ſeptiéme propoſition ; Je dis que le plan horizontal eſt ſeulement chargé de la peſanteur abſoluë du poids, & que l'effort du poids ſera égal ſur chacune des deux puiſſances qui retiennent les plans inclinés ſelon les directions paralleles à l'horizon, quoy-que ces plans ayent des inclinaiſons fort différentes ; &

que cet effort ſera à chacune de ces puiſſances, comme la ligne GH à HO, qui eſt la diſtance de GH à l'horizon.

Dans la figure de la quatre-vingt-dix-ſeptiéme propoſition, des points GH ayant mené la ligne HR parallele à GB, & GS parallele à HB, & les lignes HO, GK perpendiculaires à l'horizon SR, on aura BR, BS &



KO égales chacune à GH. Mais par ce qui a été démontré dans la précédente propoſition, la peſanteur abſoluë du poids P eſt à l'effort qu'il fait perpendiculairement contre le plan incliné AB, comme BR à BH, & cet effort eſt à celuy qu'il fait perpendiculairement ſur le plan horizontal, comme BH à BO : donc la peſanteur abſoluë du poids P ſera à l'effort qu'il fait perpendiculairement ſur le plan horizontal, comme BR ou GH ſon égale, à BO.

On démontrera de la même maniére que ce même poids P, qui fait auſſi un effort ſur le plan GB, fera un effort ſur le plan horizontal, en ſorte que la peſanteur abſoluë du poids ſera à cet effort, comme GH à KB : donc la peſanteur abſoluë du poids P ſera aux deux efforts qu'il fait ſur le plan horizontal en s'appuïant contre les plans inclinés comme GH à la ſomme de BO & de BK, qui eſt égale à OK ou à GH: c'eſt-pourquoy l'effort que fait le poids ſur le plan horizontal eſt celuy de ſa puiſſance abſoluë, de même que s'il s'appuïoit immédiatement ſur le plan horizontal : ce qu'il falloit démontrer d'abord.

Maintenant puiſqu'on a auſſi démontré dans la précédente propoſition que la peſanteur abſoluë du poids P ſera à la puiſſance N qui agit ſelon la direction NA qui eſt perpendiculaire à HO, ou bien qui eſt parallele à l'horizon, pour ſoutenir l'effort du poids P, comme BR ou GH à HO ; & que ce ſera la même choſe de l'autre côté où la peſanteur abſoluë du poids P ſera à la puiſſance L ſelon la direction LD parallele à l'horizon, comme BS ou GH à GK égale à HO ; il eſt évident que le poids P fera des deux côtés des efforts égaux ſelon les directions paralleles à l'horizon, & que les deux puiſſances N & L, qui le ſoutiendront ſuivant des directions paralleles à l'horizon doivent être égales entr'elles,

quelque inclinaiſon que puiſſent avoir les plans inclinés qui ſoutiennent le poids P, & ſur leſquelles les puiſſances N & L agiſſent ou directement aux points A & D, ou bien perpendiculairement contre les plans HO, GK, aux points X, Q, ce qui eſt la même choſe.

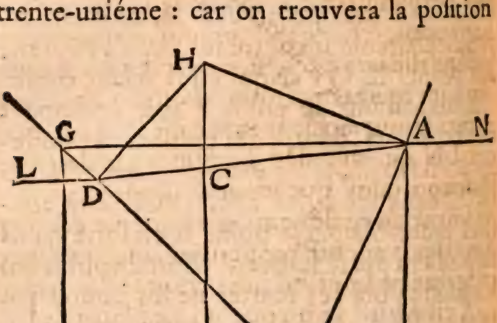
Mais comme le poids P agit également des deux côtés contre des puiſſances paralleles à l'horizon, ſi les plans inclinés BH, BG où les deux triangles BHO, BGK ſont attachés enſemble par le point B en ſorte qu'ils ne puiſſent pas ſe ſéparer, l'effort du poids qui les pouſſe pour les écarter ne les pourra pas faire gliſſer d'un côté ny d'autre ſur le plan horizontal, ce qui ne ſeroit pas ainſi ſi l'une des deux puiſſances N ou L devoit être plus grande que l'autre pour réſiſter à l'effort du poids : & c'eſt ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION CIII.

UN levier ou verge AD étant donnée de grandeur avec le poids C ſuſpendu ou attaché à l'un de ſes points C ; il faut déterminer la poſition que le levier doit avoir pour demeurer placé entre deux plans BD, BA inclinés & donnés de poſition à l'égard de l'horizon EF.

On doit conſidérer la réſiſtance que font

les plans BA, BD au levier AD ſelon les lignes DH, AH perpendiculaires à ces plans ; ainſi on peut réduire ce probléme à la propoſition trente-uniéme : car on trouvera la poſition



AD du levier entre les directions HA, HD des puiſſances qui le ſoutiennent par ſes extrémités, leſquelles ſont un angle donné AHD qui eſt le ſupplément de l'angle des plans ABD ; & ce levier AD doit être appliqué de telle maniére dans cet angle que la direction H I naturelle des poids qui paſſe par le point H paſſe auſſi par le point C donné ſur le levier ; car l'angle DHI ou AHI ſera auſſi donné, & ces trois diréctions étant données ce ſera la même choſe que ſi l'on avoit les trois poids ou les trois puiſſances.

Ayant mené quelque ligne AG parallele au

plan horizontal & les deux perpendiculaires AO, GK sur l'horizon, on démontrera comme dans la précédente proposition que l'effort perpendiculaire du poids C sur le plan horizontal, sera égal à sa puissance absoluë, puisqu'elle sera à cet effort comme AG à OK, qui sont égales entr'elles ; & de plus que les efforts seront égaux sur chacune des puissances LN qui ont des directions paralleles à l'horizon, quoy-que les deux lignes HA, HD ne soient pas égales entr'elles comme PA, PD dans la précédente proposition, puisque cette égalité ne fait rien à ces efforts.

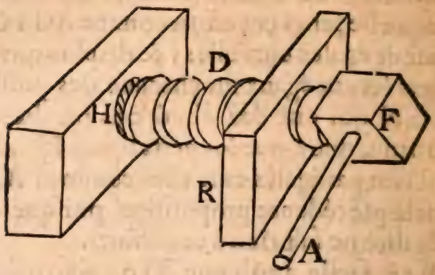
Il est facile à voir que si l'on plaçoit le levier AD dans une autre position que celle que nous venons de déterminer, il couleroit sur les plans inclinés tant que l'une des extrémités fût jointe à l'angle B que font les plans, & que tout le levier fût couché sur l'un des plans : car la résistance des plans n'étant pas proportionnée à l'effort de la puissance des deux côtés, le plus grand l'emporteroit sur le plus petit.

PROPOSITION CIV.

DESCRIPTION *de la vis, & la mesure de son effort.*

La *vis* est un cylindre comme D qui est creusé en spirale. Elle entre en s'appliquant

dans une autre ſpirale formée de la même maniére dans quelque corps R que l'on appelle *écrou* de la vis; en ſorte qu'en tournant la vis on fait avancer l'écrou ſi la vis eſt arrêtée par



l'une de ſes extrémités de telle maniére qu'elle puiſſe ſeulement ſe mouvoir circulairement, ou bien ſi l'écrou eſt arrêté ferme on fait avancer la vis. Ce ſera la même choſe ſi l'on fait mouvoir l'écrou.

Il y a deux ſortes de vis, l'une que l'on appelle droite & l'autre gauche. La droite eſt celle que l'on fait entrer dans l'écrou immobile en la tournant de gauche à droite; la gauche eſt celle au contraire qui y entre en la tournant de droite à gauche. C'eſt la même choſe pour l'écrou; car celuy qui s'accommode à la vis droite s'avance auſſi ſur la vis immobile en le tournant de gauche à droite; & l'autre au contraire.

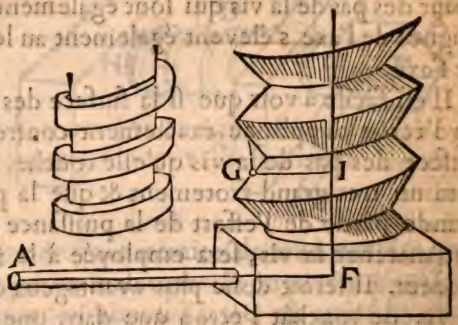
Dans l'uſage le plus ordinaire de la vis on la

la fait avancer dans l'écrou immobile par le moyen d'un bras AF qui eſt arrêté dans la tête de la vis. Soit donc dans la figure ſuivante qui repréſente une portion de vis, l'axe HF de la vis, qui eſt auſſi l'axe du cylindre autour duquel on a formé la vis, en ſorte que chaque point des pas de la vis qui ſont également éloignés de l'axe s'élevent également au long de l'axe.

Il eſt facile à voir que ſi la ſurface des pas de l'écrou s'applique éxactement contre la ſurface des pas de la vis qu'elle touche, il y aura un tres-grand frotement & que la plus grande partie de l'effort de la puiſſance qui fait marcher la vis, ſera employée à le ſurmonter. Il ſeroit donc plus avantageux que la vis ne touchât l'écrou que dans une ligne tournée autout de la ſpirale & également éloignée par tout de l'axe de la vis. C'eſt auſſi ce que nous conſidérons icy pour meſurer l'effort de la vis, quoy-que ce ſoit la même choſe pour l'effort de la puiſſance que la vis touche l'écrou dans une ligne ou dans toute ſa ſurface ſi l'on n'a point d'égard aux frotemens. On peut encore réduire l'application de la vis à l'écrou à un ſeul point peſant comme G qui doit monter au long des pas de la vis en demeurant toûjours également éloigné de ſon axe lequel on ſuppoſe placé ſelon la direction des poids ; car il ne

faudra pas plus d'effort à la puiſſance pour élever ce point que pour élever toute la ligne qui ſera auſſi éloignée de l'axe que le point.

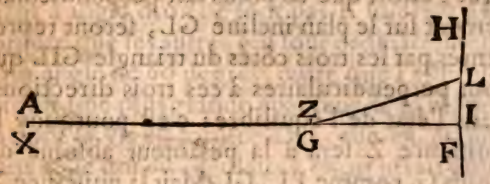
Cecy étant poſé, on pourra facilement réduire l'effort de la vis au plan incliné : car la diſtance GI depuis l'axe juſqu'au point G qui



doit être élevé, eſt donnée ; la hauteur des pas de la vis eſt auſſi donnée avec la longueur du bras AF depuis le point A où l'on ſuppoſe que la puiſſance eſt appliquée juſqu'à l'axe au point F. C'eſt-pourquoy quand le bras aura fait une converſion entiere autour de l'axe HF le point G doit être monté de la hauteur d'un pas de la vis en décrivant une ſpirale autour de l'axe ; & ce ſera la même choſe pour une partie de converſion.

Que la ligne HF repréſente donc l'axe de la vis, & la ligne IA qui luy eſt perpendiculaire ſoit égale à la circonférence du cercle la-

quelle est décrite sur la longueur du bras FA de la vis comme demi-diamétre ; & IG soit aussi la circonférence du cercle décrit sur le



rayon GI, qui est la distance de l'axe au point G ; & qu'enfin IL soit la hauteur d'un pas de la vis.

La ligne IA étant supposée horizontale ou perpendiculaire à la direction des poids, il est évident que la ligne GL représentera le plan incliné au long duquel il faut que le poids G monte dans une conversion entiere de la vis ou du bras AF : car pendant que le poids G s'éleve de la hauteur de IL il parcourt une ligne égale en longueur à GL.

Maintenant que la puissance qui est appliquée à l'extrémité A du levier soit appellée X, il est évident par la troisiéme ou quatriéme proposition que l'effort que la puissance X fera sur le point G, que j'appelle la puissance Z qui est X réduite, sera à cette puissance X, comme AF à GI qui sont les distances depuis l'axe jusqu'aux points A & G, ou bien les rayons des cercles égaux à IA, IG. Mais l'ef-

sont de la puissance Z avec la direction AI pour soutenir le poids G sur le plan incliné selon sa direction naturelle parallele à HE, avec l'effort que ce poids fait perpendiculairement sur le plan incliné GL, seront représentés par les trois côtés du triangle GIL qui sont perpendiculaires à ces trois directions, dans l'état de l'équilibre : c'est-pourquoy la puissance Z sera à la pesanteur absoluë du poids G, comme LI à GI. Mais la puissance X étant au poids G dans la raison composée de X à Z & de Z à G, elle le sera aussi de celles des lignes GI à AI & LI à GI. Mais cette raison composée se réduit à la simple de LI à AI, c'est-à-dire de la hauteur d'un pas de la vis à la circonférence du cercle décrit sur la longueur du bras qui fait mouvoir la vis.

Ce qu'on vient de démontrer pour un poids G qui s'applique aux pas de la vis, doit s'entendre de même de quelque puissance que ce soit qui pousse les pas de la vis ou l'écrou selon la longueur de l'axe de la vis, pendant que la puissance qui meut la vis, agit perpendiculairement sur l'axe par le moyen du bras AF.

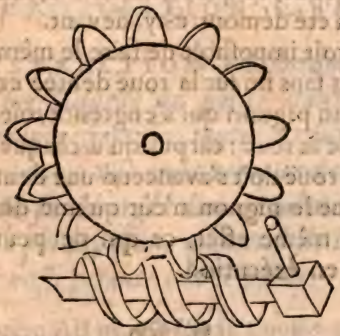
On peut tailler la vis sur le cylindre en deux maniéres différentes en faisant que les pas soient angulaires, qui est la plus ordinaire, ou bien en les faisant quarrés, comme les deux figures les représentent ; mais la même

démonſtration ſervira toûjours pour ces deux eſpeces de vis. La ſeconde eſpece eſt plus ſolide que la prémiere pour l'uſage, ſur tout dans les groſſes vis de bois; car les arrêtes étant à angle droit ne ſont pas ſi ſujettes à ſe rompre que les autres qui ſont ordinairement d'un angle de 60 degrés; outre que l'effort ſe fait ſur une plus grande épaiſſeur de la matiére dont la vis eſt formée dans celle-cy, & que dans celle qui eſt angulaire l'effort ſe fait obliquement ſur la face de l'angle & ſur une moindre épaiſſeur de la matiére.

PROPOSITION CV.

DE *la vis ſans fin.*

La vis ſans fin n'eſt pas une eſpece de vis



particuliére, mais ce n'eſt qu'une machine

composée d'une vis ordinaire & d'une roue dentée. On l'appelle vis sans fin à cause de son usage : car en faisant tourner la vis sur son axe comme un cylindre ou rouleau ses pas rencontrant les dents de la roue ils les poussent, & les faisant avancer ils font tourner la roue sur son axe, l'axe de la vis doit être placé dans le plan de la roue.

Pour l'augmentation de l'effort de la puissance dans cette machine, elle est la même que celle de la vis, si ce n'est qu'au lieu de l'écrou que les pas de la vis rencontrent, ce sont icy les dents de la roue, & que par ce moyen l'effort de la puissance peut être encore augmenté considérablement, si les poids ou la puissance qui doit être mue est proche de l'axe de la roue, ce qui est facile à connoître par ce qui a été démontré cy-devant.

Il seroit impossible de faire le même effort de la vis sans fin sur la roue dentée en se servant d'un pignon qui s'engrenneroit dans les dents de la roue : car puisqu'à chaque tour de la vis la roue doit s'avancer d'une dent, il faudroit que le pignon n'eût qu'une dent pour faire le même effet, ce qui ne peut pas se mettre en éxécution.

DE QUELQUES MACHINES *composées des précédentes.*

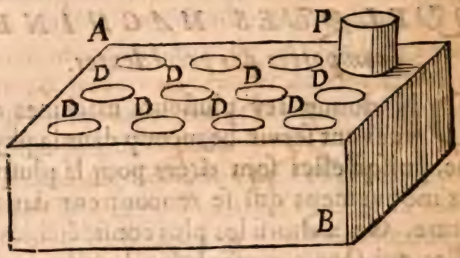
ON donne icy plusieurs machines qui peuvent servir beaucoup dans la physique, puisqu'elles sont tirées pour la pluspart des mouvemens qui se rencontrent dans la nature. On a choisi les plus considérables de celles qui sont connuës jusqu'à présent pour faire entendre les autres & celles qu'on pourra découvrir dans la suite. Les démonstrations qu'on en apporte sont fondées sur les précédentes.

PROPOSITION CVI.

CONSTRUCTION *mécanique d'une boëte, sur laquelle un poids étant posé il fait le même effort sur toutes les surfaces de la boëte, que si elle étoit remplie de liqueur & qu'elle fut chargée dans le même endroit où est le poids, d'une quantité de la même liqueur aussi pesante que le poids.*

La boëte AB peut être de quelle grandeur on voudra, le dessus & le dessous sont percés de plusieurs trous D égaux entr'eux, & bou-

chés par des pieces de la même matiére que la boëte, en ſorte que ces deux ſurfaces ne laiſſent pas d'être auſſi unies que s'il n'y avoit

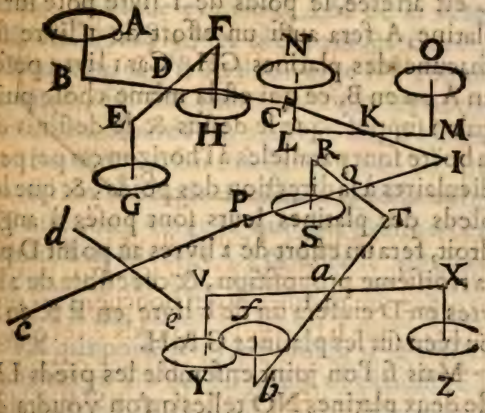


point d'ouvertures. Le dedans de la boëte eſt diſpoſé de telle maniére pour ſoutenir toutes les pieces ou platines D qui bouchent les ouvertures, que ſi l'on poſe un poids P tel qu'on voudra comme d'une livre ſur l'une des platines des ouvertures, toutes les autres platines tant du deſſus que du deſſous de la boëte ſeront pouſſées en dehors chacune avec un effort égal à celuy du poids P, qui eſt d'une livre dans cet éxemple.

Pour ce qui eſt des pieces qui compoſent le dedans de cette machine, je ſuppoſe que leur peſanteur ny les frotemens ne peuvent apporter aucun empéchement à leur effet.

A repréſente l'une des platines du deſſus de la boëte & celle ſur laquelle on met le poids P. A chacune des platines tant du deſſus que du deſſous de la boëte il y a un pied

qui y eſt attaché ferme ou ſoudé; la hauteur de ce pied doit être de la moitié de l'épaiſſeur ou de la hauteur de la boëte, comme AB,



GE, HF, LN, MO, &c. en ſorte que toutes les extrémités de ces pieds comme BEFLM répondent au milieu de la boëte. Maintenant ſi l'on joint enſemble avec la verge EF les extrémités EF de deux pieds qui appartiennent aux platines GH telles qu'on voudra du deſſous de la boëte, & que cette verge ſoit bien arrêtée aux extrémités des pieds; & qu'au milieu D de la verge EF on applique une autre verge BDC qui ſoit jointe à l'extrémité B du pied AB, & de telle manière qu'elle puiſſe ſe mouvoir aux points B & D

d'un mouvement de haut en bas seulement, la longueur de cette verge BC étant double de BD qui est donnée par la position des platines AGH; il est évident que si l'extrémité C est arrêtée, le poids de 1 livre posé sur la platine A fera aussi un effort de 1 livre sur chacune des platines GH. Car 1 livre posée en A ou en B, ce qui est la même chose puisqu'on suppose que le dessus & le dessous de la boëte sont paralleles à l'horizon ou perpendiculaires à la direction des poids, & que les pieds des platines leurs sont posés à angle droit, fera un effort de 2 livres au point D par la troisiéme proposition, & cet effort de 2 livres en D en fera un de 1 livre en E & en F, ou bien sur les platines G & H.

Mais si l'on joint ensemble les pieds LM de deux platines NO telles qu'on voudra du dessus de la boëte, par le moyen d'une verge LM qui soit arrêtée ferme aux extrémités LM, & que l'on fasse passer une autre verge CKI par le milieu K de la verge LM, en sorte que CKI soit arrêtée en K & jointe à l'extrémité C de la verge BC, & qu'elle soit mobile de haut en bas en C & en K sur les points CK; si l'on prend KI égale à CK & que l'extrémité I soit arrêtée, il est évident que le poids de 1 livre en A qui fait un effort de 2 livres sur le point D où il s'appuie, ou bien de 1 livre en G & en H, en fait aussi un de 1 livre

pour élever le point C. Mais l'effort de 1 livre qui reléve l'extrémité C de la verge CI qu'on ſuppoſe retenuë en I, en fait un de 2 livres pour élever le point K, ou bien un de 1 livre à chaque extrémité LM de la verge LM, ou ſur les platines NO pour les élever.

Maintenant s'il y a une verge RT comme les autres, qui ſoit arrêtée comme les autres par ſon extrémité R au pied SR d'une platine d'en bas S & par ſon extrémité T où l'on voudra; ſi l'on applique au milieu Q de la verge RT une autre verge IP qui ſoit jointe à l'extrémité I de la verge CI & dont la longueur ſoit double de IQ. Ayant encore joint les pieds VX des platines d'en bas YZ par la verge VX qui porte dans ſon milieu *a* le milieu d'une verge T *b* qui eſt jointe à l'extrémité T de la verge RT, & dont l'autre extrémité *b* eſt arrêtée au pied de la platine ſupérieure *f*. Enfin ſi l'extrémité P de la verge IP eſt auſſi jointe à l'extrémité P d'une autre verge P *c* qui s'appuïe par ſon milieu ſur le milieu d'une verge *e d* qui joint auſſi les pieds de deux platines de la boëte; il ſera facile à voir que le point I de la verge CI qu'on avoit ſuppoſé arrêté, reçoit du poids A l'effort de 1 livre pour être abbaiſſé, & que cet effort fera celuy de 2 livres au point Q pour l'abbaiſſer auſſi, ſon extrémité P étant retenuë. Mais l'effort de 2 livres en Q fait un effort de 1 livre ſur

chaque point RT de la verge RT, & par conſéquent la platine S ſera pouſſée avec l'effort de 1 livre. Le point T qui fait auſſi un effort de 1 livre pour pouſſer en bas étant appliqué à la verge T *b* en fait un de 2 livres en *a*; & par conſéquent un de 1 livre ſur les extrémités VX de la verge VX & ſur les platines YZ, & ſemblablement un de 1 livre au point *b* pour l'élever; & ſi ce point *b* porte le pied d'une platine *f* il l'élevera avec l'effort de 1 livre. Si au lieu du pied de la platine *f* qu'on a arrêtée en *b* on y avoit accommodé l'extrémité d'une autre verge, on auroit fait la même choſe que dans les précédentes.

Le point P de la verge IP qui ſe joint à l'extrémité de la verge *c* P fait auſſi un effort de 2 livres au milieu de cette verge, & par conſéquent un effort de 1 livre ſur les extrémités *e d* d'une autre verge *e d* qui la coupe & qui en eſt coupée en deux également. Ces extrémités *e d* peuvent auſſi porter les pieds de deux platines & faire le même effet que les autres.

On peut multiplier les verges comme on a fait en T en y appliquant une verge T *b* au lieu du pied d'une platine comme dans les autres, & par ce moyen on peut tranſmettre l'effort du poids P qui ſera de telle peſanteur qu'on voudra, à toutes les platines tant du deſſus que du deſſous de la boëte, où il ſera ſur chacune

chacune le même effort qu'il fait sur la platine A.

On pourroit aussi placer les verges à différentes hauteurs, pourveu qu'elles fussent paralleles au dessus & au dessous de la boëte, en faisant les pieds de deux platines qui sont jointes par une même verge un peu plus longs ou plus courts que la moitié de la hauteur de la boëte; mais il faudroit aussi que la partie de la verge qui les croise & qui la rencontre dans son milieu, eût un coude pour pouvoir gagner le plus ou le moins de hauteur des pieds des platines. Par ce moyen les verges pourroient se croiser l'une sur l'autre en différentes maniéres sans s'embarasser.

On pourroit encore faire la même chose pour des platines qui seroient placées dans les côtés de la boëte, puisqu'il est tres-facile de changer l'effort naturel des poids qui est de haut en bas, en un autre qui soit horizontal.

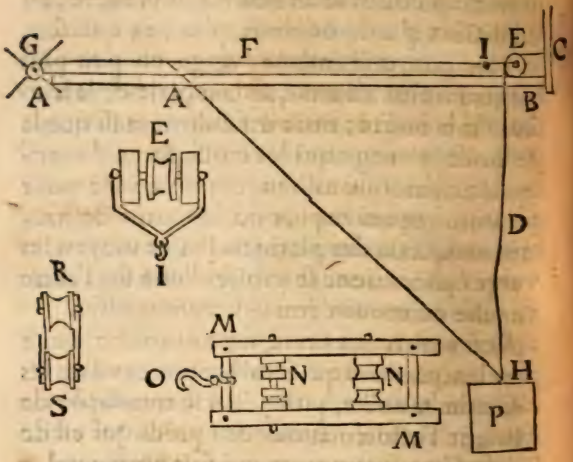
PROPOSITION CVII.

COMMENT *on peut élever un poids par un mouvement oblique.*

Soit le poids P qu'il faut élever obliquement de P en A, la machine qui sert au mouvement étant à la hauteur de A.

Soit une couliſſe AB composée de deux piéces de bois qui sont seulement éloignées

l'une de l'autre autant qu'il faut pour laisser passer librement la corde qui soutient le poids P, & qui soit posée horizontalement. La corde CDH qui soutient le poids P est arrêtée



ferme en C vers l'extrémité B de la couliſſe, & passe dans l'ouverture entre les deux piéces de bois dont elle est faite : elle passe aussi par dessus une roulette E composée de trois piéces, à sçavoir de deux roulettes ou rouleaux à ses extrémités & d'une poulie entre-deux sur laquelle passe la corde CDH. Vers l'extrémité A de la couliſſe il y a un treüil G avec ses bras pour tirer la corde F qui tient à la chappe I de la roulette.

Il eſt facile à voir par la conſtruction de cette machine que lorſque la corde IF tirera la roulette E de B vers A, le poids P montera obliquement de H en A, & que l'élévation du poids P ſera égale à la longueur de la couliſſe AB.

On pourra faire auſſi que l'élévation du poids P ſoit en quelle proportion on voudra avec ſon chemin horizontal, par éxemple que le poids P ſoit êlevé de 20 pieds pendant qu'il en parcourra 60 horizontalement.

Pour cet effet on pourra mettre le mouvement de la corde F qui tire la roulette E de B vers A, à l'extrémité B de la couliſſe avec une poulie de renvoy vers A; ainſi le treüil étant placé vers B qui tirera la corde F, fera avancer la roulette de B vers A. Mais alors il faudra que la corde CDH qui ſoutient le poids P, ſoit tortillée ſur le rouleau du treüil & qu'elle ne ſoit pas attachée immobile en un point C comme cy-devant; il faudra encore que l'endroit du rouleau où elle eſt tortillée ait ſon diamêtre plus petit que celuy où ſe tortille la corde F lorſque le treüil fait avancer la roulette E ſur la couliſſe, & que la corde D ſoit tortillée en ſens contraire à celuy de la corde F, afin qu'elle ſe devide à meſure que l'autre s'entortille. La proportion du diamêtre de la partie du rouleau du treüil où s'entortille la corde F, au diamêtre de l'autre par-

tie où la corde D eſt tortillée, doit être comme le chemin horizontal à la différence des deux chemins, qui eſt icy comme 60 à 40, ou bien comme 3 à 2. Car alors quand la corde F aura tiré par éxemple la roulette E ſur ſa couliſſe par l'eſpace de 6 pieds, la partie du rouleau où la corde D eſt tortillée l'aura devidée de 4 pieds, & par conſéquent le poids P ne ſera monté encore que de 2 pieds, quoyqu'il ait parcouru 6 pieds de mouvement horizontal.

Ce ſera la même choſe pour quelqu'autre proportion que ce ſoit de l'élévation. Il faut ſeulement remarquer que ſi l'on vouloit que le poids P fit un plus grand mouvement en hauteur, qu'en longueur, par éxemple s'il falloit l'élever de 30 pieds pendant qu'il n'en parcourroit que 10 en longueur ou horizontalement, il faudroit que le diamétre du rouleau pour la corde F fut au diamétre de la partie du rouleau pour la corde D comme 10 qui eſt le chemin horizontal, à la différence 20 des deux chemins. Car ſi à chaque tour du treüil la corde F fait 3 pieds de chemin, la corde D en fera 9, car les circonférences des rouleaux ſont en même raiſon que leurs diamétres; & par conſéquent le poids P montera de 6 pieds à cauſe des diamétres des parties du rouleau, & il monte encore de 3 pieds dans le même temps qui eſt égal au mouvement horizontal.

Pour ce qui eſt de la viteſſe du mouvement on pourra la donner telle qu'on voudra; car ſi le treüil ne peut pas tirer les cordes qui font le mouvement avec toute la viteſſe qu'on demande, il le faudra faire par le moyen d'un contrepoids fort peſant qu'on élévera à une hauteur égale au mouvement horizontal, & ayant attaché ce contre-poids à une corde tortillée ſur le rouleau où les autres cordes qui ſervent au mouvement ſont auſſi tortillées, mais en ſens contraire, lorſqu'on lâchera le contre-poids, il fera tourner le rouleau avec une grande viteſſe.

On modére ordinairement ce mouvement par le moyen d'une corde qui ſert à faire la détente & qui étant appliquée contre quelque corps où elle gliſſe & retenuë en ſuite avec la main on la lâche à proportion de la viteſſe qu'on veut donner à la machine. Cette même détente ſert auſſi à rendre le mouvement égal, qui ſeroit autrement fort inégal à cauſe de l'accélération du contrepoids en deſcendant.

Quand on ſe ſert de pluſieurs cordes qui ſont éloignées les unes des autres pour élever le même poids, ou ce qui eſt la même choſe, qui le ſoutiennent en différens endroits, il faudra au lieu de la roulette E ſe ſervir d'un chaſſis ou aſſemblage de bois comme MM, dans lequel il y aura des rouleaux comme N qui ſer-

viront de poulies pour passer les cordes par dessus, ces rouleaux tournant sur leurs axes qui entreront dans les longues piéces du chassis. Ce chassis doit couler sur les deux piéces de la coulisse étant tiré par un crochet O où l'on attache la corde qui sert à son mouvement : mais il faut que le chassis soit entretenu sur les coulisses de peur qu'il ne tombe d'un côté ou d'autre.

On pourroit aussi au lieu de coulisse se servir d'une seule corde bien tenduë sur laquelle passeroit une poulie comme R qui en soutiendroit une autre S qui serviroit pour soutenir la corde du mouvement pendant que la poulie R couleroit en roulant sur la corde qui serviroit de coulisse.

Je ne parle point de quelle maniére on peut faire ces coulisses & les retenir en différens endroits pour les rendre solides, puisque c'est l'affaire des ouvriers qui travaillent à la charpente.

On peut faire aussi de ces sortes de mouvemens qui se croiseront sans s'embarrasser. Car si l'on se sert de chassis comme je le viens d'expliquer, il est facile à voir que les coulisses pourront être coupées & interrompuës en quelques endroits dans un petit espace de 4 ou 5 pouces, ce qui peut suffire pour laisser passer la corde qui soutient un poids qui se meut d'un mouvement différent de celuy qui

eſt porté ſur la couliſſe qu'on a coupée, ſans que le mouvement de ce poids en ſoit empéché. Car le chaſſis ayant ſes longues piéces appuïées ſur celles de la couliſſe, il peut paſſer facilement par deſſus l'ouverture de la couliſſe.

Ce que j'ay expliqué de l'élévation des poids ſe doit entendre de même de leur deſcente.

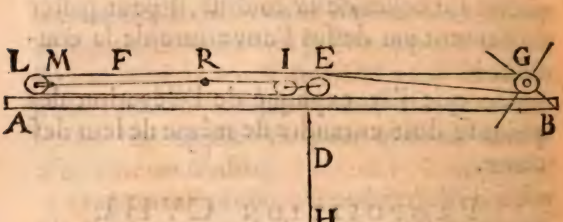
PROPOSITION CVIII.

DES *mouvemens obliques & interrompus.*

Si la corde D du poids P eſt entortillée ſur le rouleau du treüil G, & que la corde F qui doit tirer la roulette E par le moyen de la poulie de renvoi L ſur laquelle paſſe la corde F pour aller s'attacher à la chappe de la roulette E, paſſe encore ſur une autre poulie I qui tient à la chappe de la roulette E, & qu'elle ſoit enfin arrêtée en M vers la poulie L, il eſt évident que lorſque le treüil tournera pour tirer la corde F, il devidera à même temps la corde D qui eſt tortillée ſur le rouleau G en ſens contraire de la corde F. Mais ſi la corde F ſe tortille ſur le rouleau G de ſix pieds de longueur, le poids P deſcendra à même temps de ſix pieds de hauteur, & il ſera auſſi à même temps relevé par le mouve-

ment de la roulette au long de sa couliſſe.

Mais la corde F ayant été tirée de la longueur de 6 pieds elle n'a dû faire avancer la



roulette que de 3 pieds; car comme elle paſſe par deſſus la poulie I, & qu'elle eſt arrêtée en M, elle ne doit faire avancer la poulie I & la roulette E qui tiennent enſemble dans la même chappe, que de la moitié de ſon mouvement.

C'eſt-pourquoy quand la corde F s'eſt tortillée ſur le rouleau G de 6 pieds de longueur, & que la corde D s'eſt auſſi détortillée ou devidée de 6 pieds de longueur la roulette E n'aura fait que 3 pieds de chemin; & par conſéquent le poids P ne ſera remonté que de 3 pieds par le mouvement de la roulette E; il paroîtra donc être deſcendu de 3 pieds qui eſt autant que la roulette a fait de chemin ſur ſa couliſſe, c'eſt-pourquoy il deſcendra par

ce moyen par un angle demi-droit, ou bien il descendra autant qu'il s'avancera.

Enfin si la corde D qui est attachée au treüil, s'est toute devidée & qu'elle commence à s'entortiller du même sens que la corde F, alors le poids P remontera ; mais il doit monter trois fois autant qu'il s'avance vers L. Car si les cordes D & F se sont entortillées de 6 pieds sur le rouleau du treüil, le poids doit être remonté de la hauteur de 6 pieds par le moyen de sa corde D, & il doit aussi être remonté de 3 pieds par le moyen de la roulette E qui l'entraine & qui parcourt 3 pieds pendant que sa corde est tirée de 6 pieds ; donc le poids se sera élevé de 9 pieds pendant qu'il aura parcouru seulement 3 pieds en longueur, qui est le mouvement de la roulette E.

Mais quand la corde D a été entiérement devidée de dessus le treüil & que le poids a commencé à remonter, s'il y avoit eu un arrêt à la corde F comme en R à l'endroit qui passoit alors par dessus la poulie I, en sorte que la corde ne pût plus tourner sur cette poulie, il seroit arrivé la même chose que si elle eût été arrêtée à la chappe de la roulette E ; & le poids seroit remonté de 6 pieds par le mouvement de sa corde D, & de 6 pieds par le mouvement de la roulette E ; il auroit donc parcouru 6 pieds en

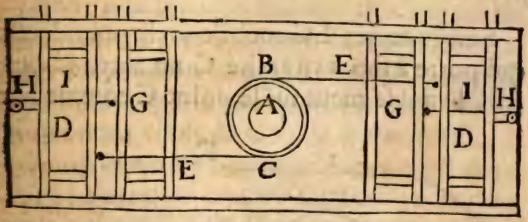
longueur pendant qu'il se seroit élevé de 12 pieds.

Maintenant si les parties du rouleau du treüil sur lesquelles les cordes D & F s'entortillent sont de différens diamétres, il se fera des mouvemens différens & en différentes proportions de ceux que je viens d'expliquer; mais il sera facile de les déterminer ces diamétres étant donnés, ou bien les mouvemens étant proposés il sera facile de trouver les diamétres des parties du rouleau qui y serviront.

On pourra aussi par le même moyen faire qu'une partie du chemin du poids soit horizontal & que le reste monte ou descende perpendiculairement ou obliquement, ce qui ne mérite pas d'être expliqué plus au long. Je ne parle pas non plus des mouvemens circulaires soit en montant ou en descendant, puisqu'ils ne dépendent que de la figure de la coulisse. Il y a dans tous ces mouvemens plusieurs petites précautions à prendre qu'il faut laisser à l'industrie de l'ouvrier.

On peut encore faire plusieurs mouvemens différens & opposés les uns aux autres avec un même mouvement par le moyen des poulies de renvoy, qui changent la direction des mouvemens, ce qui sert principalement à faire les changemens des décorations des deux aîles des théatres; car un seul axe A qui

porte des tambours BC de différens diamétres, venant à tourner par le moyen d'un contrepoids, fait avancer vers le milieu de la scéne par dessous le théatre les faux chassis D qui

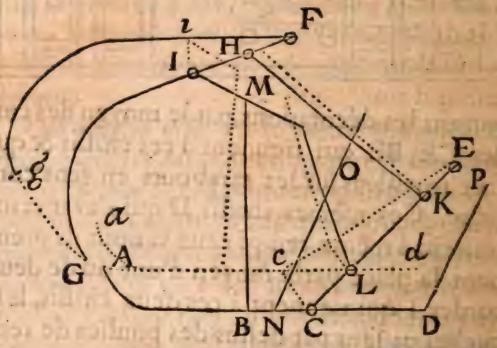


portent les décorations, par le moyen des cordes CE, BE qui tiennent à ces chassis & qui sont tortillées sur les tambours en sens contraire. Ces mêmes chassis D qui s'avancent, retirent à même temps ceux G dont ils prennent la place par le moyen d'une ou de deux cordes I qui tiennent à ces deux chassis, lesquelles passent par dessus des poulies de renvoy H, qui sont scellées dans les murs des deux côtés. Le mouvement ou chemin des deux chassis sera plus grand ou plus petit à proportion des tambours qui portent les cordes de leur mouvement.

PROPOSITION CIX.

DE quelques machines composées de plusieurs leviers.

Soit le levier EC mobile sur le point E, & qui porte à son extrémité C un autre levier ABCD qui se meut sur le point C comme sur



un pivot, & que l'extrémité A de ce levier soit un peu courbée.

Soit encore un autre levier GIF mobile sur le point F, & dont l'extrémité G est fort recourbée vers le bas, en sorte que dans une disposition des deux leviers leurs extrémités A & G se puissent toucher, & puissent même passer un peu l'une sur l'autre.

De plus que les deux leviers EC, FG soient joints ensemble par des verges roides qui soient

ſoient droites ou coudées, comme HK, IML, leſquelles puiſſent ſe mouvoir ſur leurs extrémités avec les leviers auſquels elles ſont attachées.

Enfin que la corde BM ſoit attachée au levier ABD en B & à la verge IL en M, & qu'il y ait encore deux cordes PD, ON à peu prés paralleles & qui ſoient attachées en D & en N des deux côtés de C ſur le levier ABC.

Je dis que s'il y a des puiſſances en P & en O qui tirent les cordes DP, ON avec une autre qui puiſſe faire racourcir la corde BM, les leviers pourront faire pluſieurs mouvemens, dont voicy les principaux.

Si les trois leviers EC, DA, FG ſont diſpoſés de telle maniére que les extrémités G & A ſe touchent, & que les deux puiſſances O & P viennent à tirer à peu prés également les cordes auſquelles elles ſont appliquées, elles feront élever le levier ACD qui prendra la poſition *a c d* à peu prés parallele à celle qu'il avoit auparavant. Mais le levier EC étant obligé de tourner ſur ſon extrémité ou pivot E & de prendre la poſition E *c*, il fera élever le levier FIG qui prendra la poſition F *i g* en tournant ſur ſon point F; car les verges HK, IL le pouſſeront. Mais alors les extrémités *a* & *g* des deux leviers ſeront fort éloignées l'une de l'autre, & de plus l'extrémité *g* s'avancera beaucoup plus que *a*.

Si dans cette disposition du levier E *c* la puissance P tiroit encore sa corde, & que la puissance O relachât un peu la sienne, il est évident que le point *c* demeurant toûjours dans le même endroit par la tension des deux cordes, le point *a* pourroit descendre beaucoup plus qu'il n'étoit en A, & le levier F *i g* étant toûjours dans sa position F *i g*, ce qui doit arriver si la corde MB se relâche un peu, puisque sa position dépend de celle du levier E *c*, il y aura alors une grande distance entre les extrémités des leviers F *i g*, *d c a*.

On voit aussi que les cordes PD, ON tirant & se relâchant alternativement en sorte que le point *c* demeure toûjours dans la même position, & la corde BM se relâchant encore & s'acourcissant, l'extrémité A du levier DCA s'élevera & s'abbaissera considérablement ; & si le point *a* est fort élevé, comme à la hauteur du point *g*, & que la corde BM vienne à se racourcir beaucoup la corde PD se relâchant un peu, le levier F *i g* pourra descendre & l'extrémité *g* passera fort avant par dessus l'extrémité *a*. L'extrémité A pourra enfin passer par dessus l'extrémité G si la puissance P toute seule tire la corde PD ; car l'extrémité A du levier DA qui tourne sur le point C s'écartera de ce point C, & ce point descendant un peu, l'extrémité G du levier FG s'avancera au contraire vers C en tour-

nant sur son pivot F. Ces mouvemens pourront aussi donner lieu aux extrémités de se frotter en coulant l'une sur l'autre.

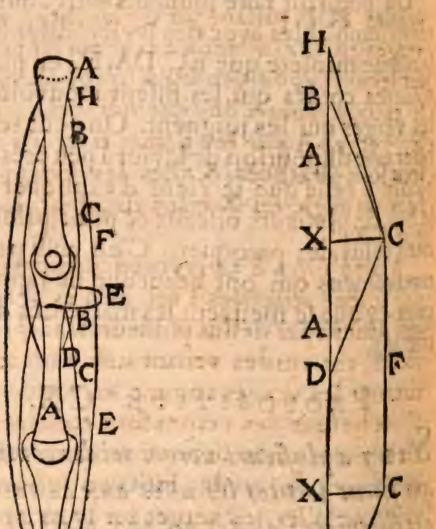
On pourroit faire plusieurs autres mouvemens semblables avec des leviers disposés de la même maniére que EC, DA, FG en plaçant d'autres cordes qui les fissent mouvoir avec les verges qui les joignent. On peut remarquer une disposition de levier à peu prés semblable à celle que je viens d'expliquer dans le bec de plusieurs oiseaux & principalement dans celuy des paroquets. C'est aussi par des mouvemens qui ont beaucoup de rapport à ceux-cy que se meuvent les machoires des animaux.

Proposition CX.

S'il y a plusieurs verges roides comme A qui soient jointes les unes aux autres avec des charnieres ou des genoux placés à leurs extrémités, elles pourront se mouvoir l'une sur l'autre en différentes maniéres par le moyen des cordes qui y seront attachées.

Si les extrémités des verges sont jointes par des charnieres, il est évident que leur mouvement ne pourra se faire que d'un côté seulement sur le clou qui assemble les charnieres, ou sur des éminences qui sont à l'une des

parties & qui tiennent lieu de clou ou de pivot, comme on le remarque aux jointures des pieds d'écrevice. Mais ſi ces extrémités ou



têtes ſont jointes par des genoux ou parfaitement ou imparfaitement, comme ſont la pluſpart des têtes des os des animaux, il eſt évident que le mouvement pourra ſe faire en tous ſens.

Si l'on attache des cordes comme BCD à deux de ces verges les plus proches, quand elles viendront à se racourcir elles pourront fléchir les piéces A sur leurs jointures; car les cordes BCD passant par dessus la tête de ces verges en C elles seront écartées du point X sur lequel ces verges se meuvent; & ainsi en se racourcissant elles tireront obliquement les verges A par les points B & D où elles leur sont attachées, & elles les obligeront de faire un angle en X étant soutenuës sur l'appui CX.

Mais s'il y a d'autres cordes comme HFG qui soient attachées à ces mêmes verges, & qui passent par dessus plusieurs sans y être arrêtées, ces cordes venant aussi à se racourcir tireront les verges comme les autres cordes C; & lorsque les verges sont étenduës directement les unes au bout des autres, l'effort que feront ces cordes HFG en se racourcissant pour plier les verges sur leurs pivots X sera tres-foible à cause qu'elles tirent trop obliquement. Mais lorsque les cordes HFG sont aidées par les cordes BCD l'effort sera tres-grand : car les cordes BCD commençant à plier les verges sur leurs pivots X, alors les cordes HFG tireront les verges plus directement, & avec d'autant plus d'effort qu'étant plus longues, elles peuvent faire un plus grand racourcissement.

On peut auſſi ajoûter des liens comme E qui entretiennent les longues cordes pour les faire tirer du même ſens que les petites.

C'eſt par une mécanique à peu prés ſemblable à celle-cy, que la queuë des animaux peut facilement ſe mouvoir en tous ſens; & c'eſt auſſi de la même maniére que la trompe des Eléfans peut faire tous ſes mouvemens différens; car quoy-qu'il n'y ait pas d'os dans cette trompe, toutes les fibres des muſcles qui ſont comme autant de cordes, ſe retirant d'un côté ou tout-à-fait ou en partie, feront ploier ou toute la trompe ou une partie de ce même côté, les fibres même ſervant en quelque façon de verge ou d'os pour ces mouvemens.

PROPOSITION CXI.

EXPLICATION *mécanique du mouvement de la langue du Pivert.*

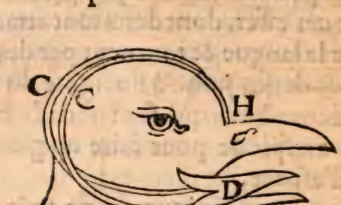
Le Pivert tire ordinairement la langue fort longue hors du bec pour chercher ſa nourriture dans de petits trous qui ſont enfoncés dans l'écorce des arbres. M. Borelli dans la treiziéme propoſition de la ſeconde partie du mouvement des animaux donne une deſcription de cette mécanique. Il dit qu'il y a un muſcle qui a ſon origine ſous le bec vers ſon extrémité, & ſon inſertion à la racine de la lan-

gue, en ſorte que quand ce muſcle vient à ſe racourcir il fait ſortir la langue hors du bec. Mais que pour la retirer il y a quatre muſcles qui font cet effet, dont deux ſont attachés à la racine de la langue & tournent par derriére la tête & par deſſus juſqu'à l'origine du bec; & que les deux autres qui ſont ſous le bec ſont tortillés en ſpirale pour faire un grand effet en peu d'eſpace.

Dans cette mécanique on ne voit pas d'égalité entre les muſcles qui font ſortir la langue hors du bec, & ceux qui la retirent, quoyque ceux qui la pouſſent dehors en la dardant, deuſſent avoir une plus grande force que les autres; car il eſt certain, ſuivant la deſcription de M. Borelli, que ceux qui la retirent peuvent faire un bien plus grand effet que les autres, ce qui ſeroit inutile puiſqu'ils ne doivent ſeulement la retirer que de la longueur dont elle ſera ſortie & ſans aucun effort.

M. Perrault dans la ſeconde partie du troiſiéme tome de ſes Eſſais de Phyſique explique le même mouvement de la langue du Pivert d'une maniére tres-différente de celle de M. Borelli. Il ne dit rien des muſcles que M. Borelli place ſous le bec pour faire ſortir la langue: mais il prétend qu'elle peut s'allonger de trois ou quatre pouces & que ce mouvement ſe fait par le moyen de deux petits cartilages oſſeux HCD qui ſont fort deliés &

fort polis, dont l'extrémité qui eſt vers D ſe joignant enſemble & étant recouverte de chair forme la partie anterieure de la langue.



Ces cartilages vont en tournant par deſſus la tête juſqu'à la racine du bec en H; il dit auſſi qu'ils ſont enfermés dans un canal charnu par le dehors & garni en dedans d'une membrane fort lice & fort gliſſante.

Il prétend que la chair de ces canaux eſt un muſcle dont l'origine eſt au layrinx & l'inſertion aux extrémités des cartilages, & que lorſque ces muſcles ſe racourciſſent d'un côté en tirant vers le larynx les cartilages oſſeux, ils font ſortir la langue hors du bec; au contraire lorſqu'ils ſe racourciſſent de l'autre côté ils la font rentrer.

Il explique ce mouvement en le comparant à celuy d'une machine qu'il avoit fait faire pour mouvoir un corps peſant repréſenté par la verge AB dans cette figure, aux extrémités de laquelle en A & en B il y a une

corde CDEF attachée, qui passant par dessus les deux roulettes GH pent en EF, en sorte que si l'on tire la partie E elle fait avancer la

partie A de la verge vers la roulette G, & au contraire si l'on tire la partie F elle retire vers G & H la partie B qui s'en étoit éloignée.

Ces deux explications sont fort différentes, & il n'y a pas moyen de les pouvoir accorder toutes deux avec la nature.

Proposition CXII.

Explication *mécanique du mouvement de la langue du Cameleon.*

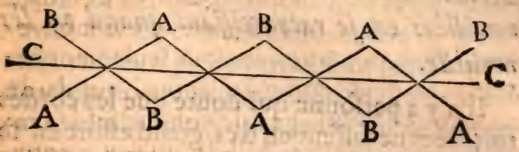
Il y a quelque chose de plus extraordinaire dans le mouvement de cette langue que dans celle du Pivert: car elle s'allonge si fort quand l'animal la darde hors de sa gueule pour attraper les mouches dont il se nourrit, qu'elle devient aussi grande que tout son corps, & ensuite elle se retire & devient fort petite. Il est

tres-difficile de reconnoître par quelle mécanique se fait ce grand mouvement ; car on n'a pu remarquer de muscles qui puissent faire cet effet. M. Perraut qui étoit fort adroit dans la recherche & dans l'éxamen de ces mouvemens extraordinaires, attribuë seulement cet allongement au souffle de l'animal qui darde sa langue hors de sa gueule comme s'il la crachoit avec violence, & il dit qu'il y a apparence que son poulmon, qu'il a plus grand qu'aucun autre animal, sert à ce mouvement.

Mais cette maniére de darder la langue ne me semble pas fort mécanique, & quoy-que ce mouvement soit tres-promt, je crois qu'il peut se faire comme plusieurs autres que nous voyons dans les animaux. Car si cette langue a de deux sortes de muscles dont les uns aient leurs fibres circulaires, & les autres soient étendus au long de la langue, il est évident que lorsque les muscles circulaires viendront à se gonfler ils alongeront la langue, & quand au contraire les muscles longs agiront ils la retireront. C'est par cette même mécanique que les vers s'alongent & se racourcissent autant à proportion que cette langue. On peut voir facilement tous ces muscles à de gros vers qu'on trouve dans la mer.

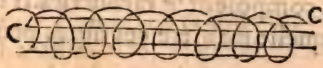
Il se pourroit faire aussi la même chose par le moyen d'un seul muscle qui retireroit la

langue en se gonflant : mais il faudroit supposer que l'état naturel de la langue seroit d'être alongée, & de demeurer tenduë par le moyen



de quelques tendons AA, BB qui feroient un grand ressort & qui s'attacheroient à la partie extérieure de la langue en forme de zig-zag, & que le muscle CC retireroit la langue en se racourcissant.

Il se pourroit faire aussi que ces tendons pourroient être disposés en forme de ressort



à boudin qui tiendroient la langue alongée dans leur état naturel, & qu'un muscle long comme CC la retireroit au dedans de la gueule.

Si l'on pouvoit avoir facilement cet animal, on pourroit peut-être découvrir la vraye mécanique de ce mouvement; mais comme on n'en peut avoir que rarement dans ce pays-cy, il faut se contenter de quelques conjectures.

PROPOSITION CXIII.

EXPLICATION *de l'effort des cordes tortillées en se racourcissant quand on les moüille.*

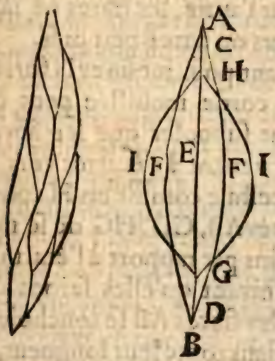
Il n'y a personne qui doute que les cordes tortillées ne fassent un tres-grand effort en se racourcissant quand on les moüille. Voicy comment on peut expliquer cet effet.

L'expérience nous fait voir que ces sortes de corps s'enflent tres-fort quand on les fait tremper dans l'eau, & leurs fibres étant disposées en long, il est certain que si elles s'écartent l'une de l'autre en faisant un ventre, leurs extrémités se rapprocheront & tout le corps qu'elles composent se racourcira. Il faut donc voir de quelle maniére ces fibres peuvent s'écarter.

Il y a fort long-temps que j'ay examiné avec un bon microscope les fibres du chanvre dont on fait ordinairement les cordes, & j'ay trouvé que ce n'étoit que de petits tuyaux qui paroissoient vuides & qui avoient quelques nœuds. Il y a apparence que quand la plante est verte & sur pied, ces tuyaux sont remplis d'une séve qui la nourrit, mais que cette liqueur se déséche peu à peu dans la suite, en passant au travers des pores des tuyaux, sans que l'air puisse remplir la place qu'occupoit cette

cette liqueur ; car nous sçavons par expérience que l'eau passe facilement par des ouvertures où l'air ne sçauroit passer. Les espaces de ces petits tuyaux qui sont compris entre les nœuds étant comme autant de petits vases vuides d'air en partie, sont pressés extérieurement par la pesanteur de l'air : c'est pourquoy lorsque l'eau touche par dehors ces petits tuyaux, elle s'insinuë facilement au dedans en passant au travers de leurs pores, à cause que l'air de dehors qui est plus comprimé que celuy de dedans, la pousse pour l'y faire entrer.

L'effort que l'on fait en tortillant les fibres du chanvre quand on fait la corde les réduit à



un tres-grand nombre de petites cellules en se croisant les unes les autres, & chacune de

ces cellules qui ſont en pointe par leurs extrémités, comme on peut voir par cette figure, venant à s'enfler dans ſon milieu oblige les extrémités de ſe rapprocher, & font par ce moyen racourcir toute la corde.

On peut encore ajoûter à cette raiſon que toutes les fibres qui ſe touchent ne laiſſent pas de place à l'air groſſier dans l'endroit où elles s'approchent de plus prés ; mais que les particules de l'eau qui ſont plus deliées que celles de l'air, s'y inſinuent facilement étant pouſſées & preſſées par la maſſe de l'air ; c'eſt pourquoy ces fibres s'éloignant l'une de l'autre plus qu'elles n'étoient auparavant la corde doit ſe racourcir ; car quoy-que les cordons dont on fait la corde ſoient couchés obliquement l'un ſur l'autre, les fibres ne laiſſent pas d'être droites ou à tres-peu prés.

Maintenant pour meſurer la force avec laquelle une corde moüillée peut élever un poids, il faut ſuppoſer que les fibres A E B, C F D, H I G venant à s'écarter vers le milieu de chaque cellule comme en F I contraignent les extrémités A B, C D, H G de ſe rapprocher plus ou moins par rapport à l'écart qui ſe fait au milieu, ſuivant qu'elles ſeront déja écartées. Car ſi les fibres A B ſe touchoient immédiatement dans toute leur longueur, il eſt évident que la proportion de l'écart qui commencera à ſe faire en E ſera infinie par rap-

port au rapprochement des extrémités AB. C'eſt-pourquoy dans ce cas l'eau qui s'inſinuë dans ces fibres fera élever la corde de quelque poids qu'elle ſoit chargée & quelque petite que puiſſe être la peſanteur de l'atmoſphére de l'air par deſſus l'air contenu dans les cellules des fibres ou entre-deux.

Mais ſi les fibres comme CFD ou HIG ſont déja écartées l'une de l'autre, la proportion de l'écart & du rapprochement qu'elles peuvent faire dans cet état, ſera déterminé & ſera d'autant plus petit que l'écart ſera plus grand.

Si l'on ſuppoſe donc qu'une corde qui a un pouce de diamêtre, & qui eſt chargée d'un poids, peut augmenter le diamêtre de ſa groſſeur de 2 lignes en ſe racourciſſant d'un pouce ſur 6 pieds de longueur quand elle ſera moüillée; je dis que le poids qu'elle peut élever dans ce racourciſſement eſt de 574 livres.

Car une corde d'un pouce de diamétre ſur 6 pieds de long aura de ſuperficie qu'on ſuppoſe toute unie 222 pouces $\frac{1}{2}$. Et ſi la hauteur de toute l'atmoſphére qui pouſſe contre cette ſuperficie pour y faire entrer l'eau, eſt égale en peſanteur à 27 pouces $\frac{1}{2}$ de mercure en peſant l'un & l'autre ſur des baſes égales, comme d'un pouce quarré; puiſque la colonne de mercure peſera 15 livres $\frac{1}{2}$ ſur cette baſe, la peſanteur de l'atmoſphére qui agit ſur la ſuperficie de la corde ſera de 3448 livres. Mais

dans l'équilibre il faut que le moment du poids que soutient la corde soit égal au moment du poids de 3448 livres; & le moment de ce poids est 6896 produit du nombre de ses livres par 2 lignes de chemin qu'il est en état de faire; & par conséquent si l'on divise ce produit par le chemin que la corde est en état de faire en se racourcissant, qui est 12 lignes, on aura $574\frac{2}{3}$ qui est le nombre des livres, qui étant multiplié par 12 fera le moment égal à l'autre : ce qu'il falloit démontrer.

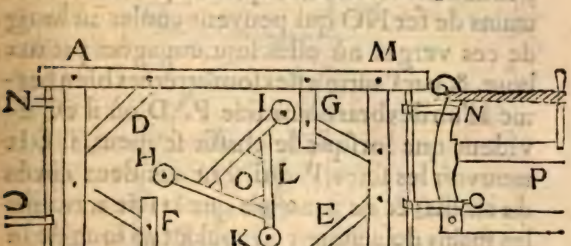
Il s'ensuit de cette démonstration que la longueur de la corde n'augmente pas sa force pour élever le poids, si l'on veut que l'élévation soit toûjours proportionnée à la longueur de la corde : mais il est certain que si l'on suppose que la corde en se renflant de 2 lignes elle se racourcit de 6 lignes seulement sur six pieds, on trouvera qu'elle peut élever un poids double de celuy qu'elle élevoit auparavant; & ainsi des autres proportions.

PROPOSITION CXIV.

EXPLICATION *d'une machine qui sert à faire mouvoir plusieurs scies pour scier des pierres.*

AB est un chassis d'assemblage de figure quarrée qui peut se mouvoir facilement de C

vers B & de B vers C étant entretenu par une espece de couliſſe dans laquelle il ſe meut ſur des roulettes qui ſont attachées à la piéce de



deſſous. Dans ce chaſſis il y a deux piéces de bois en G & en F aſſemblées à l'équaire avec les piéces de niveau AM, CB, & qui ſont retenuës par deux liens avec les piéces du côté du chaſſis. Il y a auſſi dans les deux autres angles du chaſſis deux liens en D & en E qui ſervent à l'entretenir.

Au milieu de ce chaſſis il y a un triangle de bois HIK qui eſt ſoutenu dans ſon milieu ſur un gros arbre L auquel il eſt bien arrêté, & quand l'arbre tourne les angles du triangle qui ſont garnis de petites roulettes en IKH venant à rencontrer les piéces de bois GF l'une aprés l'autre, font mouvoir le chaſſis AB d'un côté & d'autre dans ſa couliſſe en le pouſſant en G & en ſuite en F.

Vers les extrémités des piéces de bois AM, CB il y a deux verges de fer comme MB qui y ſont bien arrêtées, leſquelles portent deux mains de fer NO qui peuvent couler au long de ces verges où elles ſont engagées par un bout, & par l'autre elles ſont arrêtées bien ferme à l'un des bras d'une ſcie P. D'où il eſt évident que lorſque le chaſſis ſe meut, il fait mouvoir les ſcies P qui ſont aux deux côtés du chaſſis; & qu'à meſure que la ſcie travaille les mains deſcendent en coulant au long de la verge MB.

Suivant la force de la puiſſance qui fait tourner l'arbre L, on peut luy appliquer pluſieurs triangles comme HIK qui feront mouvoir autant de chaſſis comme AB, leſquels feront marcher deux fois autant de ſcies.

Les roulettes qui ſont appliquées aux angles du triangle & qui facilitent le mouvement du chaſſis ſont d'un grand uſage à cauſe qu'elles ôtent le frotement qui ſe feroit contre les piéces GF s'il n'y avoit que les angles du triangle qui les rencontraſſent. Mais quoyque ces roulettes ſoient appliquées à ces angles le mouvement ne laiſſe pas d'être inégal, & pour le rendre égal il faudroit que les faces des piéces GF qui ſont rencontrées par les roulettes fuſſent formées en ligne courbe, ce que j'ay démontré & expliqué fort au long dans mon traité des Epicycloïdes.

Voicy la maniére de tracer la courbure de la face des piéces GF.

Du point L pour centre & pour rayon LI égal à la distance qui est entre l'axe de l'arbre L de la machine & le centre de la roulette, ayant décrit le cercle IF, on tracera une portion de cycloïde IS sur la ligne droite IQ qui touche le cercle en I & qui sera la base de la cycloïde, le cercle IF étant le générateur, & le commencement de la cycloïde étant en I. En suite sur tous les points de la cycloïde comme centre on décrira des cercles R qui seront égaux à la roulette, & l'on menera la ligne RR qui touchera tous ces cercles vers la convexité de la cycloïde. La ligne RR sera la courbe qui convient à la face des piéces GF. On pourra prolonger cette ligne RR vers V en luy ajoûtant une portion de ligne droite jusqu'à l'endroit où elle est attachée dans la

piéce AM du chaſſis. Il faut remarquer que la roulette en travaillant doit s'appliquer dans la courbe RR de la même maniére que les cercles RR ſont placés, c'eſt-à-dire que les piéces GF doivent être recourbées vers le milieu du chaſſis.

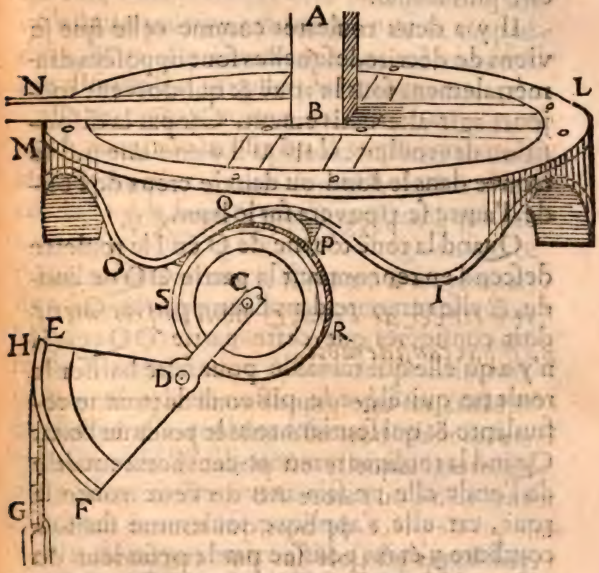
Je ne rapporteray point icy la démonſtration du trait de cette courbe, à cauſe qu'elle ſeroit trop longue & qu'elle m'écarteroit par trop de mon ſujet.

PROPOSITION CXV.

CONSTRUCTION *d'une machine qui ſert à élever de l'eau, & dont le frotement n'eſt pas conſidérable.*

LMOI eſt une grande rouë faite de groſſes piéces de bois aſſemblées les unes avec les autres, laquelle eſt placée horizontalement. L'axe ou l'arbre AB de cette rouë eſt une groſſe piéce de bois qui tourne ſur ſon pivot P qui eſt poſé ſur une crapaudine, & qui eſt ſeulement entretenu par le haut avec une cheville de fer afin qu'il demeure toûjours bien à plomb ou vertical. Cette rouë eſt dentée ou ondée par le bord à la maniére des rouës de rencontre des horloges ordinaires, & elle n'a que cinq ondes comme OI qui agiſſent en paſſant par deſſus la roulette RS laquelle eſt mobile ſur ſon aiſſieu C. Cet aiſſieu

tient au bras DC qui eſt auſſi mobile autour d'un aiſſieu D, & qui tient au ſecteur de cercle DEF en ſorte qu'ils ne peuvent ſe mou-



voir l'un ſans l'autre ; l'aiſſieu D eſt arrêté ferme à quelque aſſemblage de bois.

Sur l'épaiſſeur de l'arc EF il y a une double chaîne platte HG qui eſt attachée vers le haut en E & qui porte deux anneaux à ſon extrémité d'embas pour ſoutenir l'anſe de fer ſur laquelle le piſton d'une pompe refoulante eſt arrêté.

Le levier ou bras N qui ſert à faire mouvoir cette machine paſſe dans l'arbre en B & peut être arrêté ſi l'on veut à la rouë pour être plus ferme.

Il y a deux roulettes comme celle que je viens de décrire, leſquelles ſont oppoſées diamétralement ſous la rouë & qui doivent toûjours agir alternativement. Car par la diſpoſition des roulettes lorſqu'il y en a une qui ſe trouve dans le fond ou dans le creux de l'onde, l'autre ſe trouvera ſur le haut.

Quand la rouë tourne de O en I la roulette deſcend en rencontrant la partie OQ de l'onde, & elle remonte dans l'autre partie. On ne doit conſidérer que cette partie OQ; car il n'y a qu'elle qui travaille pour faire baiſſer la roulette qui éléve le piſton de la pompe refoulante & qui ſoutient tout le poids de l'eau. Quand la roulette remonte dans l'autre partie de l'onde elle ne fait aucun effort contre la rouë, car elle s'applique ſeulement dans ſa courbure y étant pouſſée par la peſanteur du piſton, de ſon anſe & du ſecteur DEF qui l'élévent en retombant en bas par leur propre poids qu'on peut rendre à peu prés égal à celuy de la roulette.

Il eſt facile à voir que la rouë ne fait ſon effort que par ſa peſanteur, en ſorte que ſi elle eſt auſſi peſante que le poids de la colonne d'eau qu'on doit ſoutenir dans les corps de

pompe, la distance des leviers étant compensée, elle ne fera pas un frotement considérable sur son pivot P : mais il faut observer qu'elle doit toûjours être plus pesante afin qu'elle ne puisse pas sortir hors de sa crapaudine, & qu'elle demeure toûjours dans la même disposition à l'égard des deux roulettes.

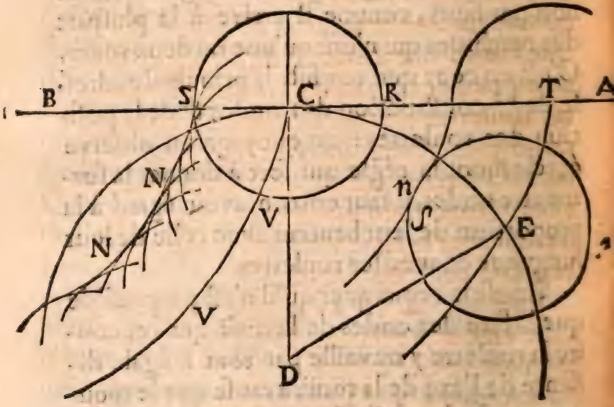
On n'a mis que cinq ondes à cette rouë; car le nombre doit toûjours en être impair, afin qu'il n'y ait qu'une des deux roulettes qui travaille à la fois, & que la puissance qui fait tourner la rouë, agisse par tout également & non par sauts, comme il arrive à la plusparт des machines qui n'ont qu'une ou deux rouës. C'est en cecy que consiste la principale adresse de la construction des ondes & de la position des roulettes : car quoy-qu'on observe éxactement la régle qui sert à donner la forme aux ondes, il faut encore avoir égard à la proportion de leur hauteur avec celle de leur longueur & avec les roulettes.

On doit remarquer qu'il n'est pas possible que la face des ondes de la rouë qui rencontre la roulette y travaille par tout à égale distance de l'axe de la rouë, à cause que le mouvement de la rouë est circulaire & horizontal, & que celuy de la roulette est vertical & à plomb, ce qui peut causer quelque petit frotement.

Pour donner la figure qui convient aux on-

des de la rouë, on les doit considérer comme si elles étoient dans le même plan que celuy de la roulette, & quand on aura déterminé la figure, on la doit appliquer sur la rouë à l'endroit où la roulette la rencontrera, en se servant d'un profil ou calibre taillé de la figure de l'onde.

Ayant donc déterminé le centre D du mouvement du bras DC de la roulette RS & la longueur DC de ce bras; du centre D & pour rayon DC on décrira le cercle CE auquel on



ménera la ligne touchante ABC au point C. Sur la ligne BA pour base & pour cercle générateur CE on décrira la cycloïde CVV, & par tous les points VV comme centres on décrira les cercles N égaux chacun à celuy de la roulette;

roulette ; la ligne courbe SNN qui touche tous ces cercles ſera celle de la figure de l'onde.

Si la face de l'onde étoit en ligne droite ou de quelqu'autre figure que celle-cy, la rouë ne travailleroit pas également ſur la roulette, ce qui cauſeroit beaucoup de difficulté à la puiſſance qui meut la rouë. On doit ſeulement remarquer que l'on ne ſe ſert pas de la cycloïde entiere pour former l'onde ; mais qu'on n'en prend qu'une partie & qu'on doit toûjours la prendre de telle maniére que lorſqu'une des roulettes ceſſe de travailler, il faut que l'autre commence auſſitôt, ce qui demande un peu de ſoin dans l'éxécution. Les petites roulettes auront toûjours dans cette machine plus d'avantage que les grandes, car elles vacilleront moins ſous la face de l'onde, & elles feront toûjours le même effet, qui eſt d'empécher le frotement de l'extrémité C du bras DC contre la face de l'onde.

Pour ce qui eſt de la chaîne qui eſt attachée ſur l'arc du ſecteur de cercle, il eſt facile à voir qu'elle ne ſert qu'à faire élever le piſton toûjours à plomb, ce qui eſt fort utile dans ces ſortes de pompes : car ſi le piſton ne ſe mouvoit pas à plomb de haut en bas il froteroit d'un côté & d'autre contre le corps de pompe, & il le gâteroit en tres-peu de temps.

La démonſtration de la conſtruction de cet-

te machine eſt démontrée dans mon traité des Epycicloïdes.

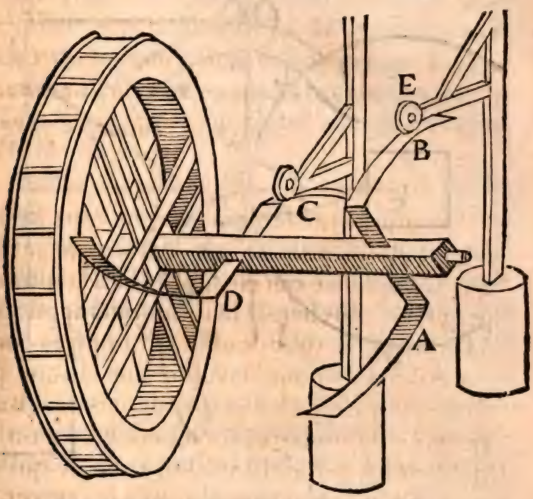
Proposition CXVI.

Construction *des rouës dont les arbres ont des bras ou aîles qui ſervent à élever des piſtons, comme ſont celles des moulins à poudre, à papier, à foulon, à forge, &c.*

On repréſente ſeulement dans cette figure deux piſtons, mais on en peut mettre autant que la puiſſance qui eſt appliquée à la rouë en peut faire marcher. Il faut toûjours appliquer à l'arbre de la rouë deux aîles oppoſées comme AB & CD pour travailler ſur chaque piſton : car lorſqu'une de ces aîles comme B aura quitté la roulette E du bras du piſton & qu'il eſt tombé, auſſitôt l'autre aîle A qui eſt oppoſée à B, doit commencer à le relever.

Il faut auſſi obſerver que s'il y a deux piſtons il faut que les aîles qui les font mouvoir ſoient diſpoſées alternativement autour de l'arbre de la rouë, comme on le voit icy où l'arbre eſt à quatre pans à cauſe qu'il y a quatre aîles & deux piſtons, & où les aîles AB ſont appliquées aux faces oppoſées de l'arbre, & les deux autres CD aux deux autres faces. S'il y avoit trois piſtons & ſix aîles il faudroit tail-

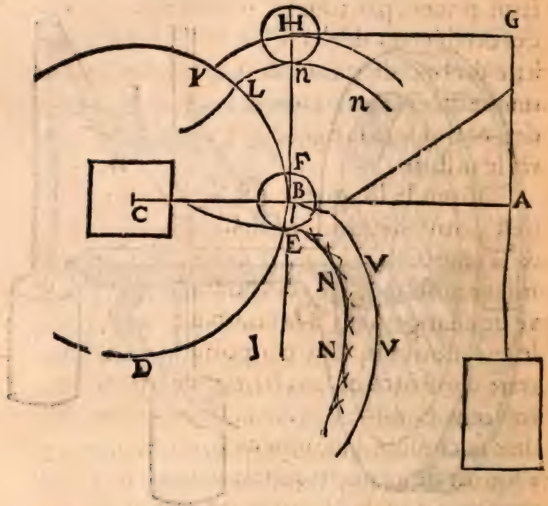
ler l'arbre à ſix pans ; mais ſi il y en avoit huit au lieu de huit pans, on pourroit n'y en mettre que quatre & entremeler les aîles afin que les piſtons fuſſent élevés alternativement.



Il y a deux maniéres pour faire que le mouvement des piſtons ſoit égal, quoy-qu'on n'en repréſente qu'une dans la figure, mais on les expliquera toutes deux dans la conſtruction. Pour ce qui eſt de tout l'aſſemblage de charpente qui doit ſoutenir la rouë & entretenir les piſtons, on le laiſſe à l'induſtrie du Charpentier.

Premiére maniére.

Dans cette premiére maniére on donne la conſtruction de la figure précédente où le bras du piſton eſt en ligne droite, ou comme



on voudra, ayant une petite roulette à ſon extrémité pour rendre ſon mouvement plus facile en roulant ſur les aîles courbes de l'arbre de la rouë.

Ayant mené la ligne droite BI & CB qui luy eſt perpendiculaire & égale à la diſtance depuis le centre de l'arbre de la rouë juſqu'au centre B de la roulette. Du point C pour centre & pour rayon CB on décrira le cercle BD

qui ſera la baſe d'une ligne courbe BVV qu'on appelle Epicycloïde & qui eſt formée par l'extrémité B de la ligne droite BI en roulant ou s'appliquant ſucceſſivement à tous les points du cercle. Cette Epicycloïde VV étant tracée, par tous ſes points comme centres on décrira des cercles N égaux à la roulette du bras du piſton, & l'on ménera la ligne courbe ENN qui touchera tous ces petits cercles, & qui ſera la figure de l'aîle qui doit élever le piſton.

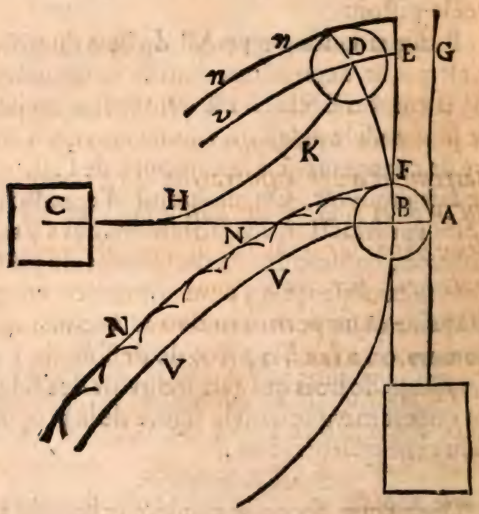
Puiſque la longueur AB du bras du piſton n'eſt point déterminée dans la conſtruction de la courbe ENN, il eſt évident qu'on peut le faire auſſi long qu'on voudra ſans qu'il arrive de changement à la courbure de l'aîle qui le fait mouvoir. On n'a point d'égard dans cette conſtruction aux frotemens qui s'y rencontrent comme à ceux du manche du piſton dans ſa couliſſe qu'on peut diminuer en appliquant deux petites roulettes à ce manche, comme on a fait à la piéce de deſſous de l'aſſemblage de bois qui fait mouvoir des ſcies, ce qui eſt marqué dans la figure de la propoſition cent quatorziéme.

Seconde maniére.

Dans cette ſeconde maniére le bras du piſton eſt de figure courbe & la roulette eſt appliquée à l'extrémité de l'aîle de l'arbre. La figure de cette aîle n'eſt point déterminée,

puiſque l'on n'a égard qu'à ſa longueur depuis l'axe de l'arbre juſqu'au centre de la roulette qui travaille ſur le bras du piſton ; il faut ſeulement prendre garde que la figure comme CKD qu'on donne à cette aîle n'embaraſſe pas le mouvement du bras du piſton.

Soit donc AG le manche du piſton & le centre de l'arbre C ; ayant mené la perpendiculaire CA ſur AG, on marquera ſur CA le rayon



AB de la roulette, & par le point B on tirera BE parallele à AG qui ſera la baſe d'une cycloïde BVV dont le cercle générateur aura

BC pour rayon. Si de tous les points V de cette cycloïde on décrit des cercles N égaux à celuy de la roulette, la ligne courbe FNN' qui touche tous ces cercles sera la figure du bras courbe qu'on doit appliquer au manche du piston GA.

On trouvera la démonstration des deux différentes constructions de cette machine dans le traité des Epicycloïdes, comme celles des précédentes.

Proposition CXVII.

Entre les récréations Mathématiques il y a deux Problémes qu'on regarde ordinairement avec admiration. Le premier est qu'on peut rompre un bâton soutenu par ses deux bouts sur les bords de deux verres, ou seulement sur deux fétus, en donnant un grand coup sur le milieu du bâton, sans que les verres ou les fétus se roment.

Le second est de faire soutenir un seau plein d'eau sur un bâton qui passe dans l'anse du seau, & qui est appuïé sur le bord d'une table.

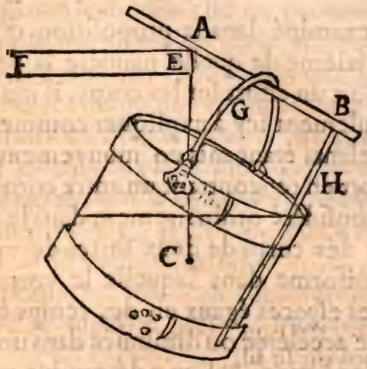
J'ay déja dit cy-devant que la violence du coup avec laquelle on frappe le bâton qu'on veut rompre, fait qu'il se romp pourveû qu'il

ſoit aſſez ſec pour pouvoir ſe caſſer facilement, ſans faire aucune impreſſion conſidérable ſur les corps qui le ſoutiennent. Car on ne doit pas regarder ces corps comme les ſoutiens du bâton, mais l'air ſeulement qui ne peut être fendu avec autant de viteſſe par le bâton qui le rencontre dans toute ſa longueur, que par le corps qui frappe ſur le bâton pour le rompre. Et il arriveroit la même choſe ſi ce bâton étoit ſuſpendu en l'air avec un fil par l'un de ſes bouts & qu'on le frappât par le milieu; car on verroit qu'il ſe romproit en deux l'une des parties tombant au pied de l'endroit même où il étoit ſuſpendu, & l'autre partie demeurant preſque dans la même place ſans faire mouvoir le fil.

Il n'arriveroit pas la même choſe ſi le bâton qu'on veut rompre, n'étoit pas aſſez ſec pour ſe caſſer facilement; car quoy-qu'il luy arrivât la même choſe qu'à celuy qui ſe caſſe, le coup qui le feroit ployer aſſez par le milieu pour le rompre, agiroit enſuite ſur les ſoutiens par l'impreſſion qu'il continuëroit de donner au bâton qui ne ſeroit pas rompu, & & par le reſſort du bâton dont les extrémités ſe redreſſeroient avec violence.

Pour ce qui eſt du ſeau plein d'eau la figure fait aſſez voir que le bâton AB qui eſt appuïé ſur le bord de la table FE en E, ne fait que comme un crochet qui ſoutiendroit le

ſeau & qui ſeroit appuïé par ſon extrémité ſur le bord de la table. Car le bâton AB qui paſſe dans l'anſe du ſeau G eſt ſoutenu par



ſon extrémité B avec un autre bâton H qui s'appuïe ſur le fond du ſeau, en ſorte que l'on doit conſidérer le ſeau avec les deux bâtons AB & H comme un ſeul corps, qui étant vuide entre l'anſe G & la partie A du bâton peut être ſoutenu ſur cette partie A comme ſur un crochet: mais alors il faudra que le centre C de gravité du ſeau rempli d'eau avec l'anſe & les bâtons ſe trouve dans la direction des poids EC qui paſſe par le point E de la table où le bâton AB eſt appuïé.

PROPOSITION CXVIII.

De la maniére dont ſe fait la percuſſion.

J'ay examiné dans la propoſition quatre-vingt-dixiéme de quelle maniére la percuſſion faiſoit un effort ſur les corps, il me reſte donc ſeulement icy à expliquer comment les corps peſants étant mis en mouvement font leur effort en rencontrant un autre corps.

On conſidére ordinairement dans le mouvement des corps de deux ſortes de viteſſe, l'une uniforme dans laquelle le corps parcourt des eſpaces égaux en des temps égaux, & l'autre accélérée ou diminuée dans une certaine proportion, & l'on a déterminé que les corps qui tombent par leur propre peſanteur dans l'air dont on ne conſidére point la réſiſtance, augmentent leur viteſſe dans la raiſon des temps: mais que les eſpaces parcourus dans ces mêmes temps ſont en raiſon des quarrés des temps. Par éxemple ſi un corps comme une bale de plomb a acquis un certain degré de viteſſe à la fin de la premiere ſeconde de temps aprés qu'elle a commencé à tomber, à la fin de la deuxiéme ſeconde elle aura deux degrez de viteſſe, à la fin de la troiſiéme ſeconde elle en aura trois, à la fin de la quatriéme quatre, & ainſi de ſuite : mais ſi dans le temps de la premiere ſeconde la bale de

plomb a parcouru un eſpace de 15 pieds, dans le temps de deux ſecondes elle en parcourra 60, dans trois ſecondes elle en parcourra 135, dans quatre ſecondes elle en parcourra 240, & ainſi de ſuite; ces nombres 15, 60, 135 & 240 étant entr'eux comme les quarrés 1, 4, 9, 16 des temps ou des viteſſes que la bale auroit à la fin de chaque temps. Et par conſéquent les eſpaces parcourus s'augmentent en temps égaux dans la raiſon des nombres impairs de ſuite 3, 5, 7, 9, &c. ce qui eſt une propriété des nombres quarrés.

On ſuppoſe dans cette régle que le milieu liquide n'empêche point le mouvement du corps, & les expériences qu'on en peut faire ſeront d'autant plus conformes à la régle que le corps ſera plus peſant à proportion du milieu, comme ſi on laiſſe tomber une bale de plomb dans l'air; mais il y auroit une tres-grande différence ſi on la laiſſoit tomber dans l'eau; de même que ſi l'on faiſoit tomber dans l'air une bale de bois fort léger, ou de carton vuide par dedans.

Pour ce qui eſt du mouvement du corps qui eſt pouſſé de bas en haut, il ſuit les mêmes proportions dans la diminution des eſpaces qu'il parcourt en montant, que celles de celuy qui deſcend ou qui tombe, mais qui vont au contraire en augmentant.

On conſidére auſſi de deux eſpeces de

corps dont les uns ont du reſſort, & les autres n'en ont point.

La quantité de mouvement d'un corps dans un certain état eſt le produit de la multiplication de ſa peſanteur abſoluë par les degrés de viteſſe qu'il a dans cet état. Comme ſi un corps en rencontrant un autre péſe 6 livres & qu'il ait quatre degrez de viteſſe, on dit que la quantité de mouvement de ce corps eſt 24.

On peut au lieu de la viteſſe ſubſtituer l'eſpace que ce corps eſt en état de parcourir d'un mouvement uniforme dans le même temps: ce qui revient à la même choſe.

De la communication du mouvement dans la percussion.

Si deux corps égaux en peſanteur qui n'ont point de reſſort ſe rencontrent directement en allant l'un contre l'autre avec une égale quantité de mouvement, ils s'arrêteront dans l'endroit où ils ſe ſeront rencontrez.

Cette propoſition eſt évidente, car les mouvemens ſe détruiſent entiérement de part & d'autre en ſe rencontrant.

Mais ſi les corps égaux en peſanteur ont du reſſort ils retourneront en arriére avec la même viteſſe avec laquelle ils ſe ſeront rencontrés. Car les reſſorts de ces deux corps ſe bandant également ils retournent en arriére par la détente du reſſort avec la même viteſſe qu'ils

qu'ils avoient en se rencontrant. On n'a point d'égard aux différens volumes de ces corps ny à leurs figures qui empêchent plus ou moins qu'elles ne puissent se mouvoir dans l'air, où l'on suppose que se fait le mouvement.

Si les deux corps sans ressort soit qu'ils soient égaux ou inégaux n'ont pas une égale quantité de mouvement, le plus foible fera perdre au plus fort une quantité égale à celle qu'il a ; & ils continuëront à se mouvoir avec la quantité de mouvement qui reste au plus fort, qui est la différence des deux quantités : mais le plus fort pert encore une partie de cette différence en la partageant avec le plus foible.

Car puisque ces corps sont sans ressort, le mouvement du plus foible en doit détruire une pareille quantité dans le plus fort, comme si l'un a 12 parties de mouvement & l'autre 8, il est évident que celuy qui en a 8 en détruira 8 parties dans le plus fort, il ne luy en restera donc plus que quatre ; c'est pourquoy il doit continuër à se mouvoir du même sens qu'auparavant, & il doit emporter le plus foible avec luy ; mais alors ils doivent partager entr'eux suivant leur poids, les quatre parties de mouvement qu'ils ont, en sorte que si la pesanteur absoluë du plus fort étoit de 3 livres, & celle du plus foible de 1 livre, le plus fort en aura trois parties, & l'autre

une ; & par conſéquent ils n'auront chacun qu'un degré de viteſſe qui leur ſera commun puiſqu'ils vont enſemble, au lieu que ſi le plus foible avoit été anéanti au moment de la rencontre il ſeroit reſté $\frac{4}{5}$ de degré de viteſſe au plus fort, car il auroit fallu diviſer les quatre parties de quantité de mouvement qui luy ſeroient reſtées par trois livres.

Ce qu'on vient d'expliquer dans les corps ſans reſſort ſur les mouvemens directs & oppoſés directement, ſe doit entendre de même des mouvemens différens d'un même côté. Ce ſera auſſi la même maniére de raiſonner ſi l'un des corps eſt ſans mouvement, comme ſi un corps de 2 livres en repos eſt frappé par un corps de 3 livres avec deux degrés de viteſſe, c'eſt-à-dire qui a 6 parties de quantité de mouvement, la même quantité de mouvement demeurant encore à ces deux corps enſemble, mais étant diviſée par la ſomme de leurs peſanteurs qui eſt 5, ils n'auront plus que $\frac{6}{5}$ parties de degré de viteſſe commune.

Mais ſi les corps ont du reſſort & qu'ils n'ayent pas une même quantité de mouvement en ſe rencontrant directement, il y aura pluſieurs remarques à faire qui dépendent de l'égalité ou de l'inégalité de la peſanteur de ces corps.

1°. Si les corps ſont égaux il eſt évident

que l'inégalité de leur mouvement doit venir seulement de l'inégalité de leur viteſſe ; c'eſt-pourquoy en ſe rencontrant la viteſſe inégale & le reſſort doivent ſe méler enſemble, & il les faut bien diſtinguer pour rendre raiſon de leurs mouvemens. Comme ſi deux bales d'ivoire qui ſont égales ſe rencontrent & que l'une ſoit en repos & l'autre en mouvement avec deux degrés de viteſſe, celle qui eſt en mouvement s'arrêtera tout court, au contraire celle qui étoit en repos prendra tout le mouvement de l'autre & ira avec une viteſſe de deux degrés.

Car lorſque les deux bales commencent à ſe rencontrer elles ſuivent les loix des corps ſans reſſort juſqu'à ce que leur reſſort ſoit tout-à-fait bandé, & par conſéquent depuis le commencement de leur rencontre elles vont enſemble avec un degré de viteſſe chacune ; mais quand leur reſſort eſt tout-à-fait bandé, elles ſe ſéparent pour aller chacune de leur côté avec un degré de viteſſe par la force du reſſort : c'eſt-pourquoy celle qui étoit d'abord en mouvement, & à qui il ne reſtoit qu'un degré de viteſſe pour s'avancer, doit s'arréter tout court en voulant reculer avec la même viteſſe d'un degré, à cauſe que ſes deux mouvemens ſont oppoſés ; mais l'autre acquerant un nouveau degré de viteſſe par le reſſort doit aller du même côté avec deux de-

grés de viteſſe, en ſorte qu'il ſemble que toute la viteſſe de celle qui étoit en mouvement ſoit paſſée dans celle qui étoit en repos.

Mais ſi les deux bales ſont égales & qu'elles aillent en ſens contraire avec des viteſſes inégales, elles permutteront leurs viteſſes aprés le choc, comme ſi l'une avoit trois degrés de viteſſe ; & que l'autre n'en eut qu'un, celle qui n'en avoit qu'un en aura trois, & celle qui en avoit trois n'en aura plus qu'un. Car quand elles commencent à ſe rencontrer elles vont enſemble un peu de temps avec deux degrés de viteſſe, qui eſt la différence de leurs viteſſe par les loix des corps ſans reſſort, mais leur reſſort étant bandé en ſe heurtant l'une contre l'autre avec la ſomme de leurs viteſſes, elles ſe ſéparent avec la moitié de cette ſomme qui eſt de deux degrés ; c'eſt-pourquoy celle qui en avoit trois n'en ayant plus qu'un avant que le reſſort ſoit bandé, & aprés en prenant deux dans un ſens oppoſé, il ne luy en reſte plus qu'un dans ce même ſens ; au contraire celle qui en avoit un en recevant encore deux du même ſens en doit avoir trois,

Cela doit toûjours arriver de la même maniére. Car ſi deux nombres ſont inégaux, la moitié de leur ſomme moins la moitié de leur différence ſera toûjours égale au moindre des deux, & la moitié de leur ſomme plus la moi-

tié de leur différence ſera égale au plus grand des deux.

2°. Si les bales ſont inégales & que leurs viteſſes ſoient égales, comme ſi la bale A étoit de trois onces & la bale B d'une once, & qu'elles euſſent chacune 6 degrés de viteſſe, la quantité de mouvement de la bale A ſeroit 18, & celle de la bale B ſeroit 6. Mais par les loix des corps ſans reſſort, lorſque les bales commencent à ſe rencontrer il ne leur reſte plus enſemble que 12 degrés de mouvement & trois degrés de viteſſe. Mais auſſi quand le reſſort des bales eſt bandé elles doivent ſe ſéparer en partageant la ſomme de leur viteſſe qui ſera 12 degrés, dans la raiſon réciproque de leurs poids, la bale A en aura donc 3 & l'autre 9. Mais la bale A doit s'arrêter à cauſe de ſes viteſſes égales en ſens contraire; & la bale B doit en avoir 2 degrés.

On trouvera de la même maniére que ſi la bale A péſe plus du triple de la bale B, elles iront du même ſens aprés le choc; au contraire ſi elle pêſe moins, elles ſe réfléchiront en ſens contraire. Il y a pluſieurs cas qu'on pourra éxaminer par les mêmes régles comme ſi l'une des bales étoit en repos quand elle eſt choquée par l'autre, ou ſi elles étoient en peſanteur réciproque de leurs viteſſes. Ce ſera auſſi la même choſe ſi les bales ſe rencontrent en allant du même côté, & ſi elles ſont inéga-

les en poids & en viteſſes.

Remarque.

Dans la troiſiéme édition du traité de la Percuſſion, page 136. M. Mariotte avertit que l'on connoîtra facilement par expérience la fauſſeté de l'hypotheſe de ceux qui tiennent que les corps inégaux mis en reſſort prennent par ſa force des quantités de mouvement, ſelon la raiſon réciproque de leurs poids. *Mais il me ſemble qu'ils ont eu raiſon d'avancer cette propoſition puiſqu'elle ſert à prouver l'expérience comme a fait M. Mariotte : mais il faut ajoûter à ce mouvement celuy que les corps prennent avant que le reſſort ſoit entiérement bandé.*

On peut donc tirer de la démonſtration précédente une regle générale pour toutes ſortes de corps qui ſe rencontrent avec quelle viteſſe on voudra.

REGLE GÉNÉRALE.

1°. On prendra la différence des quantités de mouvement des deux corps, laquelle on diviſera par la ſomme de leurs poids, le quotient ſera les degrés de viteſſe commune des deux corps.

2°. On diviſera la ſomme des degrés de viteſſe qu'ils ont d'abord dans la raiſon des poids, & chaque partie priſe réciproquement ſera pour chaque corps la viteſſe qu'il acquiert par le reſſort.

3°. La somme ou la différence de ces vitesses sera la vitesse des corps.

La somme sera pour celuy qui avoit d'abord une moindre quantité de mouvement, & la différence sera pour celuy qui en avoit une plus grande ; & si la vitesse commune dans ce corps est plus grande que sa vitesse de ressort, il ira encore du même côté qu'il alloit auparavant, si elle est moindre il ira en sens contraire, & si elle est égale il demeurera sans se mouvoir.

Exemple.

Soient deux corps A & B dont A pése 3 onces, & B 2. Mais A se meut avec 3 degrés de vitesse contre B qui en a 4.

1°. La quantité de mouvement de A sera 9 produit de 3 de pesanteur par 3 de vitesse, & la quantité mouvement de B sera 8 produit de 2 par 4 ; donc la différence de ces mouvemens sera 1 qui étant divisé par 5 somme de poids sera $\frac{1}{5}$ de degré de vitesse commune pour ces deux corps.

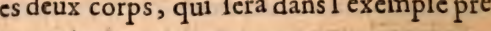
2°. La somme 7 des degrés de vitesse étant divisée dans la raison des poids sera $\frac{21}{5}$ & $\frac{14}{5}$ de degré de vitesse, & étant pris réciproquement $\frac{14}{5}$ seront pour A & $\frac{21}{5}$ pour B pour la vitesse du ressort.

3°. Puisque A a une plus grande quantité de mouvement que B, il faut prendre la différence de $\frac{1}{5}$ vitesse commune & $\frac{14}{5}$ vitesse de

ressort; il restera donc à A $\frac{13}{5}$ de degré de vitesse de ressort ou 2 degrés $\frac{3}{5}$ de vitesse en sens contraire à celle qu'il avoit d'abord. Mais B doit avoir la somme de ses deux vitesses qui sera $-\frac{22}{5}$ ou bien 4 degrés $-\frac{2}{5}$.

M. *Mariotte* donne la maniére de trouver ces vitesses par les divisions d'une ligne, dans la proposition dix-neuviéme de la percussion.

Il pose une ligne AB qui est divisée au point C dans la raison réciproque des poids des deux corps, qui sera dans l'éxemple pré-



cédent AC à CB comme 2 à 3, ou comme 14 à 21, la ligne AB ayant 35 parties.

Ensuite il y fait prendre le point D en sorte que AD représente la vitesse & la direction du corps A avant le choc, & BD celle du corps B; les vitesses étant supposées uniformes, ce qui sera dans nôtre éxemple AD à DB comme 3 à 4, ou bien comme 15 à 20.

Enfin il prend CE égale à CD, & il dit, que la ligne AE sera la vitesse du corps A selon la direction de E vers A, & EB la vitesse du corps B selon la direction de E vers B aprés le choc en D. On aura donc dans nôtre éxemple CD égale à $\frac{1}{35}$; & par conséquent AE sera égale à $\frac{13}{35}$ de AB, & EB égale à $\frac{22}{35}$ de la

même AB. Mais toute la ligne AB représentant les 7 degrés de viteſſe des corps, chaque degré vaudra 5 de ces mêmes parties ; & par conſéquent la viteſſe du poids A ſera de $\frac{35}{5}$ de degré, & celle du poids B de $\frac{22}{5}$ comme on l'avoit déterminé.

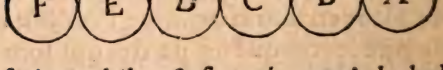
C'eſt auſſi par ces mêmes raiſons qu'on démontre ce qui arrive à un grand anneau de fer ou à un cerceau qui eſt ſuſpendu horizontalement par trois ou quatre fils. Car ſi on le frappe fortement en quelqu'endroit, la partie oppoſée diamétralement à celle qui eſt frappée ne s'avance pas ſelon la direction du corps qui frappe ; mais elle s'approche au contraire vers le centre du cercle. L'expérience le fait voir en ſuſpendant une petite bale au dedans du cercle à ſa même hauteur, & à la diſtance de 2 ou 3 lignes. Car lorſqu'on frappera le cercle à l'endroit oppoſé à celuy où eſt ſuſpendu la petite bale, & que le coup devroit écarter le cercle de la bale, on voit au contraire que le cercle revient contre la bale, & qu'il la choque fortement en la faiſant avancer du côté d'où vient le coup.

Il eſt certain que le cercle s'applatit & même ſe courbe en ſens contraire à l'endroit où il eſt frappé, parce que les parties qui ſont à côté ne peuvent pas s'avancer avec la même viteſſe que celles qui ſont frappées, l'air leur faiſant réſiſtance, comme je l'ay expliqué

dans la quatre-vingt-dixiéme propoſition ; & la figure devenant alors irréguliére doit s'allonger par la vertu de ſon reſſort, & faire rapprocher la partie oppoſée à celle qui eſt frappée.

On explique auſſi par le même moyen ce qui arrive à des bales ou dames d'ivoire qui ſont rangées ſur une même ligne lorſqu'on vient à les choquer directement avec une ou pluſieurs autres de la même nature & égales, & diſpoſées ſuivant la même direction. Car ſi elles ſont un peu éloignées les unes des autres, & qu'il n'y en ait qu'une qui les choque, elle s'arrétera tout court contre celles qui ſont en repos, & la derniere ſeulement s'écartera des autres avec la même viteſſe que celle qui les a frappées ; ſi il y en a deux elles s'arrêteront auſſi contre les autres, & les deux dernieres s'en écarteront avec la viteſſe de celles qui ont frappé ; & ainſi de même dans quel nombre on voudra.

On a démontré cy-devant que s'il y a deux bales à reſſort comme A & B dont B qu'on



poſe immobile eſt frappée par A, la bale A doit s'arréter tout court & elle communique tout ſon mouvement à la bale B. Mais la bale

B qui a pour lors la même quantité de mouvement qu'avoit auparavant la bale A, fait la même choſe ſur la bale C en la rencontrant, & ainſi de ſuite juſqu'à la derniére F qui reçoit tout le mouvement de la premiere par le moyen de toutes les autres, & comme elle n'eſt point arrêtée elle doit ſe mouvoir avec la viteſſe qu'avoit la premiére avant le choc.

On voit par cette démonſtration que l'effort ne répondroit pas éxactement à ce qu'on a propoſé, ſi les bales n'étoient éloignées d'une diſtance égale à celle qu'elles doivent parcourir aprés leur rencontre avant que leur reſſort ſoit entiérement bandé. Car ſi les deux bales A & B qui vont enſemble aprés leur rencontre, en choquent une troiſiéme C avant que leur reſſort ſoit entiérement bandé, elles luy communiqueront une partie de leur mouvement ſuivant les loix des corps ſans reſſort, & ſon reſſort commençant auſſi à ſe bander en allant avec les autres, & faiſant auſſi bander celuy de la bale B à l'endroit où elle la touche, elle empéchera que le reſſort des deux bales A & B dans l'endroit où elles ſe touchent n'acheve de ſe bander comme il avoit commencé, ce qui apportera du changement à la régle qu'on vient de donner; car la balle A doit retourner en arriére, & la bale C ne prendra pas toute la viteſſe de la bale A.

C'eſt auſſi ce qui doit arriver quand toutes

les bales se touchent immédiatement ; car alors on doit considérer le ressort de toutes ces bales comme un ressort continu ; & lorsque la bale A vient à les rencontrer, elle doit leur communiquer à toutes son mouvement, en sorte que s'il y a 6 bales comme dans cet éxemple, il ne doit pas rester à la bale A qui marche avec les autres, que la sixiéme partie de la vitesse qu'elle avoit d'abord suivant les loix des corps sans ressort : mais quand le ressort de toutes les bales sera bandé, les deux extremes A & F seront repoussées par celles du milieu & par leur propre ressort comme si elles étoient toutes seules ; la bale A doit donc retourner en arriére avec la moitié de la vitesse qu'elle avoit d'abord, & la balle F avec l'autre moitié. Mais la bale A n'ayant que la sixiéme partie de la vitesse qu'elle avoit d'abord pour s'avancer, elle doit retourner en arriére avec le tiers de la vitesse qu'elle avoit d'abord ; & la bale F ajoûtant une sixiéme partie avec la moitié aura les deux tiers de celle que la bale A avoit d'abord. On démontrera la même chose s'il y a plusieurs bales ensemble qui choquent celles qui sont en repos, car leur ressort ne doit se bander que successivement & par le retour de celles qui choquent d'abord.

On suppose dans cette démonstration que les bales sont d'un ressort parfait, & que ce ressort

reſſort par ſa détente peut rendre aux bales tout le mouvement qu'elles avoient avant qu'elles ſe rencontraſſent, ce qui n'eſt pas dans les corps dont on peut ſe ſervir pour faire les expériences; c'eſt-pourquoy elles ſeront toûjours un peu différentes de cette régle en ce que le mouvement des bales ſuivra en partie les loix des corps ſans reſſort.

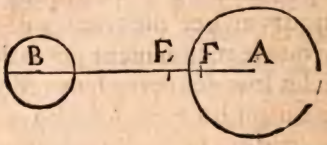
Si l'on faiſoit les expériences avec des anneaux ou cercles, elles s'accorderoient bien plus juſtement avec les régles qu'on a données, à cauſe de leur grand reſſort qui les fait changer de figure, comme on a expliqué, ce qui ne ſemble pas être de même dans des bales ou dans des dames d'ivoire, dont la figure ne change que dans l'endroit qui eſt frappé, où ſe bande le reſſort des particules de l'air qui y ſont renfermées.

DU MOUVEMENT DES CENTRES de gravité des corps qui ſont en mouvement.

LORSQUE deux bales ſont en mouvement toutes deux ou une ſeulement & qu'elles ſe rencontrent, leur centre commun de gravité ſe meut de la même viteſſe uniforme aprés le choc, qu'avant le choc.

Si les deux bales A & B ſont ſans reſſort, & que la bale A ſoit de 3 onces avec un degré de

viteſſe,& la bale B de 2 onces avec 3 degrés de viteſſe oppoſée à la premiere ; il eſt premiérement évident que ſi l'on diviſe la diſtance AB qui eſt entre leurs centres dans la



raiſon réciproque de leurs poids au point E, c'eſt-à-dire EA à EB comme 2 à 3, le point E ſera le centre de gravité commun de ces deux bales dans la poſition A & B. Mais auſſi à cauſe de leurs viteſſes différentes la bale B parcourant toûjours un eſpace triple de celuy que parcourt la bale A, ſi les deux centres peuvent ſe joindre ils le feront au point F qui diviſe AB dans la raiſon directe des viteſſes, c'eſt-à-dire que AF ſera le quart de AB;& parconſéquent le centre de ces deux bales ſera parvenu au même point F, en ſorte que EF ſera les $\frac{3}{20}$ de AB.

Maintenant par la régle des mouvemens des corps ſans reſſort, puiſque le corps A n'a que 3 parties de mouvement, & que le corps B en a 6, la quantité de mouvement qui reſte à ces deux corps joints enſemble ſera 3 parties, qui étant diviſées par la ſomme 5 de leurs peſanteurs donneront $\frac{3}{5}$ de degré de viteſſe

pour les deux corps joints ensemble qui iront selon le mouvement du corps B. Mais puisque le corps B n'a plus que $\frac{1}{5}$ partie du mouvement qu'il avoit depuis qu'il s'est joint au corps A, il ne parcourra dans un même temps que $\frac{1}{5}$ partie de l'espace qu'il parcouroit, c'est-à-dire dans un temps égal à celuy où il a parcouru l'espace BF qui est les $\frac{3}{4}$ de AB; il n'en parcourra que $\frac{1}{5}$ ou bien les $\frac{3}{20}$ de AB. Mais alors le centre de gravité commun des deux corps est joint avec ce corps, le centre de gravité commun parcourra donc un espace égal à EF qui est des $\frac{3}{20}$ de AB dans le même temps qu'il a parcouru EF; & par conséquent la vitesse du centre commun de gravité des corps est uniforme devant & aprés le choc ou la rencontre des corps.

Si les corps ont du ressort, & que la bale A pese par éxemple 3 onces avec 4 degrés de vitesse, & la bale B une once & qu'elle soit en

repos, & si la distance AB est de 4 pieds, leur centre commun de gravité dans cet état sera au point F, qui est éloigné du point A de la distance d'un pied; & par conséquent quand la bale A rencontrera la bale B, supposant que les centres se joignent, le centre de gra-

vité F aura parcouru l'eſpace FB de trois pieds.

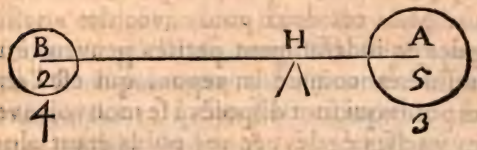
Mais par la régle générale aprés la rencontre de ces corps la bale B aura 6 degrés de viteſſe, & la bale A n'en aura que 2 du même ſens qu'elle alloit d'abord ; & parce que dans un temps égal à celuy qui a précédé le choc, la bale A s'avance ſeulement de deux pieds aprés le choc juſqu'en *a*, à cauſe qu'elle n'a plus que la moitié de la viteſſe qu'elle avoit auparavant, & que la bale A dans le même temps aura parcouru 6 pieds juſqu'en *b* leur centre de gravité commun ſera en *f* à la diſtance d'un pied du point *a*, il y aura donc 3 pieds depuis B juſqu'en *f* ce qui eſt égal à BF, & par conſéquent le centre de gravité des deux bales a fait dans le même temps autant de chemin aprés le choc qu'avant le choc. Ce ſera la même choſe pour toutes ſortes de cas.

On expliquera de la même maniére qu'on a fait cy-devant, ce qui doit arriver aux bales qui ſe choquent obliquement, en compoſant leur mouvement de deux autres dont l'un ſoit parallele au plan qui touche les bales dans le point où elles ſe rencontrent, & l'autre luy ſoit perpendiculaire. Car par ce moyen on peut conſidérer les bales comme ſi elles ſe choquoient directement avec un des mouvemens qui compoſent celuy qui eſt

donné, & avec la viteſſe propre à ce mouvement laquelle eſt déterminée par la perpendiculaire qui eſt le mouvement direct par rapport à la ligne oblique qui eſt le mouvement ou la viteſſe propoſée.

DE L'EFFORT DE LA PERCUSSION de deux poids contre les bras d'un levier.

LORSQUE deux poids A & B qui ſont en mouvement, rencontrent en même temps les extrémités AB d'un levier dont l'appui eſt en H; ces poids demeureront en èquilibre ſi la quantité de leur mouvement étant multipliée par la longueur des bras auſquels ils ſont appliqués, donnent des pro-



duits égaux; ou ce qui eſt la même choſe ſi la longueur des bras HA, HB eſt en raiſon réciproque de la quantité de mouvement des poids.

Soit le poids A de 5 livres avec trois degrés de viteſſe, & le poids B de 2 livres avec quatre degrés de viteſſe, & que les centres de ces

poids choquent dans le même instant les extrémités A & B des bras du levier HA, *HB*. Le poids A aura donc 15 parties de mouvement & le poids B en aura 8, qui sont les produits des vitesses par les poids. Mais comme on peut faire une même quantité de mouvement avec différens poids & différentes vitesses, si l'on divise la quantité de mouvement des poids par une même vitesse, qui pourra être celle de l'un des deux, comme icy 4, ou une indéfiniment petite, on réduira ces poids à deux autres qui avec leur vitesse commune feront le même effort sur les extrémités du levier, puisqu'ils auront une même quantité de mouvement. Comme la quantité de mouvement du poids A qui est 15 étant divisée par 4 degrés de vitesse, donnera le poids de $3\frac{3}{4}$, & celle du poids B qui est 8 donnera 2. Mais ces deux poids avec des vitesses égales & indéfiniment petites peuvent être considérés comme en repos, qui est l'état des poids qui sont disposés à se mouvoir avec des vitesses égales; & ces poids étant alors dans la raison de la quantité de mouvement qu'ils avoient, il faudra diviser la longueur du levier AB en H, en sorte que AH soit à BH réciproquement comme la quantité des poids pour les mettre en équilibre entr'eux. Mais comme les produits des quantités réciproques prises d'un même côté, doivent être

égaux, on aura dans l'équilibre des poids qui choquent les extrémités des bras d'un levier des produits égaux des poids, de leurs viteſſes & de la longueur des bras du levier qu'ils rencontrent : ce qu'il falloit démontrer.

Il ſera facile ſur cette démonſtration de réſoudre les trois problémes ſuivans.

I. Les poids & la longueur des bras du levier qu'ils choquent étant donnés, trouver la proportion des viteſſes qu'ils doivent avoir pour faire équilibre.

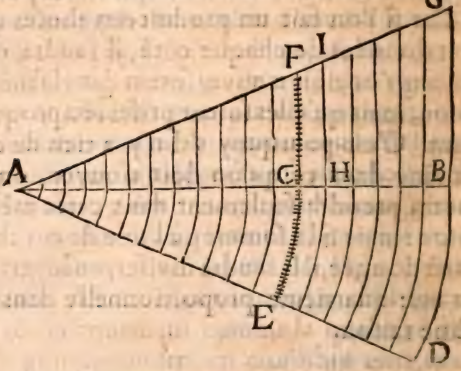
II. Les poids & leurs viteſſes étant données, trouver les parties du levier, ou bien déterminer l'appui.

III. Les viteſſes & les longueurs des bras du levier étant données, déterminer les poids.

Car ſi l'on fait un produit des choſes qui ſont données de chaque côté, il faudra que celles qu'on doit trouver ſoient dans la même raiſon, mais qu'elles ſoient priſes réciproquement. C'eſt-pourquoy s'il n'y a rien de déterminé dans ce qu'on doit trouver, on le pourra prendre ſeulement dans cette même raiſon : mais ſi la ſomme où l'une de ces choſes eſt donnée, il la faudra diviſer, ou luy trouver une quatriéme proportionnelle dans la même raiſon.

DE LA PERCUSSION DES CORPS qui se meuvent autour d'un point fixe.

LEs corps qui se meuvent autour d'un point fixe, comme sont les pendules, ont un mouvement composé de celuy de toutes leurs parties, par les distances de ces parties jusqu'au point fixe qui est le centre du mouvement. C'est-pourquoy ayant déterminé la quantité de mouvement de toutes les parties du corps, il en faudra chercher le centre de gravité, lequel sera nécessairement le centre de percussion, puisque les quantités de mouvement des parties d'un côté & d'autre de ce centre demeureront en équilibre sur ce point.



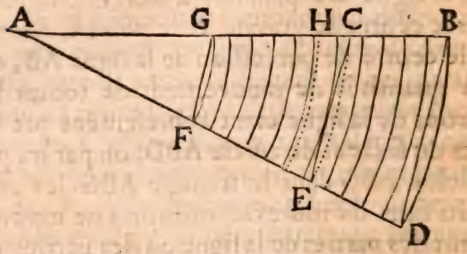
Si l'on propose de trouver le centre de percussion d'une ligne droite AB que l'on regar-

de comme également pesante dans toutes ses parties, laquelle se meut autour de son extrémité A, il n'y aura qu'à diviser le triangle ABG par la ligne CF parallele à BG, & qui passe par le centre de gravité, & le point C donnera le centre de percussion de la ligne AB, car les quantités de mouvement de toutes les parties de la ligne étant représentées par les arcs du secteur de cercle ABD, ou par les paralleles à BG dans le triangle ABG, les produits faits de toutes les quantités de mouvement des parties de la ligne ou des parties du triangle par leurs distances au point C seront égaux d'un côté & d'autre du point C qui sera le centre de percussion de toutes ces parties considérées comme des poids par la précédente démonstration.

Mais si la ligne AH est le côté d'un quarré dont AB est la diagonale, le point H sera le centre de mouvement de la ligne, puisque la ligne HI parallele à BG divise en deux également toutes les quantités de mouvement des parties de la ligne AB.

Ce sera aussi la même chose s'il n'y a que la partie GB de la ligne AB qui soit pesante : car le probléme se réduit à trouver le point C en sorte que la ligne CE qui passe par le centre de gravité de la portion GBFD du triangle ABD dont les parties sont semblables à celles du secteur qui représentent les quantités de

mouvement des parties de la ligne, soit parallele à sa base BD. Et si AH est la racine d'un quarré égal à la moitié des deux quarrés de



AB & de AG, le point C sera le centre de mouvement des parties de la ligne GB.

Mais si sur la ligne AB il y a deux points pésants B & G & qu'on en cherche le centre de percussion C, ce probléme se réduit à ce qui a été dit cy-devant: car la viteſſe du poids B étant déterminée par BD, & celle du poids G par GF, qui sont entr'elles en même raison que les lignes AB, AG, si l'on multiplie le poids B par AB & le poids G par AG, & qu'on divise GB au point C dans la raison réciproque de ces produits qui sont les quantités de mouvement de ces poids, le point C sera le centre de percussion des deux poids. S'il y avoit plusieurs poids sur la même ligne ce seroit toûjours la même chose; car il n'y auroit qu'à prendre le centre de gravité de toutes les quantités de mouvement de ces poids;

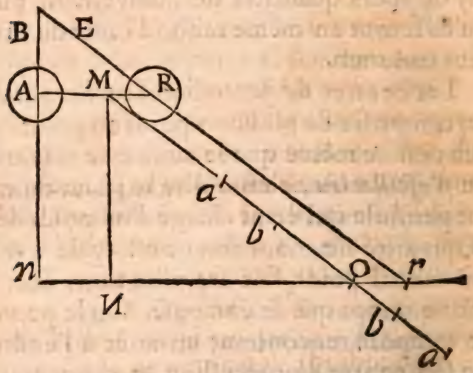
lesquelles seroient considérées comme des poids, & ce centre seroit celuy de percussion, puisque tous ces poids avec leurs viteſſes demeureroient en équilibre sur ce centre en le choquant. On prend le centre de gravité des quantités de mouvement considérées comme des poids; car comme on a déja dit cy-devant, si on les divise toutes par une même viteſſe on aura des poids dont le centre de gravité commun sera le même que celuy de leurs quantités de mouvement, puisqu'ils seront en même raison à cause du diviseur commun.

Les centres de percussion dans les pendules composés de plusieurs poids ou points pesans, est le même que le centre de *vibration* ou d'*oscillation*, c'est-à-dire le point du même pendule qui étant chargé d'un poids dont la quantité de mouvement est égale à celle des autres poids, fait ses vibrations dans le même temps que le composé. Car le pendule composé rencontrant un arrêt à l'endroit de son centre de percussion, le choquera de toute la quantité de mouvement des poids, de même que si un seul poids étant dans ce point & parcourant son arc de cercle dans le mouvement du pendule, avoit la même quantité de mouvement que les autres poids, comme Mrs Hugens & Mariotte l'ont déterminé.

PROPOSITION CXIX.

EXAMEN *des temps dans lesquels les corps tombent par des plans différemment inclinés, & des viteſſes qu'ils acquerrent en différens endroits de leur chûte.*

Si le poids A eſt ſuſpendu à la ligne BA & qu'il ſoit auſſi poſé ſur le plan incliné MO, comme en R, y eſtant ſoutenu par la ligne



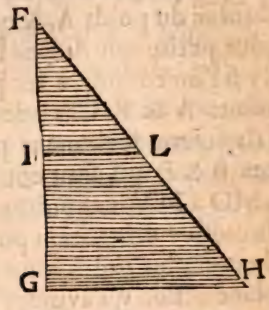
ER parallele au plan incliné MO ; on ſçait par la propoſition quatre-vingt onziéme, que la puiſſance E qui le retient ſur ce plan, eſt à la puiſſance B qui le ſoutient quand il pend librement, comme la hauteur du plan MN à ſa longueur MO, ou bien comme A*n* à R*r* qui leur ſont égales, & qui ſont les chemins

mins que doivent parcourir les centres de ces poids jusqu'à l'horison NO.

Mais comme la puissance B est égale à la pesanteur absoluë du poids A, & que la puissance E est plus petite que A dans la raison de MO à MN; si l'on considére les poids comme deux points A & R sans aucune pesanteur & qu'ils soient seulement poussés par les puissances B & E qui sont entr'elles dans la raison de MO à MN, ces points A & R seront dans la mesme disposition pour le mouvement qu'étoient les poids auparavant, & ils auront la même action qu'avoient les poids.

Maintenant si les points A & R qui sont sans pesanteur, sont poussés par les puissances B & E de toute leur force qui est capable de leur faire parcourir des espaces qui sont entr'eux dans des temps égaux comme ces puissances & que ce soit par des coups répétés dans des instans égaux & indéfiniment petits, & suivant leurs directions A*n*, R*r*; le point A parcourra des espaces selon la ligne A*n* dans des instans égaux, qui seront entreux comme les ordonnées IL dans le triangle FGH, & les parties égales & indéfiniment petites du côté FG du triangle, représenteront les instans égaux, & c'est ce que Galilée a expliqué fort au long dans son troisiéme dialogue du mouvement, & que M. Mariotte a démontré fort clairement par les nombres dans son

traité du mouvement des eaux. Car dans le premier instant le corps parcourt la premiere



ordonnée avec un degré de viteſſe uniforme, dans le ſecond inſtant où il reçoit un nouveau degré de viteſſe pardeſſus le premier il parcourt la ſeconde ordonnée avec deux degrez de viteſſe; dans le troiſiéme inſtant il recevra encore un nouveau degré de viteſſe & avec ces trois degrés il parcourra la troiſiéme ordonnée, car toutes ces ordonnées ſont entr'elles comme ces viteſſes puis qu'elles ſe ſurpaſſent l'une l'autre de ſuite de la quantité de la premiere, & qu'on ſuppoſe que dans chaque inſtant le corps ſe meut d'un mouvement uniforme avec ſa viteſſe particuliere. Ce ſera toûjours la même choſe pour tous les autres inſtans, en ſorte que ſi le centiéme inſtant eſt au point I dans le côté FG du triangle FGH, la centié-

me ordonnée ſera IL que le corps parcourra avec cent degrés de viteſſe uniforme leſquels ſont égaux chacun au premier degré. De même ſi la partie IG du côté FG eſt égale à IF, & qu'elle repréſente encore cent inſtans égaux aux premiers contenus en FI, le corps parcourra dans ces cent inſtans derniers les cent ordonnées contenuës dans le triangle depuis IL juſqu'en GH, & dans le dernier inſtant en G il aura deux cens degrés de viteſſe avec leſquels il parcoura GH qui ſera un eſpace égal à deux cens fois le premier. Ce ſera la même choſe pour toutes les autres ordonnées.

Mais il eſt évident que la ſomme des eſpaces parcourus dans les cent premiers inſtans ſera à la ſomme des eſpaces parcourus dans les deux cens premiers inſtans, comme l'eſpace du triangle FIL à l'eſpace du triangle FGH ce qui eſt dans la raiſon des quarrés des temps : car les inſtans étant indéfiniment petits s'il n'y en avoit que 100 dans FI, & 200 dans FG ces eſpaces parcourus ſeroient comme 101 à 402, & les ſuperficies du triangle ſeroient comme 100 à 400, ou l'on voit que la différence n'eſt pas conſidérable. Mais elle ſera encore bien moindre ſi dans les mêmes eſpaces FI, FG on ſuppoſe qu'il y ait 100000 inſtans dans l'un & 200000 dans l'autre ; car l'on trouvera que les ſommes des

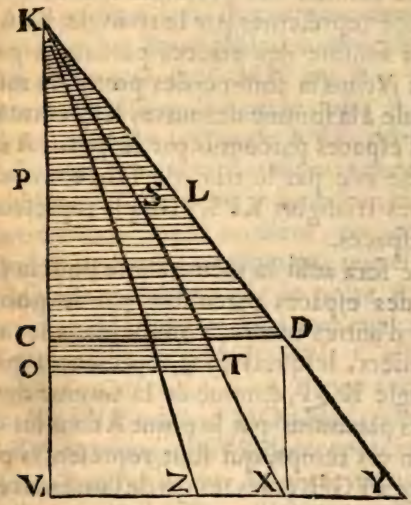
eſpaces parcourus ſeront comme 100001 à 400002 ce qui differe encore bien moins des ſuperficies du triangle qui ſeroient entr'elles comme 100000 à 400000. Et comme les inſtans ſont des parties de temps plus petites qu'aucune partie qu'on puiſſe imaginer, on peut dire que les eſpaces parcourus dans différens temps ſont entr'eux comme les quarrés des temps.

On voit par là que les degrés de viteſſe à la fin de chaque temps ſeront entr'eux comme le nombre des inſtans compris dans chaque temps, c'eſt à dire comme les temps & que les eſpaces parcourus dans ces temps d'un mouvement continuellement accéléré depuis le repos ſeront entr'eux comme les quarrés des temps ou des viteſſes.

Ce que je viens d'expliquer pour le point A doit s'entendre de même pour le point R pouſſé par la puiſſance E qui luy imprimera des degrés de viteſſe qui ſeront aux degrés de viteſſe du point A pouſſé par la puiſſance B, comme MN à MO, c'eſt-à-dire comme les puiſſances E & B qui ſont entr'elles dans cette même raiſon.

Si l'on prend donc des inſtans égaux aux premiers pour le mouvement du point R avec ſes degrés de viteſſe particuliere, il eſt évident que dans des ſommes d'inſtans égaux aux premiers comme KP, PQ & égales aux

premiéres ſommes FI, IG, le point R aura acquis des viteſſes qui ſeront aux viteſſes du



point A comme la puiſſance E qui le pouſſe, à la puiſſance B qui pouſſe le point B. Mais la puiſſance E étant à la puiſſance B comme MN à MO, la viteſſe en P ſera à la viteſſe en I, & la viteſſe en Q ſera à la viteſſe en G, comme MN à MO. Et comme ce ſera la même choſe de toutes les autres viteſſes de ces deux points A & R, & que les eſpaces parcourus avec ces viteſſes dans des temps indéfiniment petits ou inſtans, ſont en même

raiſon que les viteſſes; il s'enſuit que la ſomme des eſpaces parcourus par le point R dans la ſomme des premiers inſtans KP, & qui ſont repréſentés par le triangle KPS, ſera à la ſomme des eſpaces parcourus par le point A dans la ſomme des premiers inſtans FI égale à la ſomme des autres KP, cette ſomme d'eſpaces parcourus par le point A étant repréſentée par le triangle FIL, comme ces mêmes triangles KPS, FIL qui repréſentent ces eſpaces.

Ce ſera auſſi la même choſe pour la ſomme des eſpaces parcourus par le point R dans d'autres temps, comme dans les deux premiers, leſquels ſont repréſentés par le triangle KQT, comme de la ſomme des eſpaces parcourus par le point A dans les deux premiers temps, qui ſont repréſentés par le triangle FGH, & les temps de l'un étant égaux aux temps de l'autre.

Mais ces triangles ayant leurs côtés KP, FI égaux & KQ FG auſſi égaux entr'eux, à cauſe que les temps ſont égaux, ou que les ſommes des inſtans ſont égales, ils doivent être entr'eux comme leurs baſes PS, IL & QT, GH, qui ſont auſſi en même raiſon.

Il s'enſuit donc delà, que ſi l'on donne les eſpaces parcourus par ces deux points d'un mouvement uniformément accéléré avec le rapport des puiſſances qui les pouſſent, on

trouvera les viteſſes qu'ils doivent avoir à la fin des eſpaces parcourus, & les temps qu'ils ont employé à parcourir ces eſpaces.

Car puiſque les eſpaces parcourus ſont repréſentés par les triangles, comme ſi les eſpaces parcourus ſont MN ou A*n* par le point A, & MO ou R*r* par le point R, ayant fait un triangle rectangle KVX tel qu'on voudra qui repréſente les eſpaces parcourus par le point R dans des inſtans d'un mouvement uniformément accéléré, on aura ſon rapport à une autre triangle qui repréſentera les eſpaces parcourus par le point A, puiſque ces deux triangles ſont entr'eux comme les eſpaces donnés MO, MN. C'eſt-pourquoy ſi l'on diviſe VX en Z, en ſorte que VX ſoit à VZ comme MO à MN, ayant mené KZ, le triangle KVZ doit repréſenter les eſpaces parcourus par le point A, puiſque ces deux triangles ſont entr'eux comme leurs baſes qui ont même raiſon que les eſpaces parcourus. Mais comme le rapport des puiſſances qui pouſſent les points R & A, eſt auſſi donné, en ſorte que ſi à la fin de 1000 inſtans égaux repréſentés par KP, le point R ait acquis un degré de viteſſe propre pour luy faire parcourir dans le dernier inſtant l'eſpace PS d'un mouvement uniforme, le point A à la fin des mêmes 1000. inſtans égaux doit avoir acquis un degré de viteſſe pour par-

courir l'espace P L qui sera à l'espace PS comme MO à MN, qui est la raison des puissances qui poussent les points. Car en PS & en PL chacun de ces points aura 1000 degrés de la viteſſe qu'il avoit dans le premier instant, & ces viteſſes sont entr'elles comme les puiſſances qui poussent les points.

Si l'on prend donc sur VX la grandeur VY enſorte que VX soit à VY, comme VZ à VX ou comme MN à MO, qui est la raison des puiſſances, & qu'on méne KY ; il est évident que KY paſſera par le point L : car PS est à PL comme VX à VY, ou comme MN à MO suivant ce qu'on vient d'expliquer.

Je dis maintenant que si par le point X on méne XD parallele à KV juſqu'à KY en D, & qu'enſuite on tire DC parallele à VY, le triangle KCD sera égal au triangle KVZ. Car les triangles KVY, KCD étant semblables seront entr'eux dans la raiſon doublée de celle de leurs côtés homologues, qui est de VY à CD ou VX ; & par conſéquent cette raiſon doublée sera celle de VY à VZ ; donc les triangles KCD KVZ sont égaux.

Le triangle KCD repréſentera donc les eſpaces parcourus par le point A dans des inſtans égaux à ceux des eſpaces parcourus par le point R leſquels sont repréſentés par le triangle KVX. Mais il faut que ces inſtans égaux ſoient des parties égales de la ligne

KV pour les deux points A & R. Puis que l'on a donc posé que la ligne KV représente tous les instans dans lesquels le point R a parcouru l'espace MN représenté par le triangle KVX, la ligne KC doit représenter la somme des instans égaux aux premiers dans lesquels le point A a pourcouru l'espace MN représenté par le triangle KCD, & chacun avec leur viteſſe particuliére.

Mais la somme des instans de l'un est à la somme des instans de l'autre, comme tout le temps que l'un a employé à parcourir son espace proposé, à tout le temps que l'autre a employé à parcourir le sien. C'est-pourquoy le temps que le point R a employé à parcourir l'espace MO sera au temps que le point A a employé à parcourir l'espace MN, comme KV à KC ou comme VY à CD ou VX son égale, ce qui a été posé comme MO à MN. Donc le temps que le point R a employé à parcourir l'espace proposé MO ou R*r*, est au temps que le point A a employé à parcourir l'espace MN ou A*n*, comme MO à MN, qui sont les longueurs des plans entre l'horizon NO & sa parallele AR.

Ce sera aussi la même chose si l'on suppose que les corps AR ayent des viteſſes proportionnées à celles que les puiſſances leurs impriment dans tous les instans, quand elles commencent à les rencontrer: car les espa-

ces parcourus ſeront entr'eux comme les ſegmens ſemblables ILGH de triangles ſemblables, & les viteſſes accélérées garderont auſſi entr'elles la même raiſon.

Il s'enſuit de cette démonſtration que les temps qu'employe un corps à parcourir des plans différemment inclinés à l'horizon, & qui ont tous une même hauteur ſur l'horizon, ſeront entr'eux comme la longueur des plans. Car puiſque ces temps doivent être tous à celuy que le corps employe à tomber verticalement par leur hauteur MN, comme la longueur des plans MO à la hauteur commune MN, ils doivent être tous entr'eux comme la longueur des plans.

Pour ce qui eſt des viteſſes que le corps doit avoir quand il eſt parvenu à l'horiſon en O & en N, je dis qu'elles doivent être égales. Car puis qu'ayant ſuppoſé que VX repréſente la viteſſe que le point R avoit dans le dernier inſtant de ſa deſcente par MO qui eſt au point O, CD doit auſſi repréſenter la viteſſe que le point A avoit dans le dernier inſtant de ſa deſcente par MN qui eſt au point N, & les lignes VX & CD étant égales par la conſtruction, il s'enſuit que les viteſſes de ces deux points ſeront égales dans la ligne NO parallele à l'horizon.

Si les lignes MO, MN n'étoient pas terminées à l'horizon NO, mais que l'une des

deux fuſt plus courte ou plus longue étant terminée en *a*, on ne laiſſeroit pas de trouver comme on a fait cy-devant le rapport des temps & des viteſſes. Car puis qu'on a déterminé que le rapport du temps au temps eſt comme la longueur du plan MO au plan MN quand le corps deſcend juſqu'à l'horizon NO, & puiſque le temps par MO eſt au temps par M*a* comme MO à M*b* qui eſt la moyenne proportionnelle entre MO & M*a*, on aura le temps qu'employe le corps à deſcendre par MN au temps qu'il employe à deſcendre par M*a*, comme MN à M*b*. Et de même puiſque les viteſſes ſont comme les temps dans le mouvement uniformément accéléré, la viteſſe en O ſera à la viteſſe en *a*, comme MO à M*b*. Et puiſque la viteſſe en N eſt la même que celle qui eſt en O, la viteſſe en N ſera à la viteſſe en *a*, comme MO à M*b*.

Si l'on ſuppoſe maintenant que les corps qui ſont fort peſants comme le plomb, parcourrent l'eſpace de 15 pieds dans la premiére ſeconde de temps, ou 3 pieds $\frac{3}{4}$ dans la premiére demi-ſeconde, & qu'on donne l'élévation du plan ſur l'horizon avec la longueur du plan, on pourra trouver par la régle ſuivante le temps que le corps employera à parcourir le plan & la viteſſe qu'il aura à la fin.

Régle par les logarithmes.

Joignez le logarithme de la longueur du

plan donné avec le nombre 9 42597, ôtez de la ſomme le logarithme du ſinus de l'angle d'élévation du plan ſur l'horizon : prenez enſuite la moitié du reſte, ce ſera le logarithme du temps en demi-ſecondes que le corps employe à parcourir la longueur du plan donné.

Enfin ſi l'on joint enſemble les logarithmes de la longueur du plan donné & du ſinus de ſa hauteur ſur l'horizon, & qu'on ôte de la ſomme le nombre 8. 82391, la moitié du reſte ſera le logarithme de l'eſpace que doit parcourir le corps d'un mouvement uniforme en une demi-ſeconde de temps lorſqu'il eſt deſcendu à l'extrémité du plan.

Exemple.

Si la longueur du plan donné eſt de 240 pieds, & ſon élévation ſur l'horizon de 14 degrés 28 min. 40 ſecondes.

On aura pour le logarithme

de 240.	2 38021
nombre à ajoûter	9 42597
Somme	11 80618
logarithme du ſinus de 14 degrés 28. min. 40. ſecondes à ôter	9 39794
reſte	2 40824
moitié	1 20412

ce qui donne le logarithme de 16 qui ſont

des

des demi-secondes que le corps doit employer à parcourir la longueur du plan donné.

Enfin si l'on joint les logarithmes de 240. 2 38021
du sinus de 14 degrés 28 min. 40 secondes 9 39794

Somme 11 77815
nombre à ôter 8 82391

reste 2 95424
moitié 1 47712

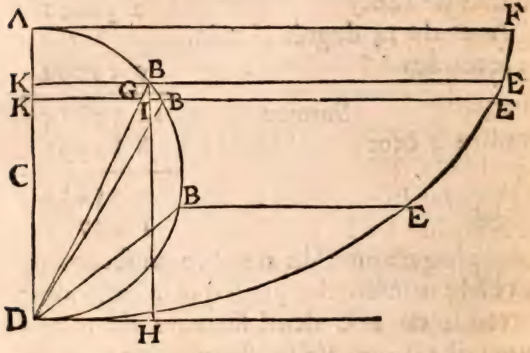
pour le logarithme du nombre 30 secondes, qui est le nombre des pieds que le corps doit parcourir en une demi-seconde de temps quand il est descendu à l'extrémité du plan proposé.

PROPOSITION CXX.

QUE *les corps qui tombent dans une cycloïde renversée arriveront à son sommet dans le même temps, de quelque hauteur que ce soit qu'ils commencent à tomber.*

Soit la demi-cycloïde renversée FED dont AF soit la base, & D le sommet renversé, laquelle soit décrite par le demi-cercle ABD; Je dis qu'un corps qui tombe dans la courbure de la demi-cycloïde FE arrivera à même temps au point D de quelque point E que ce soit qu'il commence à tomber.

Si de tous les points B du demi-cercle générateur ABD on méne des cordes BD, & que par tous les points B on méne auſſi des



paralleles KGBE à la baſe AF qui rencontrent la cycloïde en E, & la corde la plus proche en deſſus en G, & le diamétre AD en K; on ſçait par la nature de la cycloïde que ſa courbe FED eſt formée par des parties égales aux parties des cordes comme BG, qui en ſont les touchantes, & qui ne différent pas de la courbe, quand les arcs BB du cercle générateur ſont tres-petits.

Mais par ce qui eſt démontré dans la précédente propoſition que le corps qui tombe par le plan incliné BG y employe un temps qui eſt à celuy qu'il employe à parcourir BI parallele à AD & compriſe entre les BE, comme les longueurs de ces lignes BG, BI, quel-

que viteſſe que le corps ait en B. Et puiſque la viteſſe qu'il a en G eſt la même qu'en I, il s'enſuit que la ſomme des temps que le corps employeroit à parcourir chaque portion des cordes de ſuite comme BG avec les viteſſes acquiſes ſucceſſivement dans la chûte de chaque partie BG, ſera à la ſomme des temps que le corps employeroit à parcourir chaque perpendiculaire BI, comme la ſomme de toutes les parties BG qui ſont égales à la portion de la cycloïde EED, à la ſomme de toutes les perpendiculaires BI qui ſont égales à BH ou KD.

Mais auſſi par la nature de la cycloïde la portion de la courbe EED eſt double de la corde BD qui luy répond dans le cercle générateur ABD. Donc le temps de la chûte par la portion de la cycloïde EED ſera au temps de la chûte par la perpendiculaire BH, comme deux BD à BH.

Enfin par la même propoſition le temps de la chûte par BD ſera au temps de la chûte par BH, comme BD à BH: donc le temps par EED étant au temps par BH, comme 2 BD à BH, & le temps par BH étant au temps par BD, comme BH à BD, en raiſon égale le temps par EED ſera au temps par BD, comme 2BD ou la courbe EED ſon égale, à BD. Mais par la propoſition centiéme les temps de la chûte par les cordes BD ſont tous égaux

entr'eux; & par conſéquent le temps de la chûte par toutes les portions de la cycloïde EED juſqu'à ſon ſommet D, qui répondent aux cordes ſeront auſſi égaux entr'eux, puiſqu'ils ſont doubles des autres.

C'eſt par cette propriété de la cycloïde que M. Hugens de Zulichem a rectifié le mouvement des pendules qu'il avoit appliqués aux horloges, ce mouvement étant de luy-même inégal. Il a accommodé deux portions de cycloïde au point de ſuſpenſion du pendule, ce qui fait que les vibrations de différentes longueurs ſont *iſochrones* ou d'égale durée. Car ſi le poids du pendule eſt conſidéré comme un point, il décrira une cycloide ſemblable à celles qui ſont jointes à la ſuſpenſion, pourveû que le diamêtre du cercle générateur de ces cycloïdes ſoit égal à la moitié de la longueur du pendule.

Proposition CXXI.

Explication *du mouvement des corps qui ſont jettés, comme des bombes & des jets d'eau.*

On conſidére dans le mouvement des corps qui ſont jettés deux ſortes de mouvemens ſéparés qui ſont ceux en effet qui le compoſent. Car ſi un corps eſt pouſſé ou jetté ſelon une ligne horizontale ou inclinée à

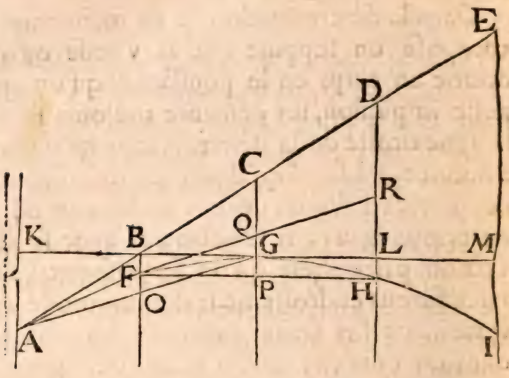
l'horizon comme on voudra avec quelque force, la pesanteur propre de ce corps qui est une autre force, le détourne pour le faire descendre selon la direction des corps pesants.

Dans la détermination de ce mouvement composé on suppose que la viteſſe qu'on donne au corps en le poussant & qu'on appelle impulsion, luy demeure toûjours selon la ligne droite de la détermination qu'on luy a donnée, en sorte qu'il parcourroit toûjours des parties de lignes droites égales entr'elles en temps égaux, si sa pesanteur avec sa direction particuliére qu'on suppose parallele en différens endroits ne le détournoit de ce chemin en luy faisant parcourir des espaces qui sont entr'eux dans la raison des quarrés des temps.

Si le corps A est donc poussé avec quelque viteſſe qui luy faſſe parcourir la ligne droite AE telle qu'on voudra en quatre temps égaux ausquels ils se trouveroit dans les divisions égales de la ligne AE aux points BCDE; & que dans l'espace du premier temps il soit descendu de la longueur BF selon la direction des corps pesans, dans le second temps lors qu'il devroit être en C, il sera descendu sur CG de la longueur CG quadruple de BF; dans le troisiéme temps où il devroit être en H, il sera descendu de la longueur DH égale

à neuf fois BF ; & enfin au lieu d'eſtre en E au quatriéme temps il ſera en I éloigné de E de 16 fois BF.

On voit donc que par ces deux mouve-



mens différens le corps A ſe ſera trouvé dans les quatre temps différens aux points FGHI, qui ſont dans une ligne Parabolique. Car la principale propriété de cette ligne eſt que les quarrés des lignes comme AB, AC, AD, AE ſont entr'eux, comme les lignes BF, CG, DH, EI.

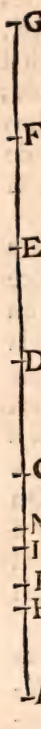
Mais maintenant ſi de l'un des points G de la parabole AGI on méne la ligne droite KBGM qui paſſe par le point B de la ligne droite AE, lequel ſoit également éloigné des lignes de direction des poids qui paſſent par A & par G, & qu'on ſuppoſe que le même

corps qui a décrit la parabole par ſes deux mouvemens compoſés, ſe meuve ſur cette ligne KBGM d'un mouvement égal qui luy feroit parcourir les eſpaces égaux GB, BK, GL, LM enſorte qu'il ſe trouvât dans les mêmes lignes de direction des poids AK, BF, CG, DH, EI dans les mêmes temps où il s'y étoit trouvé quand il a décrit la parabole; je dis qu'il ſe trouvera encore dans les points de la même parabole par la compoſition de ſes deux mouvemens, ſoit qu'il aille de G vers K ou de G vers M.

Car ſi dans le premier temps il devoit être en B ou en L, il ſera deſcendu d'un eſpace égal à BF; & par conſéquent il ſera en F ou en H, ce qui eſt évident pour le point F par la conſtruction: mais pour le point H, puiſque CG eſt quadruple de BF, DL en ſera octuple, y ayant même raiſon de BC à BD ou de BG à BL, que de CG à DL. Mais DH eſt égale à neuf fois BF, donc LH ſera égale à BF. On démontrera de même que AK ſera égale à 4 BF, & MI auſſi; car EI eſt égale à 16 BF, & EM à 12, donc MI eſt égale à 4 BF. Ce ſera la même choſe pour tous les autres points.

Si l'impulſion du corps étoit ſelon la direction naturelle des poids & que le corps allât en deſcendant, il ſe mouveroit en deſcendant ſur la même ligne par ſes deux mouvemens, en ſorte qu'en temps égaux il ajoûte-

roit à des eſpaces égaux, des eſpaces qui ſeroient en raiſon des quarrés des temps, ce qui eſt facile à entendre. Mais s'il ſe mouvoit en montant ſelon la même ligne de direction il ôteroit aux eſpaces égaux, des eſpaces qui ſeroient en raiſon des quarrés des temps. Comme ſi dans des temps égaux le corps A devoit parcourir en montant dans la ligne AG perpendiculaire à l'horizon, des eſpaces égaux, AB, BC, CD en des temps égaux, & que dans le premier temps par ſon mouvement de peſanteur il deſcendît de la longueur *BH* égale à un ſixiéme de AB, lors qu'il devroit être parvenu en C dans le ſecond temps il ſeroit deſcendu de la longueur CI égale à quatre *BH*, & lorſqu'il devroit être en D il ſeroit deſcendu en N de la longueur DN égale à neuf BH, c'eſt-à-dire qu'il ſeroit deſcendu de la moitié de ce qu'il devroit être monté; enfin quand il auroit dû être en G dans ſix temps égaux au premier par ſon impulſion, il ſe trouveroit en A par ſa peſanteur étant deſcendu de 36 BH. Ce ſeroit alors que le corps commenceroit à deſcendre au deſſous du point d'où il a commencé à ſe mouvoir, car ſon mouvement accéléré



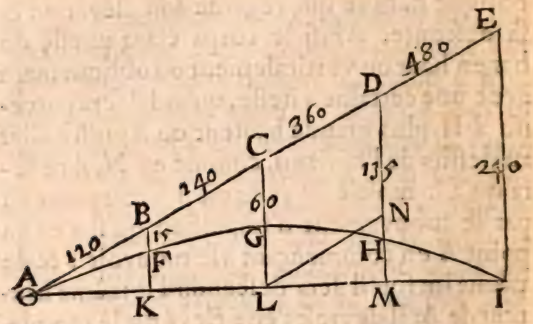
par sa pesanteur seroit plus grand que le mouvement d'impulsion.

Ce sera la même chose pour le mouvement oblique dans ce qui regarde son élévation & sa descente. Ainsi le corps étant poussé de bas en haut ou verticalement ou obliquement avec une certaine viteſſe, quand il sera parvenu à la plus grande hauteur où il puisse aller au dessus de l'horizon, comme en N, il ne sera qu'à la moitié de celle où il seroit parvenu par le mouvement d'impulsion qu'il a eu au point A en commençant à se mouvoir : & de même lorsqu'il sera descendu à la même hauteur de A, il devroit s'être élevé par le mouvement d'impulsion à une hauteur quadruple de sa plus grande hauteur N.

Il s'ensuit donc de là que si l'on donne le chemin AB qu'un corps sphérique tres-pesant & consideré comme un point A, doit parcourir par son impulsion dans un temps determiné comme d'une seconde, on sçaura jusqu'à quelle hauteur il doit s'élever ; car les corps sphériques & fort pesans comme les bales de plomb ausquelles l'air ne peut apporter que peu de retardement dans leur chûte, au moins dans une seconde de temps, tombent par un espace de 15 pieds dans ce même temps suivant les expériences les plus éxactes ; & supposant comme a fait, que les espaces parcourus par les corps pesants en descendant sont

Digitized by Google

en raiſon des quarrés des temps, il s'enſuit que ſi le corps A doit parcourir par ſon impulſion la ligne AB de 120 pieds, laquelle fait l'angle



BAI de 30 degrés avec l'horizon AI dans une ſeconde de temps, le corps deſcendra en F de 15 pieds ſelon la direction des poids *BK*: & à cauſe que l'angle BAI eſt de 30 degrés la ligne BK ne ſera que la moitié de AB; & par conſéquent elle n'aura que 60 pieds dont BF ſera le quart.

Par la même raiſon AC étant de 240 pieds, CL ſera de 120, & CG quadruple de BF ſera de 60, qui eſt la moitié de CL. Enfin on trouvera que le corps doit parvenir en I ſur l'horizon AI lorſque le chemin de l'impulſion AE ſera double de CA ou quadruple de AB, & que EI ſera égale à 16 BF.

Maintenant à cauſe de la parabole AGI ſi l'on a un de ſes points donné de poſition

comme H autre que le point A, & qu'il ſoit au dedans ou au dehors de l'angle EAI donné dont AI eſt l'horizon & AE la ligne du mouvement d'impulſion qui doit toucher la parabole en A, & qu'on cherche la plus grande hauteur de la parabole par deſſus l'horizon, c'eſt-à-dire la poſition de l'axe CL, & le point G de la parabole ſur l'axe, lequel eſt ſon ſommet; on ſçait par la nature de la parabole que ce point G coupera CL en deux également, & qu'il y aura même raiſon du quarré de AD au quarré de AC, que de la ligne DH perpendiculaire à l'horizon laquelle paſſe par le point H, à CG, ou que de deux DH à deux CG qui ſont égales à CL. Mais auſſi le quarré de AD eſt au quarré de AC comme le quarré de DM au quarré de CL : donc le quarré de DM au quarré de CL, comme 2 DH à CL; & par conſéquent le produit du quarré de DM par CL ſera égal au produit du quarré de CL par 2 DH, & chacun de ces produits étant diviſé par la hauteur commune CL on aura le quarré de DM égal au rectangle de CL par 2 DH, ce qui donne la proportion de 2 DH à DM, comme DM à CL. Il faut donc trouver ſur DH la ligne DN qui ſoit la troiſiéme proportionnelle aprés 2 DH & DM, & la moitié de DN ſera la plus grande hauteur de la parabole au deſſus de l'horizon. Si par le point N on méne NL parallele à AE qui coupe AI au

point L, ce point ſera l'endroit de l'horizon par où l'axe CL de la parabole doit paſſer.

Par les expériences que l'on a qu'un corps ſphérique d'une matiére fort peſante comme du fer ou du plomb, parcourt en deſcendant par ſa peſanteur depuis ſon repos une longueur de 15 pieds dans le temps d'une ſeconde, & ſi l'on ſuppoſe que les autres eſpaces parcourus par un corps en deſcendant dans des temps égaux, ſoient entr'eux comme les quarrés des temps depuis le commencement de la chûte, il eſt certain que la longueur de la ligne DH étant donnée, on aura le temps que le corps a employé à parcourir la parabole depuis A juſqu'en H. Car ſi l'on tire la racine quarrée du nombre des pieds qui ſont en DH & qu'on la diviſe par 7 pieds $\frac{1}{2}$ on aura le temps en demi-ſecondes que le corps a employé à parcourir l'eſpace parabolique AGH. C'eſt-pourquoy le point H étant donné avec le point A de la parabole, on connoîtra quel ſera le mouvement d'impulſion ſur la ligne AD, c'eſt-à-dire quel nombre de pieds il parcourt en une demi-ſeconde de temps. Car il n'y aura qu'à diviſer la longueur de AD par le nombre des demi-ſecondes que l'on vient de trouver.

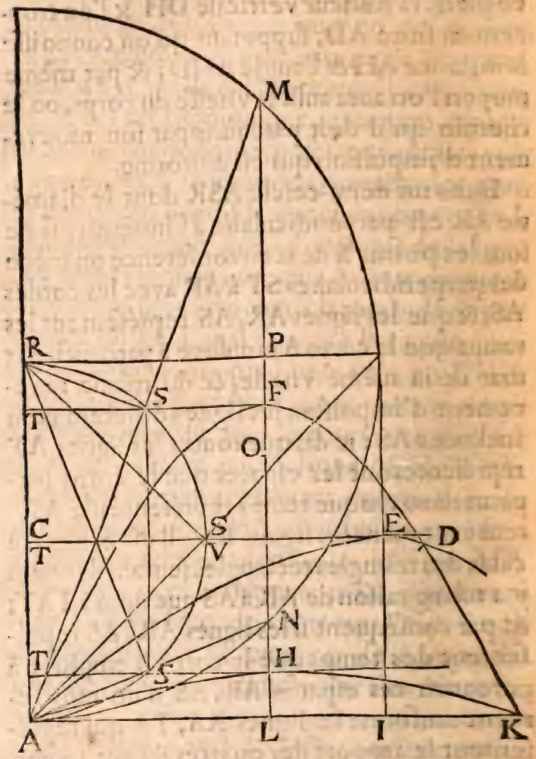
Si les lignes AD & HD n'étoient point données, & qu'on connut ſeulement le temps qu'il faut au corps pour aller du point A juſqu'en

qu'en H d'un mouvement parabolique, ayant multiplié les demi-secondes de ce temps par 7 pieds $\frac{1}{2}$ & le produit étant quarré, on aura en pieds la hauteur verticale DH, & l'on trouvera en suite AD, supposant qu'on connoisse la distance AH & l'angle AHD; & par même moyen l'on aura aussi la viteſſe du corps, ou le chemin qu'il doit parcourir par son mouvement d'impulsion qui est uniforme.

Dans un demi-cercle ASR dont le diamétre AR est perpendiculaire à l'horizon, si de tous les points S de la circonférence on mène des perpendiculaires ST à AR avec les cordes AS, & que les lignes AR, AS repréſentent les temps que le corps A employe à parcourir par tout de la même viteſſe, & du même mouvement d'impulsion les lignes différemment inclinées AS: je dis que toutes les lignes AT repréſenteront les eſpaces que le corps parcourt dans chaque temps repréſenté par AS.

Ayant mené les lignes RS, il est évident à cauſe des triangles rectangles ſemblables qu'il y a même raiſon de AR à AS que de AS à AT; & par conſéquent ſi les lignes AR, AS repréſentent des temps que le corps A employe à parcourir ces eſpaces AR, AS d'un mouvement uniforme les lignes RA, TA qui repréſentent le rapport des quarrés de ces temps, repréſentent auſſi les eſpaces que parcourt le corps en tombant depuis le repos d'un mou-

vement accéléré dans le rapport des temps marqués ou représentés par AR & AS. Ce que nous disons de la chûte, doit s'entendre de



même de sa montée ou de son élévation, comme on a veû cy-devant.

Mais on a démontré que lorſqu'un corps eſt deſcendu juſqu'à l'horizon d'où il étoit parti, par un mouvement accéléré depuis le repos en A juſqu'à ſa plus grande élévation, & de là par les mêmes degrés juſqu'à l'horizon, il devroit s'être élevé par ſon mouvement d'impulſion uniforme d'une hauteur quadruple de celle où il s'eſt élevé par le mouvement d'accélération inégal. C'eſt-pourquoy ſi dans le vertical le corps ne peut s'élever que depuis A juſqu'en R & deſcendre en ſuite en A par le mouvement d'accélération, il devroit dans le même temps avoir parcouru avec le mouvement d'impulſion ſelon la verticale AR un eſpace quadruple de AR, & dans le temps de ſa montée un eſpace double de AR. Et comme ce ſera la même choſe pour toutes les cordes AS, il eſt évident que lorſque le corps ſera parvenu à l'horizon étant pouſſé ſuivant la direction des cordes il doit rencontrer l'horizon à une diſtance du point A laquelle ſoit quadruple de ST, puiſque par le mouvement d'impulſion il devroit parcourir un eſpace quadruple de AS quand le corps ſe trouve dans l'horizon ; & cette diſtance ſur l'horizon quadruple de ST eſt appellée l'*amplitude* de la parabole ou du jet: & par-conſéquent l'axe de la parabole ſur lequel eſt ſa plus grande hauteur au deſſus de l'horizon ſera éloigné de A de deux ST.

Il s'enſuit donc de là que le jet qui à la plus grande amplitude ſera AE qui ſe fait par la ligne AV élevée de 45 degrés ou d'un angle demi-droit ſur l'horizon, puiſque ST dans ce cas eſt égale au rayon du cercle qui eſt la plus grande de toutes les lignes ordonnées comme ST. Il s'enſuit encore que les jets AF, AH qui ſont au deſſus & au deſſous de 45 degrés à égales diſtances du point V, auront des amplitudes AK égales, puiſque leurs ST ſont égales : c'eſt-pourquoy on pourra avec la même viteſſe jetter le corps A à un même point K de la ligne horizontale par deux jets différens AM, AN qui ſeront également éloignés de AV ; mais le jet ne pourra jamais paſſer au delà du quadruple du rayon du cercle. Si l'amplitude d'un jet eſt donnée ſa quatriéme partie déterminera l'ordonnée ST dans le demi-cercle, & par-conſéquent on aura l'inclinaiſon de la ligne AS par laquelle il faut faire le jet, & le demi-cercle doit avoir pour diamétre AR qui eſt une ligne égale à la plus grande hauteur du jet vertical.

Ce que je viens de dire des jets par rapport à l'horizon doit s'entendre de même de quelqu'autre ligne inclinée à l'horizon comme on voudra. Car dans la premiére figure de cette propoſition, ſi FH étoit l'horizon, ce qu'on déterminera pour la parabole FGH ſera de même pour la parabole AFG par rapport à la

ligne AG, car la hauteur OF sera égale à la hauteur GP, pourveû que les lignes CP, KA soient à même distance l'une de l'autre que les lignes BO, LH; & la formation de AFG s'en fera par le jet selon la ligne ABC de même que celle de FGH par le jet FQR, & les lignes BF, QG étant égales, CG & RH le seront aussi.

Je dis maintenant que si les lignes TA sont les plus grandes hauteurs ou élévations des paraboles au dessus de l'horizon ou de leurs lignes qui marquent leurs amplitudes, les lignes RT seront égales au quart du paramétre de ces mêmes paraboles.

Car par les propriétés de la parabole si AL est une ordonnée à l'axe FL, le quarré de AL sera égal au rectangle de FL ou TA sous le paramétre: mais le quarré de ST qui est toûjours la moitié de AL ou de TF étant égal au quart du quarré de AL doit aussi être égal au quart du rectangle de TA sous le paramétre, ou bien égal au rectangle de TA sous le quart du paramétre, ce qui est la même chose. Et à cause du demi-cercle le quarré de ST étant égal au rectangle de TA sous RT, il s'ensuit que RT sera le quart du paramétre de la parabole.

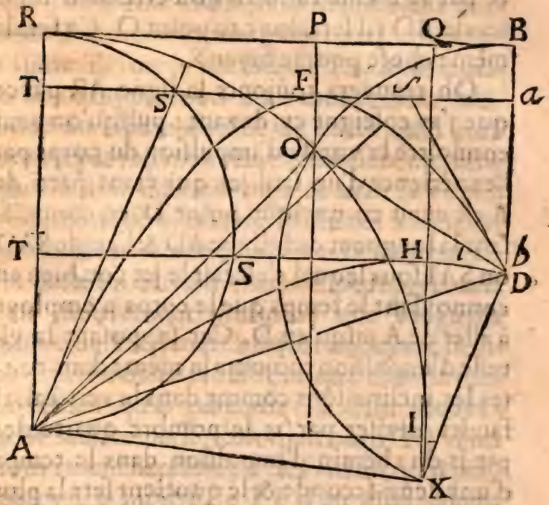
Mais aussi par les propriétés de la parabole, le foyer comme O sur l'axe doit être éloigné de son extrémité F du quart du para-

métre ; c'eſt pourquoy dans tous ces jets paraboliques le diamétre AR ſera égal à la plus grande hauteur de la parabole & au quart du paramétre de ſon axe.

Mais par une propriété des foyers O de la parabole ſi la ligne RP eſt perpendiculaire à l'axe de la parabole & qu'elle ſoit éloignée de ſon ſommet F du quart du paramétre ou de la diſtance FO entre le ſommet & le foyer, toutes les lignes comme AR qui ſont menées perpendiculaires d'un point A de la parabole à la ligne RP ſeront égales à celles qui ſont menées de ce même point A au foyer O. *Ainſi* dans cette conſtruction la ligne AR qui eſt le diamétre du cercle ASR, ſera par tout égale à la diſtance du point A juſqu'au foyer.

Il s'enſuit de cette propriété que ſi l'on donne les deux points A & D comme on voudra, en ſorte que le jet qui part du point A doive paſſer par le point D, & qu'on ait auſſi la plus grande hauteur AR du jet vertical qui ſe fait avec la même viteſſe d'impulſion que celuy qu'on demande, il ſera facile de déterminer le foyer, l'axe & la plus grande hauteur de la parabole du jet, & par conſéquent la ligne d'impulſion par laquelle ſe doit faire le jet. Car du point A pour centre & pour rayon AR ayant décrit le cercle ROX ; & de même pour centre D & pour rayon DB parallele à AR & qui ſe termine dans la ligne RPB paral-

lele à l'horizon, ayant décrit le cercle BOX qui coupe le premier ROX aux points O & X, je dis que ces deux points sont les foyers



de deux paraboles qui satisfont à la question. C'est-pourquoy ayant mené des points O & X les lignes OP, XQ paralleles à AR jusqu'à RB & les ayant coupées en deux également en F & en H, ces points F & H seront les sommets des deux paraboles. Enfin si l'on tire FT, HT paralleles à l'horizon qui rencontrent le demi-cercle ASR aux points S, les lignes AS seront les directions des jets ou les lignes d'impulsion.

Tout cecy eſt évident par ce qui a été démontré cy-devant, puiſque la ligne AO étant égale à AR le foyer doit être ſur le cercle RO; & par la même raiſon il doit être auſſi ſur le cercle BO; il ſera donc au point O. Ce ſera la même choſe pour le foyer X.

On trouvera toûjours la ligne AR par ce que j'ay enſeigné cy-devant: puiſqu'on peut connoître la viteſſe d'impulſion du corps par l'expérience d'un ſeul jet qui étant parti de A eſt venu en quelque point D, en connoiſſant la longueur de la ligne AD & l'angle SAD ou SAI ſous lequel s'eſt fait le jet; ou bien en connoiſſant le temps que le corps a employé à aller de A juſqu'en D. Car ſuppoſant la viteſſe d'impulſion toûjours la même dans toutes les inclinaiſons comme dans le vertical, il faudra diviſer par 15 le nombre quarré des pieds du chemin d'impulſion dans le temps d'une demi-ſeconde, & le quotient ſera la plus grande hauteur du jet; ce qui eſt évident dans cette hypotheſe, puiſque les $\frac{1}{15}$ du quarré du chemin en une demi-ſeconde ſera égal au chemin du mouvement d'impulſion verticale dans le temps que le mobile par ſon mouvement inégal ſera retourné au point d'où il étoit parti.

J'ay démontré dans la quatriéme figure de cette propoſition que dans le temps que le corps ſera monté ou deſcendu de la longueur

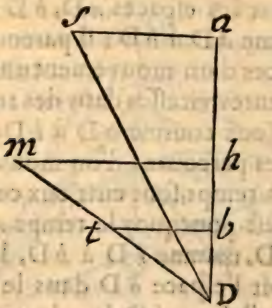
de AT, il devroit avoir parcouru par ſon chemin d'impulſion uniforme le double de AS ſelon la touchante AS de ce jet; ou bien ce qui eſt la même choſe, il devroit avoir parcouru d'un mouvement horizontal uniforme la ligne TF ou le double de TS. Mais puiſqu'un corps parcourt d'un mouvement uniforme un eſpace double de celuy qu'il parcouroit par ſon mouvement accéléré en tombant, dans le même temps & avec la viteſſe qu'il a acquiſe à la fin de ſa chûte, il s'enſuit que le corps étant tombé de la hauteur de TA dans un certain temps il peut parcourir d'un mouvement uniforme une longueur double de TA dans le même temps avec la viteſſe qu'il aura en A. Et puiſque dans le même temps qu'il parcourt TF d'un mouvement uniforme il doit parcourir TA d'un mouvement accéléré, il eſt évident qu'il parcourra TS moitié de TF d'un mouvement uniforme dans le même temps qu'il parcourra TA auſſi d'un mouvement uniforme & avec la viteſſe qu'il auroit acquiſe en A en tombant de la hauteur TA, & par-conſéquent il faut que les viteſſes ſoient entr'elles dans la même raiſon des lignes TS, TA. Mais par la régle de la chûte des corps la raiſon des viteſſes ou des temps qui eſt la même doit être celle des racines dont les quarrés ſeront les eſpaces parcourus d'un mouvement accéléré:

c'eſt-pourquoy le quarré de TA ſera au quarré de TS comme les eſpaces parcourus en tombant par un mouvement accéléré depuis le repos. Mais auſſi à cauſe que TA eſt à TS comme TS eſt à TR, la ligne TA ſera à TR comme le quarré de TA au quarré de TS; & par conſéquent la viteſſe que le corps aura acquiſe étant tombé de la hauteur TA ſera à la viteſſe qu'il aura acquiſe étant tombé de la hauteur RT, comme TA à TS, & ainſi avec celle qu'il aura en T il parcourra l'eſpace TF d'un mouvement uniforme dans le même temps qu'il parcourra TA d'un mouvement acceléré.

Voicy maintenant comme il faut déterminer lequel des deux jets qui ſe font par les paraboles AFD, AHD qui ont un même but D, fait un plus grand effort au point ou au but D. Si des ſommets F & H des paraboles on méne les lignes F*a*, H*b*, paralleles à l'horizon, leſquelles ſoient terminées à la ligne BD en *a* & en *b*; & qu'on les diviſe en deux également en *f* & en *t*, les lignes *f*D, *t*D ſeront les touchantes des paraboles; & par-conſéquent l'effort du corps en D par le jet parabolique AFD ſera meſuré par la viteſſe uniforme du corps ſur la touchante *f*D qui eſt compoſée des deux viteſſes uniformes D*a*, & *f a* dont D*a* eſt la meſure de celle que le corps a acquis en D étant tombé de la hauteur *a*D par

un mouvement accéléré, & par rapport à *fa* qui eſt la meſure de celle que le corps a acquis en F étant tombé de la hauteur PF. Et de même l'effort du corps en D par le jet parabolique AHD étant meſuré par la viteſſe uniforme du corps ſur la touchante *t* D qui eſt compoſée des deux viteſſes uniformes D *b*, *t b*, dont D *b* eſt la meſure de celle que le corps a acquis étant tombé de la hauteur *b* D d'un mouvement accéléré, & *t b* eſt la meſure de celle qu'il a acquis étant tombé de la hauteur QH, ſuivant ce qui a été expliqué cy-devant.

Mais pour comparer ces deux viteſſes du corps dans les touchantes *f*D, *t* D, il faut connoître les temps dans leſquels le corps



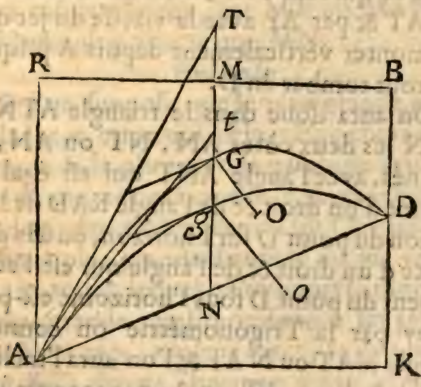
doit parcourir ces deux touchantes avec ſes différentes viteſſes. Et puiſqu'il parcourt *fa* & D *a* dans un même temps ; & de même *t b*

& *b* D dans un même temps, il suffit de comparer un de ces temps. Si l'on prend donc D *a* & D *b*, il faudra trouver la moyenne proportionnelle D *h* entre deux, & l'on démontrera qu'il doit parcourir l'espace *a* D avec la vitesse uniforme qu'il a acquise en D étant tombé de la hauteur *a* D dans le même temps qu'il parcourra l'espace *b* D avec la vitesse uniforme qu'il a acquise en D étant tombé de la hauteur *b* D. Car puisque le corps doit parcourir les deux espaces *a* D, *b* D en tombant dans un temps double de celuy qu'il employeroit à parcourir ces mêmes espaces d'un mouvement uniforme avec les différentes vitesses qu'il auroit acquises en D dans les deux chûtes, & les temps qu'il employe à tomber par les espaces *a* D, *b* D étant entr'eux comme *a* D à *h* D ; il parcourra ces mêmes espaces d'un mouvement uniforme avec ses différentes vitesses dans des temps qui seront entr'eux comme *a* D à *h* D. Mais dans les espaces parcourus d'un mouvement uniforme les temps sont entr'eux comme les espaces ; c'est-pourquoy le temps *a* D étant au temps *h* D, comme *h* D à *b* D, le corps qui parcouroit l'espace *b* D dans le temps *h* D, parcourra l'espace *h* D dans le temps *a* D : ce qu'il falloit démontrer.

Enfin si l'on méne *h m* perpendiculaire à *a* D & qu'on prolonge *d t* jusqu'en *m*, puisqu'il

qu'il y a même raiſon de hD à hm que de bD à bt, le corps parcourra l'eſpace mD d'un mouvement uniforme avec ſa viteſſe compoſée des deux bD, bt dans le même temps qu'il parcourra fD avec la viteſſe compoſée des deux aD, fa. Les viteſſes ſelon les lignes fD, mD ſeront donc entr'elles dans la même raiſon de ces lignes, & par conſéquent les efforts du corps ſeront dans la raiſon de ces lignes fD, mD, puiſqu'ils doivent être dans la raiſon des viteſſes ou des eſpaces parcourus dans le même temps.

Pour ce qui eſt de la pratique, ſi l'on donne la diſtance depuis le lieu A d'où ſe fait le



jet juſqu'au but D dont on connoît l'élévation DK au deſſus de l'horizon ou ſon abaiſ-

ſement au deſſous, avec la hauteur AR du jet vertical, ce qui donnera auſſi BD depuis le but D juſqu'à la ligne RB parallele à l'horizon laquelle paſſe par le point R : voicy la régle pour déterminer la ligne par laquelle ſe doit faire le jet.

Régle.

Ayant coupé AD en deux également en N, & ayant mené MN parallele à AR, on prendra la moitié de la ſomme AR, BD qui ſera MN, & du quarré de MN on ôtera le quarré de AN qui eſt la moitié de AD, & du reſte on en tirera la racine quarrée MT qu'on ajoûtera à MN ce qui ſera NT, ou qu'on en ôtera ce qui ſera N*t*. Je dis que les deux jets par AT & par A*t* avec la viteſſe du jet qui a pû monter verticalement depuis A juſqu'en R, iront tomber en D.

On aura donc dans le triangle ATN ou A*t*N les deux côtés AN, NT ou AN, N*t* donnés, avec l'angle ANT qui eſt égal à la ſomme d'un droit & de l'angle KAD de l'élévation du point D ſur l'horizon, ou à la différence d'un droit & de l'angle qui eſt l'abaiſſement du point D ſous l'horizon; c'eſt-pourquoy par la Trigonométrie on connoîtra l'angle NAT ou N A*t* & l'on aura l'inclinaiſon de la ligne AT ou A*t* par rapport à AD ou à l'horizon AK.

La démonſtration de cette pratique dé-

pend d'une propriété de la parabole, qui est que si l'on coupe NT ou N*t* en deux également en G ou en *g*; GM ou *g*M qui seront égales à la distance depuis le foyer O ou *o* jusqu'à l'extrémité G ou *g* du diamétre NG ou N*g*, sera aussi égale au quart du paramétre de ce diamétre.

On remarquera dans la construction de ce probléme, que si MN est égale à AN on n'aura point de ligne MT, & que dans ce cas la touchante de la parabole ou le jet se doit faire par la ligne AM, & de plus qu'il n'y aura qu'une seule parabole qui satisfasse à la question, laquelle passera par le milieu de la ligne MN; & que dans tous les autres cas il y en aura toûjours deux, car MT ou M*t* seront toûjours plus petites que MN.

Exemple.

Si l'on suppose que la plus grande portée de la force, ou ce qui est la même chose, l'amplitude de la plus grande parabole soit donnée de 600 toises laquelle se doit faire par un jet de 45 degrés d'élévation sur l'horizon, ou enfin la plus grande hauteur du jet vertical de 300 toises, lequel est toûjours la moitié de la plus grande amplitude de tous les jets qui sont faits avec la même force; & que la hauteur K D depuis l'horizon jusqu'au but D soit de 83 toises, & la longueur AD 320 toises, & enfin l'angle KAD de 15 degrés.

Par la régle la ligne MN ſera de 258 toiſes $\frac{1}{2}$ & AN ſera de 160 toiſes, la différence des quarrés de ces deux nombres ſera de 41222 dont la racine eſt 203 toiſes & un peu plus. Si l'on ajoûte donc 203 toiſes avec MN de 258 $\frac{1}{2}$ on aura NT de 461 $\frac{1}{2}$; mais ſi on l'ôte on aura N*t* de 55 $\frac{1}{2}$.

Maintenant dans le triangle ANT dont on connoît le côté AN de 160 toiſes, le côté NT de 461 toiſes $\frac{1}{2}$, & l'angle ANT de 105 degrés ſomme de 90 degrés & de 15 degrés pour l'angle KAD, on trouvera l'angle NAT ou DAT de 57 degrés 55 minutes; & par-conſéquent l'angle KAT ſera de 72 degrés 55 minutes. Et dans le triangle A N*t* on connoît auſſi les deux côtés AN de 160 toiſes & N*t* de 55 $\frac{1}{2}$ avec le même angle ANT ou A N*t* qu'auparavant; c'eſt-pourquoy on aura l'angle N A*t* ou D A*t* de 17 degrés 5 minutes, & K A*t* de 32 degrés 5 minutes.

Enfin ſi le quarré de MN eſt plus petit que le quarré de AN, on ne pourra pas faire la ſouſtraction, & dans ce cas il n'y aura aucune parabole qui puiſſe ſatisfaire à la queſtion dans les conditions données, ce qui eſt facile à démontrer par la nature de la parabole.

PROPOSITION CXXII.

CONSTRUCTION & usage d'un instrumene universel pour le jet des bombes.

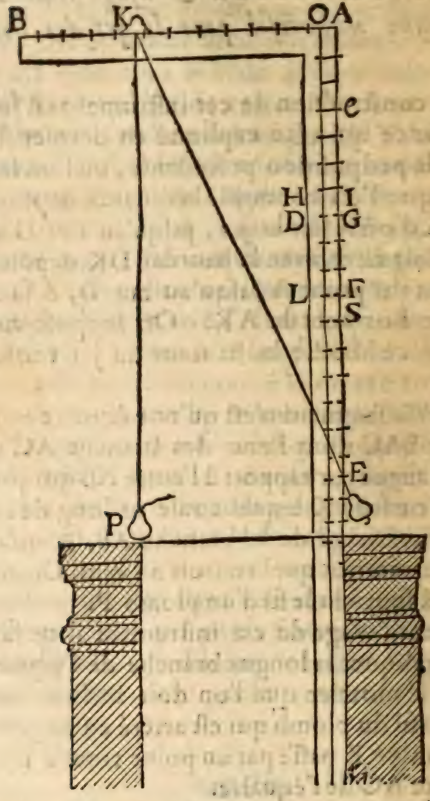
La construction de cet instrument est fondée sur ce qui a été expliqué en dernier lieu dans la proposition précédente, où l'on suppose que l'on connoisse la distance depuis le lieu A d'où se fait le jet, jusqu'au but D où l'on doit tirer, avec la hauteur DK depuis le niveau du point A jusqu'au but D, & la distance horizontale AK. On suppose aussi qu'on connoisse la hauteur du jet vertical AR.

Cet instrument n'est qu'une équaire ordinaire BAC dont l'une des branche AC est fort longue par rapport à l'autre AB qui porte un curseur K lequel coule au long de l'aréte extérieure de la branche AB, & qu'on peut arréter en quel endroit on veut. Ce curseur K soutient le fil d'un plomb P.

Dans l'usage de cet instrument il ne faut qu'appliquer la longue branche de l'équaire dans le mortier que l'on doit incliner tant que le fil du plomb qui est arrété en un point déterminé K passe par un point trouvé E sur l'arrête AC de l'équaire.

Les deux branches de l'équaire sont divi-

sées en parties égales de 10 en 10 ou de 50 en 50 seulement, qui représentent *des toi-*



ses & qu'on fera de grandeur proportionnée

aux nombres qui s'y doivent trouver & à la grandeur de l'équaire, comme on le verra enſuite.

Pour avoir le point K où le fil du plomb doit être arrêté, on prendra AK égal au nombre des toiſes de la diſtance horizontale AK. Mais pour avoir le point E il doit y avoir ſur la branche AC de l'équaire tout proche de l'arrête AC qui eſt diviſée en parties égales une ligne droite OH parallele à AC & diviſée inégalement ſuivant la table qu'on va donner. On marquera d'abord ſur les diviſions égales à AC le nombre des toiſes AF égal au double du jet vertical AR donné dont on aura ôté KD, ce qui ſera deux MN de la propoſition précédente, & l'on en ôtera la grandeur AG égale au nombre des toiſes de la diſtance AD; on aura donc la partie GF qui répondra à DL ſur la ligne QH, & le nombre des parties inégales de cette ligne qui ſont contenuës dans DL ſeront priſes ſur OH depuis ſon commencement O juſqu'en H, ce qui donnera OH, ou AI qui luy répond en parties égales de toiſes.

Maintenant ſi l'on joint le nombre des toiſes de AI avec AS égal au double du jet vertical, on aura AE, ou bien ſi on l'ôte de AF on aura A*e*, ce qui détermine les deux points E & *e* par où le fil du plomb doit paſſer pour donner le jet au but D.

La démonstration de cette construction est facile par ce qui a été démontré dans la proposition précédente, car ce n'est que la même chose, horsmis seulement que l'on prend des lignes doubles de celles qu'on y avoit supposées, comme on le peut voir en comparant la figure qu'on y a donnée avec cette construction, ce qui fera l'angle KEA de cette figure égal à l'angle RAT de l'autre.

Pour ce qui est de la ligne OH ou AI de cette figure qui est égale à MT ou M*t* de l'autre, elle est donnée par le rapport des divisions inégales de la ligne OH avec celles de la ligne AC, car ces divisions sont déterminées de telle maniére que si OL est l'hypoténuse d'un triangle rectangle, & OD l'un de ses côtés, les parties compriſes dans LK égales en nombre à celles de OH, donneront OH pour l'autre côté du triangle; & par conséquent OH sera la racine du quarré qui est la différence des quarrés de OL, OK.

Par éxemple si le jet vertical est de 500 toises & que la hauteur KD depuis le niveau du point A jusqu'au but D soit de 20 toises & AD de 700 toises, on aura pour le double du jet en ayant retranché KD la ligne AF de 980 toises, ce qui répond sur la division de la ligne OH au point L du nombre 383, mais le nombre 700 du point G des parties égales répond aux parties de la ligne OH au

point D du nombre 196 ; & la différence entre ces deux nombres qui eſt 187, étant cherchée ſur la ligne OH tombe au point H depuis ſon commencement O, & donne ſur les parties égales le nombre 686 au point I. Enfin ſi l'on ajoûte le double du jet 1000 avec 686 on aura AE, ou bien ſi on l'ôte on aura A *e*, ce qui détermine les points E & *e* par où doit paſſer le fil du plomb.

Si le but D étoit plus bas que le point A ce ſera toûjours la même choſe, car comme on connoît la différence de ces deux hauteurs, il n'y aura qu'à changer les lettres & mettre A au point D, & D au point A, & ſuppoſer toûjours que la hauteur du jet vertical eſt au point A qui eſt le plus bas.

On remarquera que ſi la diſtance AD depuis le lieu A juſqu'au but D eſt égale au double du jet vertical moins KD, il n'y aura qu'une maniére de faire le jet, & ſi elle eſt plus grande il ſera impoſſible de tirer au but.

Table pour ſervir à diviſer la branche AC de l'équaire.

Cette diviſion eſt fort aiſée, car l'arrête AC de l'équaire étant diviſée en parties égales qui pourront être d'une ligne chacune & qui repréſenteront tel nombre de toiſes qu'on voudra, comme 50, la ligne OH qui luy ſera parallele ſera diviſée dans les mêmes parties

& portera les chifres des nombres quarrés de ſuite, ſans qu'on doive avoir égard au nombre des toiſes que repréſente chaque diviſion.

On marque les diviſions égales des nombres de ſuite 1, 2, 3, &c. qui doivent repréſenter des centaines de toiſes.

AH .	AC
1	.
4	— 1
9	.
16	— 2
25	.
36	— 3
49	.
64	— 4
81	.
100	— 5
121	.
144	— 6
169	.
196	— 7
226	.
256	— 8
289	.
324	— 9
360	.
400	— 10

AH .	AC
441	.
484	— 11
529	.
576	— 12
625	.
676	— 13
729	.
784	— 14
841	.
900	— 15
961	.
1024	— 16
1089	.
1156	— 17
1225	.
1296	— 18
1369	.
1444	— 19
1521	.
1600	— 20

On pourroit faire que la ligne AC fut divi-

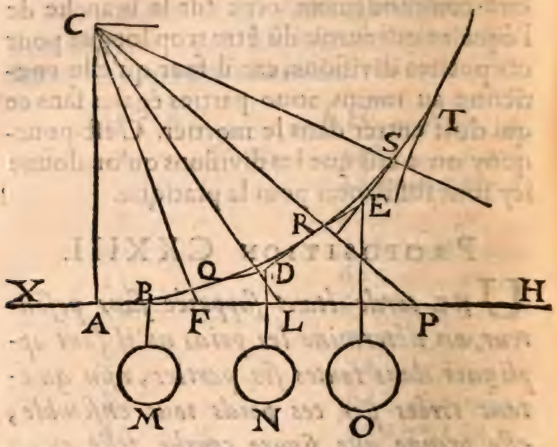
sée de 10 en 10 toises au lieu de 50 comme icy, & mettre vis-à-vis de chaque division les nombres des quarrés de suite ; mais le nombre des quarrés seroit monté trop haut pour être commodément écrit sur la branche de l'équaire qui auroit dû être trop longue pour ces petites divisions, car il faut qu'elle contienne au moins 2000 parties égales sans ce qui doit entrer dans le mortier. C'est-pourquoy on a crû que les divisions qu'on donne icy sont suffisantes pour la pratique.

PROPOSITION CXXIII.

UNE *corde étant supposée sans pesanteur, on détermine les poids qu'il faut appliquer dans toutes ses parties, afin qu'étant tirées par ces poids tous ensemble, elle prenne une figure courbe telle qu'on voudra.*

Soit la courbe donnée AQRS qui touche l'horizon AH au point A. Ayant pris sur cette courbe des parties égales entr'elles & indéfiniment petites comme AQ, QR, RS, & par les points AQRS ayant mené des touchantes AB, BD, &c. qui se rencontrent aux points BDE, si au point A on éléve la perpendiculaire AC, & que de quelque point C de cette ligne on méne des perpendiculaires

CQF, CL, CP sur toutes les touchantes de la courbe prolongées ou non, & ces perpendiculaires étant prolongées jusqu'à la ligne



AH aux points FLP ; je dis que si l'on suspend des poids MNO aux rencontres des touchantes de la courbe aux points BDE, & qu'ils ayent entr'eux la raison des parties AF, FL, LP, &c. de la touchante en A, ces poids demeureront tous en équilibre dans l'état où ils seront posés, les extrémités de la courbe étant arrêtées fermes.

On suppose icy que les directions des poids sont paralleles entr'elles, c'est-pourquoy si la puissance X qui tire le point B

selon

ſelon AB demeure en équilibre avec le poids M ſuſpendu en B, & avec une puiſſance Q qui tire ſelon la touchante BD, par la vingt-troiſiéme propoſition le triangle CAF dont les côtés ſont perpendiculaires aux directions des puiſſances & du poids, donnera le rapport de ces trois puiſſances en prenant le poids pour une puiſſance. Ainſi la puiſſance X ſera repréſentée par CA, la puiſſance Q par CF, & la puiſſance ou le poids M par AF.

Par la même raiſon les trois directions BD, DE, DN étant données, le triangle CFL repréſentera le rapport des puiſſances qui leur ſeront appliquées, c'eſt-à-dire de la puiſſance Q qui agit ſelon la direction BD par le côté CF qui eſt perpendiculaire à BD, de la puiſſance N par le côté FL, & de la puiſſance R par le côté CL.

Mais comme la puiſſance Q demeure moyenne entre X & M, & entre R & N, il eſt évident que ces quatre puiſſances XMRN demeureront en équilibre entr'elles ſuivant les directions où elles ſont.

On démontrera la même choſe de la puiſſance S & du poids O ſuſpendu en E, & de toutes les autres de même : c'eſt-pourquoy tous les poids comme MNO, &c. demeureront en équilibre entr'eux dans les diſpoſitions où ils ſont par rapport aux deux puiſ-

ſances extrêmes X & T qui retiennent la ligne où ils ſont ſuſpendus.

Les différens rapports des parties de la ligne courbe & de celles de la ligne droite AH qui leur répondent font des cas particuliers où l'on peut trouver des propriétés particuliéres, comme ſi la courbe étoit une portion de cercle, il eſt évident par ce qui a été démontré cy-devant que le poids qu'on doit appliquer aux arcs égaux du cercle ſeront en même raiſon que les différences des tangentes de ces mêmes arcs de la corde en commençant au point A, & le point C ſur la perpendiculaire AC étant le centre du cercle.

Proposition CXXIV.

Voicy maintenant comme on peut trouver la figure d'une ſuperficie également peſante dans toutes ſes parties, laquelle étant terminée par deux lignes paralleles entr'elles, prendra par ſa peſanteur la forme d'une courbe telle qu'on voudra, toutes ſes lignes paralleles aux extrêmes étant poſées horizontalemnt. Voyez la figure ſuivante.

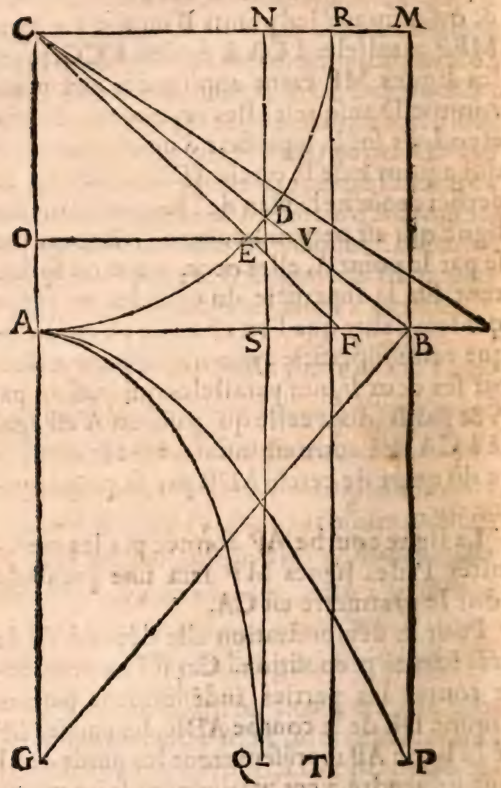
Que la courbe qu'on demande ſoit premiérement un cercle ADR dont le centre ſoit C, & que ſon diamétre CA ſoit perpendiculaire à l'horizon AB. Si du centre C du cer-

elé on méne les rayons CDB prolongés juſqu'à la touchante AB, & qu'aux points B on tire les perpendiculaires BG aux lignes CB, & qu'enfin par les points B on tire les lignes MBP paralleles à CA & égales à CG, toutes les lignes MP étant appliquées aux points comme D auſquels elles répondent, & étant étenduës ſur la ſuperficie d'un cylindre droit qui a pour baſe le cercle ADR, & dont la ſuperficie touche le plan de l'horizon dans une ligne qui eſt perpendiculaire à AB & qui paſſe par le point A, elles occuperont ou formeront ſur la ſuperficie du cylindre un eſpace qui ſera celuy que l'on cherche ; c'eſt-à-dire que cette ſuperficie cylindrique étant arrêtée par ſes deux lignes paralleles qui paſſent par A & par R, dont celle qui paſſe en A eſt égale à CA, & l'autre eſt infinie, aura la courbure du quart de cercle ADR par ſa propre peſanteur.

La ligne courbe AP formée par les extrémités P des lignes MP ſera une parabole dont le parametre eſt CA.

Pour la démonſtration elle dépend de la précédente propoſition. Car ſi l'on conſidére toutes les parties indéfiniment petites comme DE de la courbe ADR, les parties BF de la ligne AB repréſenteront les poids qu'il faut ſuſpendre à ces parties pour faire qu'elles ayent toutes la diſpoſition de la courbure

donnée. Mais ayant mené OEV parallele à AB qui rencontre CDB en V, on peut consi-



dérer le triangle DEV comme rectangle en D

à cauſe de la petiteſſe de la partie DE de la courbe, & ce triangle DEV peut être auſſi conſideré comme ſemblable au triangle ACB. C'eſt-pourquoy le rapport de DE à EV ſera ſemblable à celuy de CA à CB; & celuy de EV à FB, ou CV à CB, ou bien CD ou CA à CB, car CV & CD n'ont pas de différence ſenſible, ſera auſſi ſemblable à celuy de CB à CG. Donc en raiſon égale le rapport de DE à FB ſera le même que celuy de CA à CG ou bien MB à MP. C'eſt-pourquoy ſi toutes les lignes MB repréſentent les parties indéfiniment petites de la courbe ADR, ou bien le poids de la premiere partie proche de A, toutes les autres lignes MP repréſenteront les poids des autres parties qui doivent répondre chacune à leurs diviſions: & c'eſt ce qu'il falloit démontrer.

On peut encore trouver d'une autre maniére ſur le cylindre qui a pour baſe le cercle ADR, & qui eſt couché ſur le plan horizontal, la figure de ſa ſuperficie qu'on vient de déterminer.

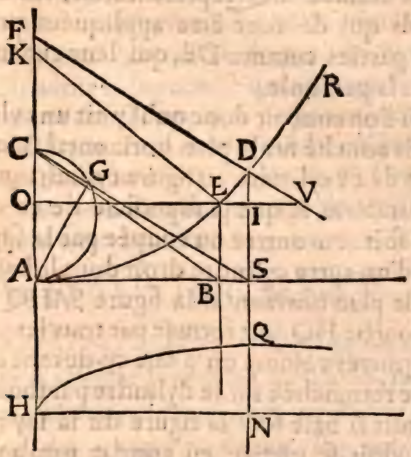
Si par le point D on méne la ligne NDQ parallele & égale à CG qu'on a trouvée cy-devant, tous les points Q ſe trouveront dans une eſpéce d'hyperbole, dont la ligne RT ſera une Aſymptote, & dont les quarrés de CA ou NS multipliés par NQ ſeront égaux aux cubes de CA avec le quarré des parties AS

multipliées par NQ. Mais toutes les lignes NQ étant étenduës sur la superficie du cylindre par les points D de la base qui leur répondent, elles donneront sur la surface du cylyndre la même figure qu'on avoit trouvée cy-devant, ce qui est évident par la construction.

On auroit aussi la même figure sur la superficie du cylindre dont ADR est la base & qui est couché sur le plan horizontal, si elle étoit coupée par la surface d'une autre figure cylindrique droite dont la base seroit la figure hyperbolique infinie GAQ posée sur le plan horizontal.

Mais si l'on suppose pour un autre exemple que la figure que doit prendre le plan soit une parabole ADR, & que DE soit une des parties indéfiniment petites de la ligne parabolique ADR. Par la précédente proposition si l'on prend sur l'axe AF de la parabole quelque point comme C, duquel on méne des perpendiculaires CS, CB sur les lignes qui toucheront la parabole aux points D & E, on aura le rapport des parties de la parabole DE aux poids BS que l'on doit y suspendre. Mais par une propriété de la parabole, si CA est égale à la moitié de son paramétre les lignes CS, CB perpendiculaires aux touchantes, rencontreront la ligne horizontale AB aux points SB où les paralleles à

l'axe DS, EB menées par les points DE les rencontreront auſſi. C'eſt-pourquoy le rapport des petites parties DE de la courbe à



leurs poids BS ou EI, ſeront comme l'hypotenuſe DE au côté EI du petit triangle rectangle EDI. Mais le triangle EDI eſt ſemblable au triangle CSA ou CAG, dont l'angle droit G ſera au demi-cercle décrit ſur le diamétre CA : c'eſt-pourquoy ED ſera par tout à ſa peſanteur EI comme AC à CG. Et ſi l'on prolonge la ligne DS, & qu'on faſſe SQ égale à CG, & qu'on méne HN parallele à AS & qui en ſoit éloignée de la diſtance AH égale à AC, toutes les lignes SN repré-

ſenteront les parties égales de la courbe, ou bien le poids qui doit être appliqué à la partie la plus proche du point A, & toutes les lignes comme SQ repréſenteront les autres poids qui doivent être appliquées aux autres parties comme DE, qui leur répondent dans la parabole.

Si l'on conçoit donc qu'il y ait un cylindre droit couché ſur le plan horizontal, & que la baſe de ce cylindre ou figure cylindrique ſoit la parabole, & que la ſuperficie de ce cylindre ſoit rencontrée ou coupée par la ſuperficie d'un autre cylindre droit dont la baſe ſoit ſur le plan horizontal la figure SAHQ dont la courbe HQ ſoit formée par tous les points Q trouvés comme on a fait cy-devant, la figure retranchée ſur le dylindre parabolique, depuis ſa baſe ſera la figure de la ſuperficie qui doit ſe metrre en courbe parabolique telle qu'on l'a donnée, par la propre peſanteur de ſes parties.

On auroit auſſi la même figure ſur la ſuperficie du cylindre parabolique ſi l'on plaçoit ſur ſa ſuperficie ſelon ſa longueur, les lignes comme CG à tous les points D qui leur répondent.

On trouvera que la ligne HQ eſt une courbe de telle nature, que le quarré-quarré de CA eſt égal au quarré de CS multiplié par le quarré de SQ.

On peut voir par ces deux exemples que ce ſera toûjours la même choſe pour toutes ſortes de courbes telles qu'elles puiſſent être, & qu'on pourra toûjours déterminer ſur un cylindre droit couché ſur l'horizon & dont la baſe eſt la courbe donnée, la figure que doit avoir la ſuperficie qui doit prendre cette même courbure par ſa peſanteur, & qui eſt arrêtée par deux des lignes du cylindre, dont l'une touche l'horizon en A, & l'autre luy eſt parallele en quelqu'autre endroit de la ſurface du cylindre.

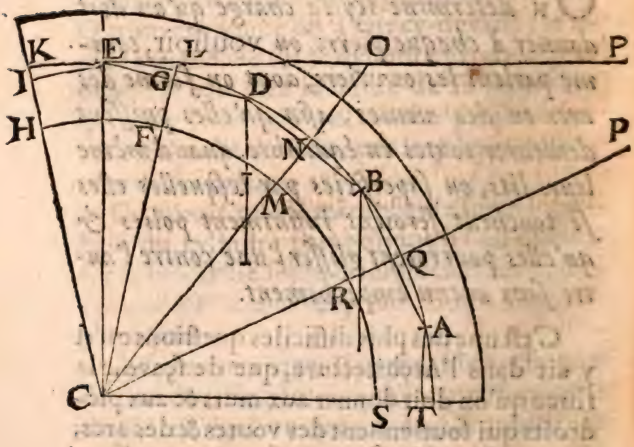
PROPOSITION CXXV.

ON *détermine icy la charge qu'on doit donner à chaque pierre ou* vouſſoir, *comme parlent les ouvriers, dont on forme des arcs ou des voutes, afin qu'elles puiſſent demeurer toutes en équilibre, quand même leurs lits, ou ſuperficies par leſquelles elles ſe touchent ſeroient infiniment polies & qu'elles pourroient gliſſer l'une contre l'autre ſans aucun empéchement.*

C'eſt une des plus difficiles queſtions qu'il y ait dans l'Architecture, que de ſçavoir la force qu'on doit donner aux murs & aux piédroits qui ſoutiennent des voutes & des arcs, pour réſiſter à l'effort que font les vouſſoirs

qui les forment, pour les écarter. Les Architectes ont quelques régles pour connoître les épaisseurs qu'on leur doit donner, mais comme elles ne sont point fondées sur aucune démonstration geométrique, on ne peut pas dire qu'elles soient asseurées. L'expérience leur a seulement appris de ne point construire les voutes sans que les piliers buttans qui les doivent soutenir, soient construits, où sans que les murs d'où les voutes tirent leur naissance soient entiérement élevés, & qu'ils ayent une charge suffisante pour résister à l'effort de la voute.

Cette proposition n'est qu'une converse de



la précédente : car que la voute soit circulai-

re & que les vouſſoirs qui ſont égaux, ſoient réduits à leurs centres de gravité A B D E. Puiſque les lits des pierres ou vouſſoirs ſont ſuppoſés infiniment polis, on les doit ſeulement conſidérer pour la direction de la peſanteur des vouſſoirs. Si l'on donne donc telle peſanteur qu'on voudra au premier vouſſoir E qui eſt la clef, la direction EC de cette peſanteur étant ſelon la ligne EC qui tend au centre de la terre, ſera perpendiculaire à l'horizon. Mais comme cette clef eſt ſoutenuë ſur les lits FG, HI des deux côtés, leſquels tendent au centre C de la voute dans cet éxemple, il faut conſidérer, comme on a fait dans le coin, que le point peſant E qui a ſa direction EC, eſt ſoutenu par les puiſſances G I qui ont leurs directions EG, EI perpendiculaires chacune aux joints FG, HI. Et par la vingt-troiſiéme propoſition les directions des trois puiſſances E G I étant EC, EG, EI; ſi l'on méne par le point E la ligne KELP perpendiculaire à EC, on aura le triangle CKL dont les côtés repréſenteront le rapport des deux puiſſances & du poids du vouſſoir E qu'elles ſoutiennent. C'eſt-à-dire que KL eſt la peſanteur du vouſſoir E, & CL & CK les deux puiſſances qui le ſoutiennent ſelon les directions EG, EI perpendiculaires aux joints FG, HI.

Mais ſi l'on veut maintenant que la peſan-

teur du vouſſoir D, qui eſt appuïé ſur ſon lit MN, & par ſon autre lit FG contre celuy de la clef E qui luy eſt commun, ſoutienne ou faſſe le même effort que faiſoit la puiſſance G; le joint CMN étant prolongé en O juſqu'à la rencontre O de la ligne EP, le triangle CLO donnera le rapport des trois puiſſances GDN, dont G étoit repréſentée dans le triangle CKL par la ligne CL, la peſanteur D du vouſſoir le ſera par la ligne LO, & la puiſſance N qui le ſoutient par ſon lit MN ſera exprimée par rapport aux autres par la ligne CO : car les trois côtés de ce triangle ſont perpendiculaires aux directions des deux puiſſances G & N, & du poids D du vouſſoir dont on ſuppoſe la direction parallele à celle du vouſſoir E. Ainſi le rapport de la peſanteur de la clef E à celle du premier vouſſoir D qui la ſuit ſera comme KL à LO, afin que ces deux vouſſoirs demeurent en équilibre, & que l'un ne puiſſe pas pouſſer l'autre. Il faut ſuppoſer que la puiſſance I demeure toûjours de l'autre côté de la clef pour la ſoutenir.

On démontrera de même que le vouſſoir B qui a ſon lit MN commun avec celuy du vouſſoir D & qui s'appuïe ſur celuy de deſſous RQ, doit avoir ſa peſanteur repréſentée par OP qui eſt la partie de la ligne KL compriſe entre le point O & le point P où le joint

joint CRQ la rencontre ; cette pesanteur étant déterminée par rapport à celles des deux autres vousſoirs ED représentées par les lignes KL, LO.

Enfin il s'ensuit que la pesanteur du dernier vousſoir A, ou du premier qui commence à former la voute & qui est posé au dessus du coussinet ou de l'impoſte, doit être infinie ; puisque la ligne CS qui représente le lit du coussinet, ne sçauroit rencontrer la ligne KL, à cause qu'elle luy est parallele ; & c'est ce qui doit arriver à ce vousſoir A dans la supposition des lits infiniment polis. Car de quelque pesanteur que puisse être ce vousſoir A, la moindre force qui le poussera selon la direction BQ perpendiculaire à son lit RQ, l'écartera du point C, comme on le peut voir par les perpendiculaires menées aux trois directions, dont il y en a deux AT qui sont jointes ensemble, l'une étant celle du poids du vousſoir, & l'autre celle de la puissance T perpendiculaire au lit du coussinet ST ; c'est-pourquoy il ne peut pas se former de triangle.

On voit par là que dans cette supposition des lits infiniment polis, on ne sçauroit donner une trop grande charge au premier vousſoir posé sur l'impoſte & aux autres en suite dans la proportion des lignes PO, OL, LK pour leur faire soutenir l'effort de la clef qui

les écarte tous. Mais comme les lits des pierres ſont joints les uns aux autres par une *matiére* qu'on met entre deux & qu'ils ne peuvent pas gliſſer l'un contre l'autre, il n'eſt pas beſoin de garder la proportion qu'on vient de déterminer pour la charge des vouſſoirs dans toute la rigueur, il ſuffit d'y avoir égard.

Si les joints ou lits des vouſſoirs ne tendent pas à un même centre, comme dans les voutes circulaires, il faudra prendre quelque point comme C ſur la ligne CE qui eſt la direction de la clef, & mener de ce point des paralleles aux joints des vouſſoirs, leſquelles couperont de la ligne KLP perpendiculaire à CE, des parties qui repréſenteront le rapport des peſanteurs des vouſſoirs, ou bien des charges qu'on doit leur donner pour réſiſter à l'effort de la clef, ce qui eſt la même choſe que leur peſanteur propre.

On voit auſſi que toutes le différentes peſanteurs des vouſſoirs doivent être dans la raiſon des différences des tangentes des angles que font les lits en commençant au milieu de la clef, ce qui revient à ce qu'on a dit des cordes chargées de poids dans la propoſition cent vingt-troiſiéme.

On voit encore que les premiéres pierres de la voute au deſſus du couſſinet ne ſçauroient être trop chargées pour réſiſter à l'effort de la clef & des autres qui les pouſſent pour les écarter.

PROPOSITION CXXVI.

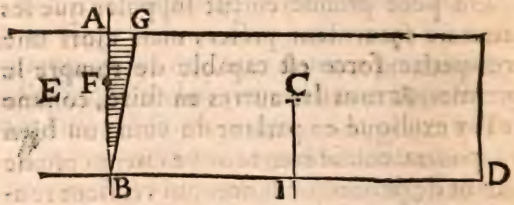
DE *la réſiſtance des ſolides.*

Toute la queſtion de la réſiſtance des ſolides ſe réduit au levier ordinaire, aprés qu'on eſt convenu de la nature des liens qui tiennent les parties du ſolide jointes & aſſemblées les unes aux autres. Mais comme il eſt impoſſible d'avoir une connoiſſance parfaite de ces liens, il faut néceſſairement faire quelques ſuppoſitions par leſquelles on puiſſe expliquer ce qui arrive aux corps ſolides dans la réſiſtance qu'ils ont à être rompus.

On peut premiérement ſuppoſer que les liens ne ſçauroient préter; mais alors une tres-petite force eſt capable de rompre le premier, & tous les autres en ſuite, comme je l'ay expliqué en parlant du coin; ou bien on pourra conſidérer tous ces liens comme autant de petites puiſſances qui réſiſtent toutes enſemble à l'effort qu'elles ſoutiennent, & c'eſt dans cette ſuppoſition que Gallilée explique la réſiſtance des ſolides. Enfin on peut ſuppoſer que les liens peuvent préter ou s'allonger juſqu'à un certain point avant que de ſe rompre, & c'eſt de cette maniére que M. Mariotte explique la réſiſtance des ſolides dans le ſecond diſcours de la cinquiéme partie du mouvement des eaux. Cette ſup-

position paroît plus conforme que celle de Gallilée, à ce qu'on remarque dans la réſiſtance que font les corps ſolides pour être rompus : c'eſt pourquoy je m'en ſerviray dans les explications ſuivantes, & elle ne peut s'éloigner que tres-peu de ce que j'avois ſuppoſé d'abord.

On ſçait par expérience que les corps longs, comme un bâton qu'on tire ſuivant leur longueur, réſiſtent à un tres-grand effort, & qu'au contraire ſi on les tire de biais, il ne faut qu'une tres-petite force pour les rompre. Si l'on ſuppoſe donc qu'il y ait un corps E C D qui ſoit parallélépipede & qui



ait un rectangle pour ſa baſe, dont un des côtés eſt parallele à l'horizon, & que la partie E ſoit engagée fortement dans le mur A B; la partie A B D de ce corps pourra ſe ſéparer de la partie E ou par ſa propre peſanteur toute ſeule ou par le ſecours de quelque poids qu'on luy pourra ajoûter; & la ſéparation doit ſe faire néceſſairement dans l'endroit A B où le mur rencontre le corps.

Mais ſi l'on conçoit que les liens qui ſont dans le corps, peuvent s'allonger d'une quantité déterminée comme d'une ligne avant que de ſe rompre, & qu'il faille 600 livres de poids pour rompre le corps en le tirant ſuivant ſa longueur.

Régle.

Je dis ſuivant les ſuppoſitions précédentes, que comme BI qu'on prend égale à la diſtance depuis le centre de gravité C du corps juſqu'au mur AB, eſt à la hauteur BA du corps, ainſi le tiers de 600 livres, qui eſt 200 livres, ſera au nombre des livres qu'il faudra que le corps péſe dans ſon centre de gravité C, ou par luy-même ou par addition ou ſouſtraction, pour ſe rompre, étant tiré perpendiculairement à ſa longueur ou à l'horizon.

Puiſque le poids de 600 livres peut allonger d'une ligne tous les liens qui ſont dans la groſſeur du corps par où il tient au mur; il eſt certain qu'il ne faudra que le poids de 300 livres pour les faire allonger d'une demi-ligne. Mais le corps étant ſoutenu de telle maniére que la ligne horizontale qui paſſe par le point B luy ſerve d'appui, & que ſa peſanteur étant conſidérée dans ſon centre de gravité C ou au point I dans la ligne BD perpendiculaire au mur dans l'endroit où la direction CI du poids la rencontre, on pourra prendre les lignes BI, BA comme faiſant un

levier angulaire ABI, qui a ſon appui en B,& dont les directions des puiſſances qui *luy* ſont appliquées ſont perpendiculaires aux bras. Si l'on ſuppoſe les bras BI, BA égaux, le poids de 600 livres pourroit rompre tous les liens du ſolide s'ils étoient tous dans l'éloignement BA de l'appui B, lorſqu'*ils* ſeroient étendus de la longueur AG d'une ligne; mais ces liens qui ſont appliqués depuis B juſqu'en A ſont ſeulement tendus dans la proportion de leur diſtance depuis l'appui B, & de plus ils ne peuvent faire d'effort que par rapport à cet éloignement: c'eſt-pourquoy tout leur effort ſe réduit par ces deux cauſes de diminution au tiers de ce qu'ils en auroient, s'ils étoient tous appliqués en A,ce qui ſe démontre par la ſomme des quarrés des parties,qui eſt le tiers d'une pareille ſomme du plus grand quarré; & par-conſéquent il ne faudra que le poids de 200 livres en I pour ſoutenir leur effort dans la tenſion où ils ſont.

On démontre auſſi que tous ces liens font le même effort au point I dans la diſtance BI égale à BA, que le triangle BAG ſuſpendu dans ſon centre de gravité F, BF étant égale aux deux tiers de BA; car dans le point F le triangle qui eſt la moitié du parallelogramme ſous BA, AG & qui ſoutiendroit l'effort de 300 livres en A, ne ſoutient que l'effort

de 200 livres en F, contre un poids ſuſpendu en I.

Enfin ſi BI eſt plus grande ou plus petite que BA, il eſt évident qu'il faudra faire comme BI à BA, ainſi 200 livres au nombre de livres qui feront le même effort que 200 livres faiſoient à la diſtance de BA ſur BD, par exemple ſi BI eſt à BA comme 20 à 1, le poids de 10 livres rompra le lien AG. Ce premier lien étant rompu tous les autres doivent ſe rompre, comme je l'ay expliqué d'abord : & c'eſt ce qu'il falloit démontrer.

Il s'enſuit de cette démonſtration que tous les corps ſolides de même matiére leſquels ſeront engagés dans un mur & qui auront une même longueur & une même hauteur, ſe rompront par leur propre peſanteur ſi l'un d'eux peut ſe rompre ; puiſque le nombre des livres qu'il faut pour rompre ces ſolides en les tirant par leur longueur, ſera par tout dans la même raiſon des ſolides, qui eſt auſſi la raiſon de leurs baſes, & ſi le tiers de ce nombre eſt à la peſanteur du ſolide comme BI à BA, il ſera auſſi de même dans tous les autres, & par-conſéquent les ſolides ſe rompront par leur propre peſanteur. Mais ſi les ſolides ont des hauteurs BA différentes, le tiers du nombre des livres qu'il faut pour les rompre en les tirant par leur longueur ne ſera pas dans tous à leur peſanteur comme

BI à BA ; c'eſt-pourquoy ceux dans leſquels la raiſon de BI à BA eſt moindre que le *tiers* du nombre des livres qu'il faut pour les rompre en les tirant, à leur propre peſanteur, ne ſe rompront pas, quel que puiſſe être leur largeur.

Problême.

Un corps de figure parallélépipéde etant donné avec le nombre des livres qu'il doit avoir pour ſe rompre étant tiré ſuivant ſa longueur,& ſa peſanteur étant auſſi donnée, trouver la longueur d'un corps de même matiére, qui ayant une hauteur & une largeur donnée puiſſe ſe rompre par ſon propre poids étant arrêté horizontalement & perpendiculairement dans un mur qu'on ſuppoſe vertical.

Soit par éxemple la groſſeur ou la baſe de deux pouces en quarré pour le parallélépipéde qui ſe romp étant tiré ſuivant ſa longueur telle qu'elle puiſſe être, avec un poids de 50 livres ; & que la baſe ou la groſſeur du parallélépipéde qu'on cherche qui eſt auſſi ſa coupe dans le mur où il eſt arrêté, ſoit de 12 pouces dont 6 ſeront la hauteur & 2 de largeur. Il eſt évident que ce ſolide qu'on ſuppoſe de même matiére que l'autre ne pourra ſe rompre étant tiré ſuivant ſa longueur,qu'avec un poids de 300 livres, puiſqu'il a ſix fois plus de liens que l'autre qu'il faut rom-

pre, ou dont il faut vaincre la réſiſtance.

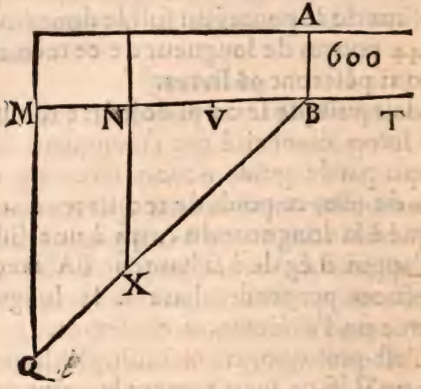
De plus, qu'un pied cubique de ce même corps péſe 96 livres. Si l'on diviſe donc les 1728 pouces cubiques qui ſont au pied par la groſſeur de 12 pouces du ſolide donné, on aura 144 pouces de longueur de ce même ſolide, qui péſeront 96 livres.

Mais puiſque le corps doit être rompu par 300 livres étant tiré par ſa longueur, il ſera rompu par le poids de 100 livres qui eſt le tiers de 300, ce poids de 100 livres étant appliqué à la longueur du corps à une diſtance de l'appui B égale à ſa hauteur BA avec une direction perpendiculaire à la longueur, comme on l'a démontré cy-devant.

C'eſt-pourquoy ſi l'on multiplie les 100 livres qu'il faut pour rompre le corps par BT égale à BA qui eſt de 6 pouces, on aura un moment de 600, & toute la queſtion ſe réduit à trouver la longueur BN d'une partie du ſolide propoſé BM, en ſorte que ce ſolide BN ait ſon moment de 600 égal au moment donné.

Puiſque l'on doit retrancher une partie BN du ſolide BM qui a pour ſa baſe un parallelogramme de deux pouces de largeur & de 6 pouces de hauteur, il ne faut ſeulement qu'avoir égard aux longueurs, puiſqu'elles ſeront entr'elles comme les ſolides; on conſidérera donc ces longueurs BM, BN comme

des lignes pesantes. Mais la longueur de la ligne BM est donnée de 144 pouces & sa pesanteur de 96 livres.



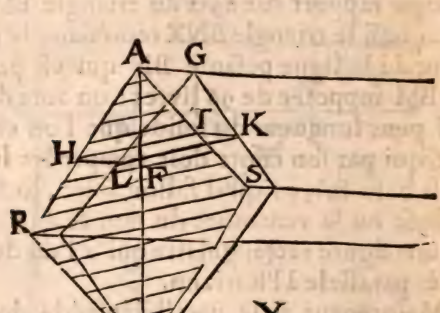
Si l'on éléve donc MQ perpendiculaire & égale à BM & qu'on méne BQ, le triangle BMQ représentera le moment de la ligne pesante BM, qui sera égal au produit de la moitié du poids par la ligne BM, ce qui sera dans cet éxemple le produit 6912 de 48 moitié du poids par 144 longueur de BM. C'est-pourquoy si l'on fait comme le produit 6912 qui est le moment du poids BM à 600, qui est le moment du solide BN qu'on doit retrancher ainsi BM à BV; & qu'ensuite on prenne BN moyenne proportionnelle entre BM & BV; ayant mené NX parallele à MQ,

il eſt évident que le triangle BNX ſera au triangle BMQ ſon ſemblable, comme BV à BM; & par-conſéquent le triangle BNX ſera 600 par rapport aux 6912 du triangle BMQ. Mais auſſi le triangle BNX repréſente le moment de la ligne peſante BN qui eſt partie de BM ſuppoſée de 96 livres : on aura donc BN pour longueur du ſolide que l'on cherche, qui par ſon effort doit rompre les liens de ſa baſe BA, ce qu'il falloit faire, lorſque la baſe ou la rencontre du mur & du ſolide eſt une figure rectangulaire qui a l'un de ſes côtés parallele à l'horizon.

Maintenant ſi le parallélépipéde donné n'a pas pour ſa baſe ou ſa rencontre avec le mur BA une figure rectangulaire dont l'un des côtés ſoit parallele à l'horizon, il eſt facile à voir qu'il faudra trouver dans cette baſe le point F où le plan parallele à l'horizon qui paſſe par le centre de gravité du coin ABRSG rencontre le bras BA du levier, & faire enſuite comme BI ou BA à BF, ainſi la peſanteur du coin ARSBG par rapport à la peſanteur du parallélépipede ſur la baſe ARBS & ſur la longueur AG, lequel eſt poſé égal au poids qu'il faut pour rompre le parallélépipede en le tirant ſuivant ſa longueur, à un quatriéme terme qui ſera le poids qu'on doit ſuſpendre en I.

Ce coin ARSBG eſt formé par la ſection

du parallélépipede propoſé dont ARSB eſt la baſe & le plan coupant BKGL qui coupe la ligne AG qu'on ſuppoſe le lien le plus



éloigné de l'appui B, de la quantité dont il doit s'allonger pour ſe rompre, & qui coupe auſſi la baſe du parallélépipede dans une ligne BX horizontale.

Car comme on a déja dit cy-devant, ſi l'on méne par tous les points du levier BA des plans paralleles à l'horizon qui retranchent du coin des figures HTKL, elles doivent repréſenter chacune l'effort du lien qui eſt en HT par rapport à ſa plus grande extenſion pour ſe rompre, qui eſt AG. Car HT eſt la longueur du lien, & HL ou TK eſt ſon extenſion; & tous ces liens avec leurs extenſions

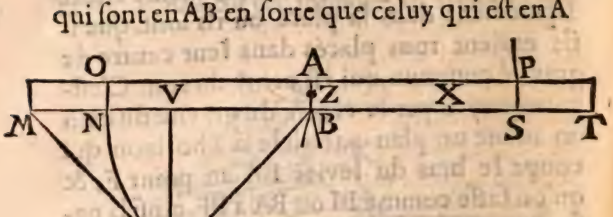
ſions particulières agiſſant ſuivant leur éloignement de l'appui B, feront le même effort ſéparément dans la place où ils ſont, que ſi ils étoient tous placés dans leur centre de gravité commun, qui eſt celuy du coin. C'eſt-pourquoy ſi par le centre de gravité du coin on méne un plan parallele à l'horizon qui coupe le bras du levier BA au point F, & qu'on faſſe comme BI ou BA à BF, ainſi la peſanteur du coin, comme on vient de la déterminer, à un quatriéme terme, ce ſera le poids, qui étant ſuſpendu en I rompra le lien en A, & qui par-conſéquent rompra auſſi tous les autres.

On réduira cette peſanteur trouvée comme on vient de faire pour déterminer la longueur du ſolide par laquelle il doit ſe rompre. On n'a point eû d'égard dans ces démonſtrations au changement de place qui arrive au centre de gravité du corps quand ſes liens s'allongent avant que de ſe rompre.

On voit par ce qu'on vient de démontrer, que ſi un parallélépipede a une certaine longueur BM par exemple de 6 pieds pour ſe rompre par ſon propre poids, lorſqu'il ſera arrêté dans un mur AB par l'une de ſes extrémités, il faudra qu'il en ait une double de BM pour ſe rompre lorſqu'il ſera poſé ſur un appui B par ſon milieu.

Car le parallélépipede avec la longueur

BM étant arrété dans le mur en AB a une pesanteur assez grande pour écarter les *liens* qui sont en AB en sorte que celuy qui est en A



ait toute l'extension dont il est capable, mais il n'a cette force que parce qu'il est retenu dans le mur, il faut donc ajoûter un parallélépipede de l'autre côté de l'appui lequel soit égal à BM pour faire le même effort que le mur, puisque ce parallélépipede demeurera en équilibre avec BM sur l'appui commun B; & le parallélépipede entier double de BM posé sur l'appui B dans son milieu se rompra de même que BM arrété dans le mur par son extrémité.

Galilée dit qu'un cylindre soutenu par son milieu doit être double de ce qu'il étoit auparavant étant arrété dans le mur; & cela est vray dans la supposition qu'il a faite de la nature des liens qui joignent les parties des corps, comme dans celle que nous avons donnée icy.

Il dit auſſi dans le même endroit que ce cylindre doit ſe rompre de même, ſoit qu'il ſoit ſoutenu par ſon milieu ou par ſes extrémitez : mais il n'a pas fait aſſez d'attention à ce qu'il a avancé, & s'il s'étoit donné la peine d'en ſuivre la démonſtration juſqu'à la fin, il auroit trouvé que dans ſa ſuppoſition des liens, ce cylindre ne doit avoir que la moyenne proportionnelle NS entre MT & ſa moitié MB.

Car dans ſa ſuppoſition lorſque le cylindre MT étant ſoutenu en B doit ſe rompre par la peſanteur de chacune de ſes parties ABM, ABT, il faut prendre garde que ces deux parties de cylindre ſont comme deux leviers angulaires MBA, TBA qui ſont joints par leur bras BA avec des liens qui réſiſtent également dans la longueur BA, en ſorte que toute leur réſiſtance peut être conſidérée dans leur milieu Z entre A & B. Mais auſſi le poids du cylindre ABM qui fait équilibre avec les liens de BA, doit être conſidéré comme placé au milieu de MB en V où eſt ſon centre de gravité. Ce ſera la même choſe pour le poids du cylindre ABT qui doit être conſidéré comme placé en X au milieu de BT.

Maintenant puiſque le poids du cylindre AM multiplié par BV eſt le moment de cette partie du cylindre, & que ce ſera la même

chose pour l'autre partie AT ; il faut que le cylindre ait sa longueur NS, afin qu'étant soutenu en N & en S, il ait en B un moment double des précédens pour pouvoir faire sur les liens qui sont en BA le même effort qu'y faisoient auparavant chacune des parties ABM, ABT. Car le cylindre NS étant considéré comme un levier NS qui est soutenu en N & en S, & qui est chargé en B d'un poids égal à tout le cylindre NS, il est evident que la moitié de ce poids multipliée par la longueur du bras NB sera un moment égal au moment de la partie ABM du cylindre sur la longueur du bras BV ; & comme ce sera la même chose de l'autre côté, le cylinde NS étant soutenu en N & en S fera le même effort sur les liens qui sont en BA, que les deux parties du cylindre MT y faisoient quand il étoit soutenu en B, car ce sera comme deux leviers coudés qui sont alors OAB, PAB, & qui étant joints par la partie AB ou par le seul lien Z au milieu de AB, sont chargés au point A de toute la pesanteur du cylindre ONPS.

Il faut supposer que les soutiens en N & S, ou O & P sont des fils ou cordes infiniment longues, afin de laisser toute la liberté à l'action que la pesanteur du cylindre fait sur le lien Z.

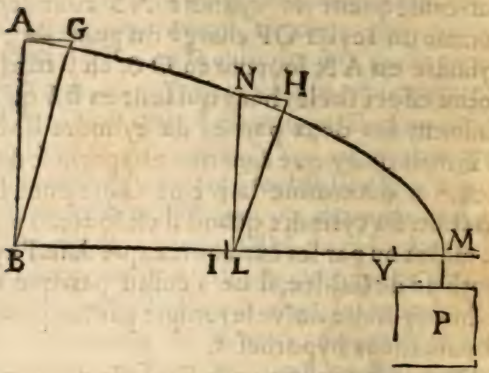
On démontrera aussi de la même maniére

dans nôtre ſuppoſition des liens, que quand le cylindre ſera ſoutenu par les extrémités, il faudra qu'il ait la longueur NS moyenne proportionnelle entre MT & ſa moitié VX, & par-conſéquent le cylindre NS conſidéré comme un levier OP chargé du poids de ce cylindre en A & ſoutenu en O & en P fera le même effort ſur les liens qui ſont en BA qu'y faiſoient les deux parties du cylindre BM, BT; mais quoy-que dans nôtre hypotheſe des liens on détermine la même choſe pour la fracture du cylindre quand il eſt ſoutenu par le milieu ou par les extrémitez, que dans l'hypotheſe de Galilée, il ne s'enſuit pas que le même cylindre doive ſe rompre par ſon poids dans les deux hypotheſes.

Dans la ſuppoſition que j'ay faite des liens, s'il y a une demi-parabole ANMB qui ſoit ſans peſanteur dont MB ſoit l'axe; & que cette ſuperficie parabolique ſoit attachée dans un mur vertical par l'une de ſes ordonnées AB qui ſoit auſſi verticale, & qu'il y ait dans AB des liens tels qu'on les a ſuppoſés cy-devant, en ſorte que lorſque celuy qui eſt en A ſera étendu de toute ſon extenſion AG, il ſe puiſſe rompre par la peſanteur du poids P ſuſpendu au ſommet de la parabole en M.

Je dis que ſi l'on arrête dans le mur la même parabole par une autre de ſes ordonnées, comme LN, le poids P ſuſpendu en M pourra

auſſi étendre tous les liens qui ſont dans LN, en ſorte que celuy qui eſt en N, ſera étendu de la grandeur HN égale à AG ; & par-



conſéquent que ce même poids P pourra ſéparer auſſi tous les liens qui ſont en LN.

Par ce qui a été démontré cy-devant, ſi l'on prend BI égale à BA, & qu'on ſuſpende au point I un poids égal au tiers de celuy qui peut étendre tous les liens qui ſont en *BA*, de la longueur AG en les tirant perpendiculairement à BA, juſqu'à les rompre ; ce poids en I pourra les rompre tous. Ce ſera la même choſe ſi l'on fait LY égale à LN, & qu'on ſuſpende en Y un poids égal au tiers de celuy qu'il faudroit pour étendre les liens qui ſont en LN de la grandeur NH égale à AG en

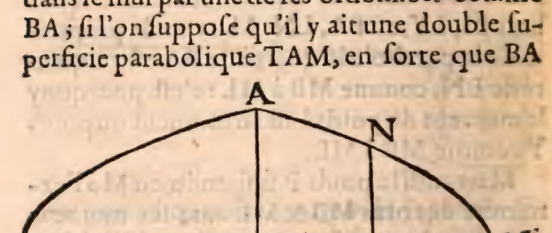
les tirant auſſi perpendiculairement en LN.

Mais puiſque NH eſt égale à AG, le tiers des liens de BA ſera au tiers des liens de LN, ou ce qui eſt la même choſe, le poids I ſera au poids Y, comme BA à LN, ou comme BI à LY : donc le moment du poids I ſuſpendu à l'extrémité I du bras BI d'un levier ſera au moment du poids Y ſuſpendu en Y à l'extrémité Y du bras BY d'un levier, comme le quarré de BA au quarré de LN ; car les poids I & Y ſont entr'eux dans la même raiſon des bras BI, LY, ou BA, LN. Mais par la propriété de la parabole le quarré de BA eſt au quarré de LN, comme MB à ML : c'eſt-pourquoy le moment du poids I eſt au moment du poids Y comme MB à ML.

Mais auſſi le poids P ſuſpendu en M à l'extrémité des bras MB & ML aura ſes momens dans la même raiſon de ces bras MB, ML : c'eſt-pourquoy ſi ce poids P ſuſpendu à l'extrémité du bras BM a ſon moment égal à celuy du poids I ſuſpendu à l'extrémité du bras BI, lorſqu'il ſera ſuſpendu à l'extrémité du Bras ML, il aura auſſi ſon moment égal à celuy du poids Y ſuſpendu à l'extrémité du bras LY ; & par-conſéquent ſi le poids P ſuſpendu en M peut étendre les liens qui ſont en BA, en ſorte que celuy qui eſt en A ſe rompe, il pourra auſſi étendre ceux qui ſont en LN, en ſorte que celuy qui eſt en N

ſe rompe auſſi ; & c'eſt ce qu'il falloit démontrer. Galilée trouve auſſi que la figure parabolique a la même propriété dans ſa ſuppoſition des liens.

Puiſque nous avons trouvé que le poids P ſuſpendu à l'extrémité M de l'axe BM de la parabole peut rompre tous les liens qui ſont en BA dans noſtre ſuppoſition, en étendant le dernier qui eſt en A, de la grandeur AG, lorſque la parabole eſt engagée ou arrêtée dans le mur par une de ſes ordonnées comme BA ; ſi l'on ſuppoſe qu'il y ait une double ſuperficie parabolique TAM, en ſorte que BA



ſoit une ordonnée commune pour les deux paraboles égales TA, MA qui ont leur axe dans la ligne droite TBM, & que le plan de ces deux paraboles ſoit ſuppoſé vertical, & leur axe TM parallele à l'horizon ; ſi l'on ſoutient ce plan par le point B, il eſt évident que le poids P doit être ſuſpendu en M & en T, pour étendre les liens qui ſont en BA, de la

même maniére que le poids P les étendoit quand la parabole BAM étoit arrétée dans le mur en BA. Car ce poids P ſuſpendu en M fait le même effort qu'il faiſoit auparavant ſur les liens qui ſont en BA & le même poids P qui eſt ſuſpendu de l'autre côté en T fait équilibre avec celuy qui eſt poſé en M, & luy réſiſte pour faire l'effort ſur les liens de même que le mur faiſoit auparavant.

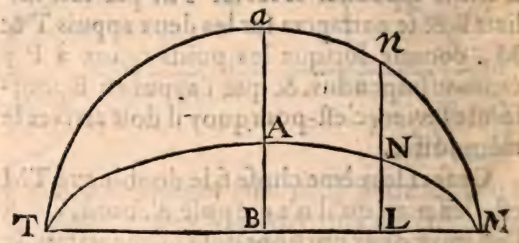
Maintenant ſi l'on ſoutient les points M & T de cette double parabole, & qu'on ſuſpende ou qu'on poſe au point A un poids double du poids P, il eſt évident qu'il doit faire le même effort pour rompre les liens qui ſont en BA. Car ce poids double de P appliqué en A ou en B dans ſa direction AB, fera autant d'effort à pouſſer le levier TM par ſon milieu B, & ſe partagera ſur les deux appuis T & M, comme lorſque les poids égaux à P y étoient ſuſpendus, & que l'appui en B pouſſoit le levier; c'eſt-pourquoy il doit arriver le même effet.

Ce ſera la même choſe ſi le double axe TM eſt plus petit qu'il n'a été poſé d'abord. Car ſi l'on joint deux portions de la même parabole égales chacune à LNM, il doit arriver le même effet quand on poſera au milieu le même poids double de P. Puiſque nous avons veû que le poids P ſuſpendu en M faiſoit le même effort ſur les liens LN de la portion LMN

de la parabole, que sur les liens BA de la portion BAM, quand ces portions étoient arrêtées dans le mur par les ordonnées LN, BA.

Il est donc évident par cette démonstration, que si l'on fait un plancher d'une figure irréguliére, & que les solives ayent des longueurs différentes entr'elles, on aura la forme qu'il faudra donner à ces solives, pour faire qu'étant toutes chargées également dans leur milieu, elles soient de même résistance, & c'est seulement sans avoir égard à la pesanteur particuliere des solives.

Mais si l'on veut que la résistance de la figure TANM soit par tout égale, c'est-à-dire qu'un poids P étant posé en quelqu'endroit comme N ou L, ait autant de force pour rompre



les liens qui sont en LN, qu'il en avoit pour rompre ceux qui étoient en BA lorsqu'il étoit posé en A ou en B, le levier TM demeurant toûjours le même il faudra que la ligne TANM soit une demi-ellipse, dont TM sera

l'un des axes, & BA la moitié de l'autre.

Car lorſqu'on poſe le poids comme P en N ou L, le levier TM étant ſoutenu en T & M, il partage ſon effort à ces deux appuis dans la raiſon réciproque de leurs diſtances au point L, & ce ſera la même choſe que ſi le poids P étoit diſtribué aux points TM dans cette raiſon, & que le levier TM fut ſoutenu en L. C'eſt-pourquoy les momens qui ſont faits des parties de ce poids par les longueurs LM, LT réciproques aux parties, étant égaux entr'eux, & chacun étant au moment fait par la moitié du poids P ſur la longueur BM, comme le rectangle LM, LT au rectangle BM, BT ou au quarré de BM, ce qui eſt évident ſi l'on ſuppoſe que la ligne TM repréſente le poids P, ils ſeront auſſi comme les quarrés B *a*, L *n* des ordonnées dans le demi-cercle T *a n* M par les points B & L du diamétre TM, leſquels ſont égaux aux rectangles des parties du diamétre. Et à cauſe qu'il y a même raiſon de BA à LN dans l'ellipſe, que de B *a* à L *n* dans le cercle, l'effort que fait le poids P placé en B ſur les liens qui ſont en BA étant poſé égal à la réſiſtance des liens de BA, l'effort du même poids P placé en L doit auſſi être égal à la réſiſtance des liens qui doivent auſſi être en LN. Mais dans la ſuppoſition de Galilée, ou dans la nôtre, la réſiſtance des liens doit être comme le quarré de la ligne ou eſpace où les

liens sont placés; LN doit donc être à *BA* qui sont les espaces où sont placés les liens, dans la même raison de L *n* à B *a* dont les quarrés mesurent les efforts du poids; & par-conséquent le point N sera dans une ellipse dont TM est un des axes, & BA la moitié de l'autre. Ce qu'il falloit démontrer.

FIN.

Page 66. ligne 6. appui M, *lisez* appui H.

Digitized by Google

40